



# Mesure de l'angle gamma du triangle d'unitarité de la matrice CKM dans les désintégrations $B \rightarrow D^*K$ auprès de l'expérience BaBar

E. Latour

## ► To cite this version:

E. Latour. Mesure de l'angle gamma du triangle d'unitarité de la matrice CKM dans les désintégrations  $B \rightarrow D^*K$  auprès de l'expérience BaBar. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Ecole Polytechnique X, 2007. Français. NNT: . tel-00201496

**HAL Id: tel-00201496**

**<https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00201496>**

Submitted on 30 Dec 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Mesure de l'angle  $\gamma$  du triangle d'unitarité de la matrice  $CKM$   
dans les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$

Emmanuel Latour, LLR-Ecole Polytechnique

15 Octobre 2007



# Remerciements

Je ne déroge pas à la règle, je commence ce manuscrit par les remerciements aux personnes ayant joué un rôle important dans cette thèse. Tout d'abord, je remercie Henri Videau pour m'avoir accueilli dans son laboratoire pendant ces trois années. J'ai trouvé au sein du groupe *BABAR* du LLR un cadre de travail idéal. Denis m'aura remarquablement bien encadré. Il a fait preuve d'une disponibilité et d'une écoute rares. Son dynamisme et son enthousiasme ont été particulièrement motivants. Son sens physique et sa culture m'ont impressionnés. Marc a également joué un grand rôle dans ma formation, et pas seulement lors de mon stage de master. Il aura été mon professeur ès- $C^{++}$ . Sa patience et sa pédagogie, aussi bien pour la physique que pour la programmation, ont été très précieuses. L'analyse angulaire des canaux  $B \rightarrow (c\bar{c})K^*$ , sur laquelle j'ai pu travailler lors de mon stage puis en parallèle de ma thèse, repose essentiellement sur lui et son travail colossal sur le code. Bien que n'étant pas du LLR, Philippe Grenier a été un autre protagoniste de l'analyse angulaire, avec qui j'ai vraiment aimé travailler. Je souhaite également saluer sa gentillesse et le remercier pour tous ses conseils. Vous l'aurez compris, je quitterai cette équipe à regret.

Les six mois que j'ai passés au SLAC pour effectuer le commissioning du DIRC de *BABAR* auront été pour moi la période la plus enrichissante de ma thèse, aussi bien du point de vue scientifique que personnel. Les circonstances d'alors rendant mon séjour plutôt hypothétique, je tiens à remercier vivement William Wiesniewski et Harvey Lynch pour avoir rendu celui-ci possible. Une fois sur place, Nicolas Arnaud s'est entièrement chargé de ma formation sur le DIRC et sur *BABAR* en général. J'ai beaucoup apprécié de travailler avec lui. L'expérience très positive que je retire de ces six mois lui revient en majeure partie. Merci aussi à Xavier Prudent, qui m'a recommandé puis aidé sur l'utilisation de ce bel outil qu'est TMVA pendant cette même période, et qui fut un colocataire formidable.

D'un point de vue plus personnel, je tiens à remercier ma famille pour son soutien indéfectible. Une mention spéciale pour Laurence, qui aura eu à gérer bien d'autres choses en plus de sa propre thèse pendant ces trois dernières années.

Enfin, je vais terminer par un remerciement un peu spécial, que certains pourront juger curieux, mais qui me tient particulièrement à cœur : sans le service du Pr. Varet de l'AP-HP Necker, ce manuscrit n'aurait jamais vu le jour. Je tiens donc à renouveler ma plus profonde reconnaissance à tous ses membres.





4

<b>3</b>	<b>Mesure de <math>\gamma</math></b>	<b>44</b>
3.1	Interférences dans les désintégrations $B^\pm \rightarrow D^{(*)}K^{(*)\pm}$	44
3.2	Méthode Gronau-London-Wyler (GLW)	46
3.2.1	Première formulation	47
3.2.2	Seconde formulation	48
3.2.3	Inconvénients de la méthode GLW	49
3.2.4	Résultats de la méthode GLW	50
3.3	Méthode de Atwood-Dunietz-Soni (ADS)	51
3.3.1	Principe	51
3.3.2	Cas particulier des modes $D^*K$	52
3.3.3	Résultats	53
3.4	Méthode de Giri-Grossman-Soffer-Zupan (GGSZ)	54
3.4.1	Amplitudes des désintégrations du $D$ en trois corps	54
3.4.2	Coordonnées cartésiennes	55
3.4.3	Résultats de la méthode GGSZ	55
3.5	Mesures indirectes : $\sin(2\beta + \gamma)$	57
3.6	Combinaison des méthodes	60
3.7	Conclusion	60
<b>4</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>62</b>
4.1	Spécifications physiques	62
4.2	L'accélérateur linéaire	64
4.3	Le collisionneur PEP-II	65
4.3.1	Région d'interaction	66
4.3.2	Injection goutte-à-goutte	66
4.4	Le détecteur <i>BABAR</i>	70
4.4.1	Détecteur de vertex (SVT)	72
4.4.2	Contrôle du rayonnement (SVTRAD)	73
4.4.3	Chambre à dérive (DCH)	74
4.4.4	Identificateur de particules (DIRC)	76
4.4.5	Calorimètre électromagnétique (EMC)	79
4.4.6	Le solénoïde	81
4.4.7	Retour de flux instrumenté (IFR)	81
4.4.8	Système de déclenchement et d'acquisition (Trigger)	84
4.5	Conclusion	87
<b>5</b>	<b>Reconstruction et présélection des événements <math>B^\pm \rightarrow D^{*0}K^\pm</math></b>	<b>88</b>
5.1	Choix des canaux pour l'étude	88
5.2	Sélection des particules finales	89
5.2.1	Identification des particules neutres	90
5.2.2	Identification des particules chargées	91
5.3	Reconstruction des mésons $B$	92
5.4	Présélection	93
5.4.1	Sélection des traces	93
5.4.2	Sélection des photons	93
5.4.3	Sélection des $\pi^0$	94
5.4.4	Sélection des $K_S^0$	94
5.4.5	Sélection des $\phi$	94
5.4.6	Sélection des $\omega$	95
5.4.7	Sélection des $D^0$	95
5.4.8	Sélection des $D^{*0}$	95
5.4.9	Sélection des $B^\pm$	95
5.5	Conclusion	97

<b>6</b>	<b>Etude des bruits de fond</b>	<b>98</b>
6.1	Les différentes sources de bruit de fond . . . . .	98
6.2	Suppression du continuum $q\bar{q}$ . . . . .	99
6.2.1	Variables topologiques des événements . . . . .	99
6.2.2	Outils multivariables de séparation signal/bruit . . . . .	103
6.2.3	Suppression . . . . .	107
6.3	Optimisation de la sélection sur le Monte Carlo . . . . .	112
6.3.1	Principe . . . . .	112
6.3.2	Algorithme . . . . .	112
6.3.3	Choix des variables et vérification de l'utilité des coupes . . . . .	113
6.3.4	Résultats de l'optimisation . . . . .	113
6.4	Composition du bruit après la sélection optimisée . . . . .	120
6.4.1	Composition du bruit résiduel . . . . .	120
6.4.2	Composition du bruit $B^+B^-$ . . . . .	124
6.4.3	Pollution par le feed-across . . . . .	125
6.5	Conclusion . . . . .	130
<b>7</b>	<b>Mesure des observables GLW des canaux <math>B^\pm \rightarrow D^{*0}K^\pm</math></b>	<b>132</b>
7.1	Stratégie d'ajustement . . . . .	132
7.1.1	Maximum de vraisemblance ou <i>Cut and Count</i> ? . . . . .	132
7.1.2	Séparation signal/bruit . . . . .	133
7.1.3	Identification de la trace rapide en $K$ ou $\pi$ . . . . .	134
7.1.4	Définition des catégories d'événements . . . . .	135
7.1.5	Corrélations . . . . .	136
7.2	Paramétrisation des fonctions de densité de probabilité . . . . .	140
7.2.1	Densité de probabilité de $\Delta E_K$ . . . . .	140
7.2.2	Densité de probabilité de PID . . . . .	140
7.2.3	Variables libres de l'ajustement . . . . .	141
7.3	Résultats de l'ajustement sur les simulations Monte Carlo . . . . .	142
7.3.1	Efficacité . . . . .	148
7.3.2	Contrôle du bruit de fond piquant . . . . .	148
7.4	Validations de l'ajustement . . . . .	148
7.4.1	Validation par les $sPlot$ . . . . .	148
7.4.2	Validations par une étude Monte Carlo à haute statistique . . . . .	157
7.4.3	Vérifications complémentaires . . . . .	162
7.5	Mesure sur le Monte Carlo générique . . . . .	164
7.5.1	Ajustement final . . . . .	164
7.5.2	Résultats . . . . .	164
7.6	Conclusion . . . . .	166
<b>8</b>	<b>Résultats</b>	<b>168</b>
8.1	Comparaison des données avec les simulations Monte Carlo . . . . .	168
8.1.1	Comparaison des distributions des variables . . . . .	168
8.1.2	Echantillons de contrôle pour l'identification des traces rapides . . . . .	169
8.2	Evaluation des incertitudes systématiques . . . . .	173
8.2.1	Incertainces systématiques liées à la paramétrisation de $\Delta E_K$ . . . . .	173
8.2.2	Incertainces systématiques liées à la paramétrisation de $y$ . . . . .	177
8.2.3	Asymétrie de charge du détecteur . . . . .	180
8.2.4	Dilution $CP$ par la présence d'une onde $S$ pour les modes $K_S^0\phi$ et $K_S^0\omega$ . . . . .	180
8.2.5	Dilution $CP$ par le cross-feed $\pi^0 \leftrightarrow \gamma$ . . . . .	182
8.3	Ajustement sur les données . . . . .	185
8.3.1	Résultats mode par mode, non corrigés . . . . .	185
8.3.2	Résultats après corrections . . . . .	191
<b>9</b>	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>194</b>

<b>A</b>	<b>Echantillons Monte Carlo</b>	<b>206</b>
<b>B</b>	<b>Paramétrisation des fonctions de densité de probabilité</b>	<b>208</b>
<b>C</b>	<b>Résultats de l'ajustement sur le Monte Carlo générique</b>	<b>217</b>
<b>D</b>	<b>Comparaisons données/Monte Carlo</b>	<b>222</b>
<b>E</b>	<b>Dilution <math>CP</math> par la présence d'une onde <math>S</math></b>	<b>228</b>
E.1	Modes $D^0\pi^0$ . . . . .	228
E.1.1	Amplitude de désintégration pour $h^- = \pi^-$ . . . . .	228
E.1.2	Amplitude de désintégration pour $h^- = K^-$ . . . . .	229
E.1.3	Corrections des observables GLW . . . . .	230
E.2	Modes $D^0\gamma$ . . . . .	231





En cette année 2007, la violation de  $CP$  a été de nouveau mise à l'honneur, par l'attribution du prix de la section Physique des Hautes Energies de la Société Européenne de Physique à Makoto Kobayashi et Toshihide Maskawa pour leurs travaux sur le mélange des quarks. Elle fait suite à l'attribution de ce même prix en 1991 à Nicola Cabibbo, pour sa contribution à l'édification de la théorie de l'interaction faible et pour l'idée du mélange entre deux générations.

La découverte expérimentale de la violation de  $CP$  dans le système des kaons remonte à 1964, et a valu le prix Nobel à Cronin et Fitch quelques années plus tard. Elle suit de quelques années seulement la mise en évidence de la violation de la parité, prédite par Lee et Yang, eux aussi récompensés par un prix Nobel. Kobayashi et Maskawa ont défini le formalisme qui permet de décrire la violation de  $CP$  dans le Modèle Standard, prédisant l'existence d'une troisième génération de quarks, alors que le quark  $c$  n'avait pas encore été observé. Trente ans après leur célèbre article [1], l'étude de la violation de  $CP$  est à son apogée, avec le développement et le succès des usines à  $B$ ,  $BABAR$  et Belle, qui ont permis de mettre en évidence la violation de  $CP$  dans le système des mésons  $B$ . Ces recherches seront poursuivies et étendues dans les prochaines années auprès des expériences du LHC, que ce soit ATLAS, CMS, ou LHCb qui devraient commencer à prendre des données d'ici peu. A plus long terme, un projet d'usine à  $B$  à encore plus haute luminosité, appelée Super  $B$  Factory, est à l'étude.

Mais d'où vient cet intérêt pour toutes ces symétries ? Pourquoi la violation de  $CP$  semble-t-elle si importante ? Pourquoi tant d'efforts sont-ils consacrés à son étude ? Que peut-on encore apprendre à son sujet ? C'est dans ce cadre que se situe ce travail de thèse.

La violation de  $CP$  est le non-respect de la symétrie  $CP$  par une interaction, c'est-à-dire sa non-invariance par application de la conjugaison de charge suivie de la parité. La compréhension de l'importance de cette symétrie  $CP$  ne peut se faire sans mettre en lumière le rôle fondateur des symétries dans l'édification du Modèle Standard. Ainsi nous nous attachons dans le premier chapitre de cette thèse à présenter les symétries, et à expliquer dans les grandes lignes leur aspect essentiel à la construction d'une théorie quantique relativiste d'interaction. Nous verrons que la violation de  $CP$  tient une place bien particulière au sein des symétries, et que son importance ne se limite pas au seul domaine de la physique des particules : la violation de  $CP$  a un lien étroit avec la composition de l'univers, et jette ainsi un pont entre physique des particules et cosmologie. Ceci nous conduira logiquement à nous intéresser de plus près à la violation de  $CP$  dans le deuxième chapitre, où nous expliquons comment elle est décrite dans le cadre du Modèle Standard : le formalisme de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa ( $CKM$ ) y sera alors introduit. Nous abordons ensuite l'aspect expérimental, en détaillant comment la violation de  $CP$  se manifeste, et comment on peut avoir accès aux différents paramètres de la matrice  $CKM$ , paramètres fondamentaux du Modèle Standard non prédits par la théorie. Ce sera l'occasion de rappeler l'état de l'art de ces mesures, et de montrer le besoin de mesures complémentaires, en particulier de l'angle  $\gamma$  du triangle d'unitarité de la matrice  $CKM$ , qui est actuellement l'un des paramètres les moins bien connus. Les différents moyens d'accès à cet angle, en particulier la méthode de Gronau-London-Wyler utilisée dans cette thèse, sont décrits dans le troisième chapitre.



Une fois cette introduction théorique effectuée, nous passons à la description de l'analyse de la thèse : tout d'abord, nous décrivons dans le chapitre quatre le dispositif expérimental, et en particulier le détecteur *BABAR*, qui fournit les données utilisées dans cette étude. Le cinquième chapitre présente la stratégie de l'analyse, et la reconstruction des modes étudiés. La sélection du signal et la suppression du bruit de fond sont ensuite présentées dans le chapitre six. L'ajustement qui permet d'obtenir les observables utiles à la mesure de  $\gamma$ , ainsi que les validations effectuées à l'aide de simulations Monte Carlo, sont décrits dans le chapitre sept. Enfin les résultats obtenus avec cette analyse sont présentés dans le dernier chapitre.

L'immense intérêt que suscite la violation de  $CP$  ne peut se comprendre sans avoir à l'esprit le rôle fondateur des symétries en physique des particules. Dans le Modèle Standard, basé sur la théorie quantique des champs, le contenu physique de la théorie est entièrement déterminé par le choix des champs et des symétries. Ce premier chapitre a pour but de mettre en relief l'importance des symétries en physique des particules.

## 1.1 L'avènement des symétries

### 1.1.1 Qu'est-ce-qu'une symétrie ?

On appelle symétrie toute transformation laissant invariantes les lois de la physique. Dans le cadre d'une formulation lagrangienne, qui est celle utilisée en théorie quantique des champs, cela équivaut à dire qu'une symétrie est une transformation laissant l'action invariante.

Il existe différentes façons de classer les symétries. Si l'on s'intéresse à la nature du paramètre de la transformation, on peut les séparer en deux catégories : les symétries discrètes d'une part, qui ne prennent que des valeurs discrètes (comme la parité  $P$ , la conjugaison de charge  $C$  ou le renversement du temps  $T$ ), et les symétries continues d'autre part (telles que les translations, les rotations), dont le paramètre prend des valeurs continues. Par ailleurs, on distingue deux autres catégories selon l'action de ces symétries : on parle de symétries d'espace-temps pour celles qui agissent sur les coordonnées, et de symétries internes pour celles agissant sur l'état interne de la particule (symétrie d'isospin  $SU(2)$  par exemple). Enfin, les symétries continues peuvent être globales si elles sont indépendantes du point de l'espace considéré, ou locales (encore appelées symétries de jauge) dans le cas contraire.

Il est fréquent qu'un ensemble de symétries d'un système génère une structure algébrique de groupe : on parle alors de groupe de symétrie, qui est un concept fondamental dans ce qui va suivre. Plus précisément, en physique des particules, la classification du spectre des particules en représentations irréductibles d'un groupe de symétrie permet de mieux comprendre leurs propriétés physiques : c'est sur ce principe qu'est basée la spectroscopie hadronique et qu'a été édifié le modèle des quarks de Gell-Mann [2].

### 1.1.2 Théorème de Noether

La notion de symétrie n'a pas toujours eu la même importance dans l'histoire de la physique. Ainsi l'invariance de jauge électromagnétique fut au départ considérée comme une simple curiosité. Ce n'est qu'en 1918 qu'Emmy Noether révéla le caractère fondamental des symétries, à travers le théorème [3] portant désormais son nom. Celui-ci stipule qu'à toute transformation continue laissant le Lagrangien (ou le Hamiltonien) invariant, on peut associer une quantité conservée. Ainsi, la conservation de l'énergie est une conséquence de l'invariance par translation de l'origine du temps, celle de l'impulsion découle de l'invariance par translation dans l'espace, et celle du moment

cinétique provient de l'invariance par rotation. Rapidement, on se rendit compte de l'immense intérêt des symétries : elles peuvent être utilisées de façon non plus descriptive, comme dans l'interprétation de la conservation de l'énergie par exemple, mais de manière constructive. Elles sont devenues un véritable outil théorique en physique des particules, comme nous allons le voir dans ce qui suit.

### 1.1.3 Première tentative d'une version relativiste de la mécanique quantique

La première tentative de construction d'une théorie à la fois quantique et relativiste eut lieu dans les années 1930. Elle consista à imiter le traitement non relativiste de la mécanique quantique en utilisant le principe de correspondance : en mécanique classique, chaque système est caractérisé par des coordonnées  $q(t)$  que l'on associe à leur moment  $p(t)$ . Le principe de correspondance permet la quantification du système en élevant  $q$  et  $p$  au rang d'opérateurs  $\hat{q}$  et  $\hat{p}$  agissant dans un espace d'états de Hilbert et vérifiant des relations de commutation. En mécanique quantique, la fonction de Hamilton classique devient alors un opérateur, le Hamiltonien. Dans la version non relativiste, l'évolution dans le temps d'un état est régie par l'équation de Schrödinger. Dans le cas relativiste, ce principe de correspondance appliqué à  $E^2 = \vec{p}^2 + m^2$  conduit à l'équation de Klein-Gordon pour les particules de spin 0, et à l'équation de Dirac pour les particules de spin  $\frac{1}{2}$ . Mais ces équations posent des difficultés majeures. D'une part, des solutions à énergies négatives sont possibles. D'autre part, des problèmes d'interprétation probabiliste apparaissent car ces équations décrivent une onde associée à une particule et ne permettent pas de traiter les processus de création et d'annihilation de particules permis par la relativité. Il n'est en fait pas possible de bâtir une théorie quantique relativiste basée sur une équation d'onde à une particule.

### 1.1.4 Théorie quantique des champs et symétries

La solution adoptée est ce que l'on appelle désormais la théorie quantique des champs, qui est une version quantifiée de la théorie classique des champs. Elle décrit les particules non plus par une fonction d'onde, mais par des champs quantiques. Elle est basée sur la seconde quantification, et repose sur le principe de moindre action : le rôle des symétries est alors essentiel.

Comme toute théorie qui se veut quantique et relativiste, la théorie quantique des champs doit satisfaire des contraintes physiques essentielles. Tout d'abord, elle doit être unitaire, de sorte à préserver dans l'évolution temporelle une somme des probabilités sur tous les événements possibles égale à un. Cela se traduit le fait que l'opérateur d'évolution temporelle  $U = e^{-iHt}$  est unitaire<sup>1</sup>, ou de manière équivalente, que le Hamiltonien  $H$  est hermitien :  $H^* = H$ .

Par ailleurs, elle doit vérifier le principe de microcausalité : les observables physiques sont mesurables séparément en différents points de l'espace à un temps donné : en particulier, les amplitudes de processus se déroulant en des points d'espace différents doivent se factoriser. Dans une théorie quantique, cela implique que toutes les observables prises en des points d'espace différents commutent.

On demande de plus que cette propriété soit conservée par l'évolution temporelle si aucun signal physique ne se propage entre les deux points. C'est ce que l'on appelle le principe de localité. Puisque l'opérateur d'évolution temporelle est donné par  $U = e^{-iHt}$ , la factorisation implique que le Hamiltonien soit la somme des Hamiltoniens de chaque région séparée :

$$H = \int \mathcal{H}(\vec{x}, t) d^3x \quad (1.1)$$

Autrement dit, l'énergie totale est la somme des énergies des degrés de liberté en chaque point.

Pour être relativiste, la théorie doit de plus être invariante par les transformations de Lorentz et les translations.

Enfin, la théorie doit être stable, c'est-à-dire que le spectre de  $H$  doit être borné inférieurement : c'est une condition nécessaire à l'existence du vide, défini comme l'état d'énergie minimale.

---

<sup>1</sup>Nous verrons dans la section 1.3.2 qu'il est en fait anti-unitaire.

En reliant le théorème de Noether à ces contraintes physiques, on comprend le rôle des symétries d'espace-temps dans l'édification de la théorie quantique des champs. Elles ont été mises à profit à travers le principe de relativité restreinte, qui impose que l'action soit invariante sous les transformations du groupe de Poincaré. Mais le rôle des symétries ne s'arrête pas là. Dans les années 1950, Yang et Mills utilisèrent les symétries de jauge afin de bâtir les théories de jauge, qui permettent de décrire les interactions entre particules : les symétries permettent de sélectionner un jeu très restreint de lois admissibles parmi toutes celles imaginables pour décrire les interactions entre particules. Ceci permet de ramener le problème de la détermination des interactions fondamentales à celui des symétries sous-tendant ces interactions, la force des interactions, le contenu en particules et la masse des particules étant des paramètres libres de la théorie. Enfin, les particules sont caractérisées par des nombres quantiques conservés dans toutes ou certaines interactions. Ces lois de conservation sont associées à des symétries non liées à l'espace-temps, mais à l'état interne des particules et à la nature de leurs interactions.

## 1.2 Symétries d'espace-temps : $SO(3, 1)$

La construction d'une théorie classique ou quantique à haute énergie doit être invariante relativiste : elle doit donc être invariante par le groupe de Poincaré, qui est l'ensemble des isométries de l'espace-temps de Minkowski. Il est composé :

- des translations ;
- des rotations de l'espace, qui forment le groupe  $SO(3)$  ;
- des *boosts* de Lorentz ;
- de la réflexion de l'espace et du renversement du temps.

Si l'on considère un quadrivecteur  $x^\mu$ , et son transformé  $x'^\mu$  par une symétrie du groupe de Poincaré, la symétrie conserve les distances infinitésimales :  $dx^\mu dx_\mu = dx'^\mu dx'_\mu$ , et l'on peut montrer [4] que :

$$dx^\mu dx_\mu = dx'^\mu dx'_\mu \Leftrightarrow x'^\alpha = \Lambda^\alpha_\beta x^\beta + a^\alpha \quad \text{et} \quad g_{\alpha\beta} \Lambda^\alpha_\mu \Lambda^\beta_\nu = g_{\mu\nu} \quad (1.2)$$

où  $g_{\mu\nu}$  est le tenseur métrique. Les matrices  $\Lambda$  forment le groupe de Lorentz, composé de  $SO(3)$ , des *boosts* de Lorentz, de la réflexion d'espace et du renversement du temps. Les translations sont contenues dans le terme  $a^\alpha$ .

Pour obtenir une action invariante sous le groupe de Poincaré, il suffit de prendre une densité lagrangienne scalaire sous le groupe de Lorentz, car l'invariance par translation est réalisée simplement en intégrant l'action sur tout l'espace de Minkowski :  $\mathcal{S} = \int \mathcal{L} d^4x$ . Mettons de côté pour l'instant la réflexion d'espace (ou parité) et le renversement du temps, qui seront traités dans la section 1.3. Au sein du groupe de Lorentz, l'ensemble des rotations de  $SO(3)$ , des *boosts* de Lorentz et de leurs produits forment un sous-groupe (de déterminant  $\det \Lambda = 1$ ), appelé groupe de Lorentz propre, noté  $SO(3, 1)$ . Ce groupe joue un rôle central en physique des particules. En effet, les objets qui engendrent les représentations du groupe de Lorentz propre permettent de construire des invariants sous ce groupe, qui sont utiles pour la construction des Lagrangiens de la théorie quantique des champs desquels tout découle. On peut montrer [4] que l'algèbre de Lie de  $SO(3, 1)$  est équivalente à deux algèbres de Lie de  $SU(2)$  : elle est donc caractérisée par deux demi-entiers ou deux entiers  $j_1$  et  $j_2$ , dont la somme est appelée le spin de la représentation :

- le spin vaut 0 si  $j_1 = j_2 = 0$ . Cela correspond à la représentation triviale de  $SO(3, 1)$  ;
- le spin vaut  $\frac{1}{2}$  si  $j_1 = 0$  et  $j_2 = \frac{1}{2}$  (représentation dite  $(\frac{1}{2}, 0)$ ) ou si  $j_1 = \frac{1}{2}$  et  $j_2 = 0$  (représentation dite  $(0, \frac{1}{2})$ ).

Les matrices de transformation de  $(\frac{1}{2}, 0)$  et  $(0, \frac{1}{2})$  sont respectivement  $M_1(\theta, \phi) = e^{+\vec{\phi} \cdot \frac{\vec{\sigma}}{2} + i\vec{\theta} \cdot \frac{\vec{\sigma}}{2}}$  et  $M_2(\theta, \phi) = e^{-\vec{\phi} \cdot \frac{\vec{\sigma}}{2} + i\vec{\theta} \cdot \frac{\vec{\sigma}}{2}}$ . Les objets qui se transforment par  $M_1$  et  $M_2$  sont des spineurs, objets à deux composantes complexes. Dans les théories invariantes par parité, les deux représentations s'échangent, et les deux types de spineurs interviennent de façon symétrique. On les regroupe alors sous forme d'un quadruplet, un bispineur :

$$\psi = \begin{pmatrix} \psi_L \\ \psi_R \end{pmatrix} \quad (1.3)$$

où  $\psi_L$ , appelé spineur gauche, et  $\psi_R$ , appelé spineur droit, se transforment respectivement par  $M_1$  et  $M_2$  lors d'une symétrie de  $SO(3, 1)$ .

En revanche, si la parité n'est pas respectée, comme c'est le cas dans l'interaction faible (voir section 1.5.2), alors les deux types de spineurs ne jouent pas le même rôle dans la théorie, c'est-à-dire qu'ils ne sont pas couplés de la même manière aux autres champs de la théorie.

Une propriété intrinsèque fondamentale des particules est leur spin. Il peut être mis en correspondance avec celui des différentes représentations de  $SO(3, 1)$ . Ainsi, le champ utilisé pour décrire chaque type de particule va se transformer différemment par une transformation propre de Lorentz :

- les particules de spin 0, qui engendrent la représentation triviale de  $SO(3, 1)$ , sont associées à un champ scalaire de Lorentz  $\Phi(x)$  qui, sous l'action d'une transformation  $\Lambda \in SO(3, 1)$ , devient :  $\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = \Phi(x)$  ;
- les particules de spin  $\frac{1}{2}$  sont associées à des champs de bispineurs  $\psi$  (définition (1.3)) pour les théories invariantes par parité. Dans le cas de théories non invariantes par parité, on distingue deux autres catégories, les particules gauches et droites, associées à des spineurs gauches  $\psi_L$  et droits  $\psi_R$ .
- les particules de spin 1, qui engendrent la représentation fondamentale de  $SO(3, 1)$ , sont associées à un tenseur antisymétrique.

### 1.3 Symétries discrètes : $C$ , $P$ , $T$

Intéressons-nous maintenant à la parité  $P$  et au renversement du temps  $T$ , symétries du groupe de Lorentz que nous avons mises de côté dans la partie précédente, ainsi qu'à une troisième symétrie discrète, la conjugaison de charge  $C$ . Ces trois symétries sont liées à l'essence même de la théorie quantique des champs, à travers le théorème  $CPT$ . De plus, le respect ou la violation de ces symétries ont joué un rôle fondamental dans l'étude et la classification des interactions, comme nous le verrons dans la section 1.5.2.

#### 1.3.1 $C$ , $P$ , $T$ en mécanique classique

Tout d'abord, intéressons-nous au cas le plus simple, celui de la mécanique classique. Pour cela, considérons un système physique  $\mathcal{S}$  macroscopique de masse  $m$ , obéissant au principe fondamental de la dynamique. On peut caractériser sa position dans l'espace et le temps à l'aide de ses coordonnées spatiales  $\vec{x}$  et temporelle  $t$ . On définit l'opération de parité  $\mathbf{P}$  comme étant la transformation changeant les coordonnées d'espace  $\vec{x}$  en  $-\vec{x}$ . Elle est équivalente à la réflexion dans un miroir suivie d'une rotation. Elle transforme donc l'impulsion  $\vec{p} \equiv m \frac{d\vec{x}}{dt}$  et le moment cinétique  $\vec{l} \equiv \vec{x} \wedge \vec{p}$  de  $\mathcal{S}$  en :

$$\begin{aligned} (\vec{x}, t) &\rightarrow (-\vec{x}, t) \\ \vec{p} &\rightarrow -\vec{p} \\ \vec{l} &\rightarrow \vec{l} \end{aligned} \tag{1.4}$$

Cette symétrie permet de classer les vecteurs en deux catégories, comme le montre l'ensemble des relations (1.4) : les vecteurs polaires qui changent de signe par parité, et les vecteurs axiaux (ou pseudo-vecteurs) qui restent invariants. On peut établir une classification identique concernant les produits scalaires, qui peuvent être classés en scalaires s'ils sont invariants sous parité (produit scalaire de deux vecteurs axiaux ou deux vecteurs polaires) ou en pseudo-scalaires s'ils changent de signe par parité (produit scalaire d'un vecteur axial par un vecteur polaire).

La réflexion du temps  $T$  transforme le temps  $t$  en  $-t$ , laissant invariantes les coordonnées d'espace, et par là même changeant l'impulsion  $\vec{p}$  et le moment cinétique  $\vec{l}$  en leur opposé :

$$\begin{aligned} (\vec{x}, t) &\rightarrow (\vec{x}, -t) \\ \vec{p} &\rightarrow -\vec{p} \\ \vec{l} &\rightarrow -\vec{l} \end{aligned} \tag{1.5}$$

Cette symétrie correspond au renversement du sens du mouvement. L'invariance par  $\mathbf{T}$  signifie en particulier que les taux des processus  $a \rightarrow b$  et  $b \rightarrow a$  sont les mêmes si  $b$  est arrangé dans l'état initial du second processus de façon rigoureusement identique à l'état dans lequel il est produit lors du premier processus.

La conjugaison de charge  $C$  transforme la charge électrique de  $\mathcal{S}$  en son opposé. Elle laisse invariants la masse, l'impulsion et le moment cinétique du système  $\mathcal{S}$ .

### 1.3.2 $C, P, T$ en mécanique quantique non relativiste

Considérons désormais une particule de masse  $m$  et d'énergie suffisamment faible pour que cette particule suive les lois de la mécanique quantique non relativiste. Cette particule est alors caractérisée par une fonction d'onde  $\psi(\vec{x}, t)$ , ou par le vecteur d'état  $|\psi\rangle$  dans l'espace de Hilbert, et vérifie l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = H|\psi\rangle \quad (1.6)$$

Si l'opérateur  $\mathcal{O}$  représente une symétrie, l'action de  $\mathcal{O}$  ne doit pas entraîner de changement dans une mesure, et doit donc vérifier :

$$|\langle \psi | \mathcal{O}^\dagger \mathcal{O} | \psi' \rangle|^2 = |\langle \psi | \psi' \rangle|^2 \quad (1.7)$$

c'est-à-dire :

$$\langle \psi | \mathcal{O}^\dagger \mathcal{O} | \psi' \rangle = \langle \psi | \psi' \rangle \quad (1.8)$$

$$\text{ou } \langle \psi | \mathcal{O}^\dagger \mathcal{O} | \psi' \rangle = \langle \psi | \psi' \rangle^* \quad (1.9)$$

$\mathcal{O}$  est dit unitaire s'il vérifie la première relation, et anti-unitaire s'il vérifie la seconde.

#### Parité $P$

Le Hamiltonien  $H$  de l'équation de Schrödinger s'écrit :

$$H = \frac{|\vec{P}|^2}{2m} + V(\vec{X}) \quad (1.10)$$

où  $\vec{X}$  est l'opérateur position<sup>2</sup> et  $\vec{P}$  l'opérateur impulsion. Si  $|\psi, t\rangle$  est une solution de l'équation de Schrödinger, alors la parité est conservée si  $\mathbf{P}|\psi, t\rangle$  est aussi une solution. Cette condition est satisfaite si  $[\mathbf{P}, H] = 0$ . Il faut pour cela que  $V(X)$  soit symétrique par parité, que  $\mathbf{P}$  soit un opérateur unitaire ( $\mathbf{P}^\dagger = \mathbf{P}^{-1}$ ) et linéaire ( $\mathbf{P}^{-1}i\mathbf{P} = i$ ).

A partir du principe de correspondance, on peut trouver comment les observables se comportent sous  $\mathbf{P}$ . La valeur moyenne de l'opérateur position  $\vec{X}$  doit changer de signe par parité :

$$\langle \psi | \mathbf{P} \vec{X} \mathbf{P} | \psi \rangle = -\langle \psi | \vec{X} | \psi \rangle \quad (1.11)$$

ce qui est assuré si :

$$\mathbf{P} \vec{X} \mathbf{P} = -\vec{X} \quad (1.12)$$

ou de façon équivalente :

$$\{\vec{X}, \mathbf{P}\} = 0 \quad (1.13)$$

où  $\{a, b\} = ab + ba$  représente l'opérateur d'anti-commutation. Si l'on considère un état propre  $|\vec{x}\rangle$  de  $X$  :

$$\vec{X} \mathbf{P} |\vec{x}\rangle = -\mathbf{P} \vec{X} |\vec{x}\rangle = -\vec{x} \mathbf{P} |\vec{x}\rangle \quad (1.14)$$

$\mathbf{P} |\vec{x}\rangle$  est vecteur propre de  $\vec{X}$  de valeur propre  $-\vec{x}$ . On a :

$$\mathbf{P} |\vec{x}\rangle = e^{i\delta} |-\vec{x}\rangle \quad (1.15)$$

---

<sup>2</sup>A ne pas confondre avec l'opérateur de parité  $\mathbf{P}$ .

On peut choisir la convention de phase  $e^{i\delta} = 1$ , de façon à ce que  $\mathbf{P}^2 = 1$ , ce qui signifie que  $\mathbf{P}$  est à la fois hermitien en plus d'être unitaire, et ses valeurs propres sont  $\pm 1$ .

L'opérateur impulsion  $\vec{P}$  est le générateur des translations infinitésimales  $d\vec{x}$  de l'espace :

$$\mathcal{T}(d\vec{x}) \simeq 1 + \frac{i}{\hbar} \vec{P} \cdot d\vec{x} \quad (1.16)$$

Une translation suivie d'une transformation de parité est équivalente à une transformation de parité suivie d'une translation dans le sens opposé :

$$\mathbf{P}\mathcal{T}(d\vec{x}) = \mathcal{T}(-d\vec{x})\mathbf{P} \quad (1.17)$$

donc :

$$\mathbf{P} \left( 1 + \frac{i}{\hbar} \vec{P} \cdot d\vec{x} \right) \approx \left( 1 - \frac{i}{\hbar} \vec{P} \cdot d\vec{x} \right) \mathbf{P} \quad (1.18)$$

d'où :

$$\{\vec{P}, \mathbf{P}\} = 0 \quad (1.19)$$

Le moment cinétique  $\vec{J}$  est le générateur des rotations. Puisque la parité et les rotations commutent, alors parité et moment cinétique commutent aussi :

$$[\vec{J}, \mathbf{P}] = 0 \quad (1.20)$$

## Conjugaison de charge $C$

La symétrie de charge  $C$  transforme, *via* l'action de l'opérateur  $\mathbf{C}$ , une particule en son antiparticule de même masse, moment cinétique et spin, mais avec des nombres quantiques (charge électrique, nombre leptonique ou baryonique, *etc*) opposés. Le couplage électromagnétique minimum dans le Hamiltonien de l'équation de Schrödinger est :

$$H = \frac{|\vec{P}|^2}{2m} - \frac{e}{2mc} [\vec{A} \cdot \vec{P} + \vec{P} \cdot \vec{A}] + \frac{e}{2mc} \vec{A}^2 + e\phi \quad (1.21)$$

où  $e$  est la charge électrique de la particule,  $\vec{A}$  le potentiel vecteur et  $\phi$  le potentiel électrique.  $H$  est bien invariant (c'est-à-dire  $[H, \mathbf{C}] = 0$ ) par la transformation :

$$\begin{aligned} \vec{X} &\rightarrow \vec{X} \\ \vec{P} &\rightarrow \vec{P} \\ e &\rightarrow -e \\ \vec{A} &\rightarrow -\vec{A} \\ \phi &\rightarrow -\phi \end{aligned} \quad (1.22)$$

et  $\mathbf{C}$  doit être linéaire. Par ailleurs,  $\mathbf{C}^2 = e^{i2\delta}$ , et on peut choisir la phase nulle de sorte à avoir  $\mathbf{C}^2 = 1$ . Alors  $\mathbf{C}$  a deux valeurs propres  $\pm 1$ .

## Renversement du temps $T$

D'après le principe de correspondance, l'opérateur  $\mathbf{T}$  doit vérifier :

$$\begin{aligned} [\mathbf{T}, \vec{X}] &= 0 \\ \{\mathbf{T}, \vec{P}\} &= 0 \\ \{\mathbf{T}, \vec{J}\} &= 0 \end{aligned} \quad (1.23)$$

La relation de commutation des opérateurs position et impulsion est  $[X_i, P_j] = i\hbar\delta_{ij}$ . D'après l'équation (1.23), la partie de gauche change de signe sous  $\mathbf{T}$ . On doit donc avoir  $\mathbf{T}^{-1}i\mathbf{T} = -i$ , c'est-à-dire que  $\mathbf{T}$  doit être anti-linéaire, ce qui est le cas si  $\mathbf{T}$  est anti-unitaire.

### 1.3.3 $C, P, T$ en théorie quantique des champs

Comme nous l'avons déjà évoqué, la mécanique quantique classique n'est pas compatible avec la relativité restreinte. Afin de décrire les particules élémentaires en interaction, la théorie quantique des champs a été introduite. Dans ce cadre, une particule n'est plus décrite par une fonction d'onde comme en mécanique classique, mais par un champ quantique dont la nature dépend du spin de cette particule : selon la nature de ce champ, les opérations de symétrie n'agissent pas de la même manière. Par conséquent, la construction des opérations de symétrie doit se faire pour chaque type de champ. Elle est longue et fastidieuse, aussi nous ne donnons dans cette section que les résultats de l'action de  $C, P, T$  sur les différents champs, sans justification. Une revue détaillée est disponible dans [5]. L'action des symétries  $C, P, T$  pour les différents types de champ est résumée dans le tableau 1.1.

Champ $F$	$\mathbf{PFP}^\dagger$	$\mathbf{CFC}^\dagger$	$\mathbf{TFT}^{-1}$	$\mathbf{CPF}^\dagger$	$\mathbf{CPTFCPT}^\dagger$
$S^+(t, \vec{x})$	$S^+(t, -\vec{x})$	$S^-(t, \vec{x})$	$S^+(-t, \vec{x})$	$S^-(t, -\vec{x})$	$S^+(-t, -\vec{x})$
$P^+(t, \vec{x})$	$-P^+(t, -\vec{x})$	$P^-(t, \vec{x})$	$P^+(-t, \vec{x})$	$-P^-(t, -\vec{x})$	$-P^+(-t, -\vec{x})$
$\psi^+(t, \vec{x})$	$\gamma_0 \psi^+(t, -\vec{x})$	$i\gamma^2 \gamma^0 \bar{\psi}^{-T}(t, \vec{x})$	$i\gamma^1 \gamma^3 \psi^+(-t, \vec{x})$	$i\gamma^2 \gamma^0 \psi^{-T\dagger}(t, -\vec{x})$	$i\gamma_5 \psi^{-T\dagger}(-t, -\vec{x})$
$V_\mu^+(t, \vec{x})$	$V^{+\mu}(t, -\vec{x})$	$-V_\mu^-(t, \vec{x})$	$V^{+\mu}(-t, \vec{x})$	$-V^{-\mu}(t, -\vec{x})$	$-V_\mu^+(-t, -\vec{x})$
$A_\mu^+(t, \vec{x})$	$-A^{+\mu}(t, -\vec{x})$	$A_\mu^-(t, \vec{x})$	$A^{+\mu}(-t, \vec{x})$	$-A^{-\mu}(t, -\vec{x})$	$-A_\mu^-(-t, -\vec{x})$

TABLEAU 1.1 – Transformation d'un champ  $F$  par les symétries  $C, P, T, CP$  et  $CPT$  (de gauche à droite) selon sa nature : scalaire, pseudoscalaire, spineurs de Lorentz, vecteur ou vecteur axial (de haut en bas). Les termes  $\gamma^\mu$  sont les matrices de Dirac.

### 1.3.4 Théorème $CPT$

La transformation combinée de  $C, P, T$  a un statut tout particulier en théorie quantique des champs. En effet, nous verrons dans la section 1.5.2 que les symétries  $C, P, T$  peuvent être violées par l'interaction faible. En revanche, il existe une raison théorique profonde qui empêche la violation de la symétrie  $CPT$  : c'est le théorème  $CPT$  [6], qui stipule que toute théorie quantique des champs locale, invariante de Lorentz et ayant un Hamiltonien hermitien doit être invariante par  $CPT$ . En raison de ce théorème, il est très difficile de concevoir une théorie des champs relativiste réaliste dans laquelle  $CPT$  serait violée, aussi considère-t-on que la Nature conserve<sup>3</sup>  $CPT$ .

Une conséquence directe de la symétrie  $CPT$  est que la violation d'une des trois symétries implique la violation de la symétrie complémentaire. Une autre conséquence est l'égalité de la masse et de la durée de vie d'une particule et de son antiparticule. Elle implique également le fait que la charge électrique entre une particule et son antiparticule doivent être opposées, tout comme leur moment magnétique dipolaire.

## 1.4 Symétries internes

Les symétries internes agissent non pas sur les coordonnées d'espace-temps, mais sur des coordonnées internes, et permettent ainsi de transformer une particule en une autre ayant des nombres quantiques différents mais possédant la même masse. Au contraire des symétries d'espace-temps, leurs représentations irréductibles sont des multiplets de particules dégénérées en masse.

### 1.4.1 Symétries globales

Une symétrie globale ne dépend pas des coordonnées d'espace-temps. La symétrie d'isospin est un exemple de symétrie interne globale. Dans ce cas, le nombre quantique associé est l'isospin, et le groupe de symétrie est  $SU(2)$ . D'autres exemples de symétrie internes sont la symétrie de saveur  $SU(3)_F$ , les symétries baryonique  $U(1)_B$  et leptonique  $U(1)_L$ . Appliqué aux symétries globales, le

<sup>3</sup>La théorie des cordes est une théorie non locale, et pourrait présenter une brisure spontanée de l'invariance de Lorentz. De ce fait, elle ne remplit pas les conditions du théorème  $CPT$ , et pourrait violer cette symétrie.



théorème de Noether implique que si le Lagrangien (ou le Hamiltonien) d'un système physique possède une symétrie globale, alors il doit y avoir un courant et une charge associés qui sont conservés. Par exemple, les symétries  $U(1)$  sont des rotations globales par une phase :

$$\Psi \rightarrow e^{i\phi}\Psi \quad (1.24)$$

Ici, le champ  $\Psi$  a subi une rotation d'une phase  $\phi$ , et cette rotation est identique en tout point de l'espace-temps. Le groupe de symétrie  $U(1)$  est l'ensemble des nombres complexes de module 1. Dans le cas précis de  $U(1)_B$  et  $U(1)_L$ , les courants conservés sont les courants baryonique et leptonique, et les charges conservées sont les nombres baryonique et leptonique.

### 1.4.2 Symétries de jauge et principe de jauge : édification d'une théorie des interactions

Les symétries de jauge, en tant que symétries internes, agissent sur l'état interne des particules. Néanmoins elles dépendent<sup>4</sup> des coordonnées d'espace-temps. Les symétries les plus importantes pour la suite, que nous allons fréquemment retrouver, sont la symétrie électromagnétique  $U(1)_{em}$ , la symétrie d'hypercharge  $U(1)_Y$ , la symétrie d'isospin faible  $SU(2)_L$ , et la symétrie de couleur  $SU(3)_C$ .

L'importance des symétries de jauge en physique des particules vient du principe de jauge : si l'on considère un système physique  $\Psi$  dont la dynamique est décrite par un Lagrangien  $\mathcal{L}$  ayant une symétrie globale  $G$ , alors le fait de promouvoir cette symétrie globale en symétrie locale transforme la théorie initialement libre en une théorie d'interaction. Afin de garder la théorie invariante de jauge, on doit introduire de nouveaux champs de bosons vecteurs, appelés champs de jauge, qui interagissent avec le champ  $\Psi$  de manière invariante de jauge. Le nombre de champs de jauge nécessaires, ainsi que le type d'interaction, dépendent du groupe de symétrie  $G$  considéré. En particulier le nombre de bosons de jauge est égal au nombre de générateurs de  $G$ . Par exemple, la version locale de la transformation (1.24) est :

$$\Psi \rightarrow e^{i\phi(x)}\Psi \quad (1.25)$$

et  $\phi$  est une phase fonction du point d'espace-temps  $x \equiv x_\mu$ . La symétrie  $U(1)$  ayant un seul générateur, l'interaction possède un boson de jauge, qui est la particule qui véhicule cette interaction. Les groupes de symétrie de type  $SU(N)$  possèdent quant à eux  $N^2 - 1$  générateurs.

Ce principe de jauge est la base de l'édification du Modèle Standard, que nous allons présenter dans le chapitre 2, dans le cadre de la description de la violation de  $CP$ . En effet, c'est une théorie de jauge basée sur le groupe de jauge  $G_{MS} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ .

## 1.5 Brisure et violation de symétries

Dans les sections précédentes, nous avons vu l'importance que revêt la conservation d'une symétrie, en particulier à travers le théorème de Noether et le principe de jauge. Nous nous intéressons dans ce qui suit non plus à la conservation, mais à la violation et à la brisure de symétrie.

### 1.5.1 Brisure spontanée de symétrie : mécanisme de Higgs

On appelle brisure spontanée de symétrie pour un système physique le fait que les interactions gouvernant la dynamique du système possèdent une symétrie, alors que l'état fondamental ne la possède pas. En théorie quantique des champs, cela correspond au fait que le Lagrangien d'un système est invariant par une symétrie, mais que le vide ne l'est pas. Par vide, on désigne l'état  $|0\rangle$  qui rend la valeur moyenne du Hamiltonien  $\langle 0|H|0\rangle$  minimale.

L'importance de la notion de brisure spontanée de symétrie est due au théorème de Goldstone [7], qui stipule que si le Lagrangien d'une théorie possède une symétrie globale qui n'est pas une symétrie du vide, alors il existe un boson sans masse, scalaire ou pseudoscalaire, associé à chaque générateur du groupe de symétrie, n'annihilant pas le vide et qui possède les mêmes nombres quantiques. Ces bosons sont appelés bosons de Nambu-Goldstone, ou plus simplement bosons de Goldstone.

---

<sup>4</sup>Mais elles ne transforment pas les coordonnées d'espace-temps.

Le théorème de Goldstone est valable pour les théories avec brisure de symétrie globale. Dans le cas de théories de jauge, la brisure spontanée de symétrie implique le mécanisme de Higgs [8] : des bosons analogues aux bosons de Goldstone sont créés, mais dans ce cas ils ne se manifestent pas explicitement dans le spectre physique. Ils se couplent avec les bosons de jauge non massifs, et génèrent, une fois le spectre de la théorie établi sur le vide non symétrique, des bosons vecteurs massifs, dont le nombre est égal au nombre de bosons de Goldstone que l'on aurait si la symétrie était globale.

La brisure spontanée de symétrie est un élément essentiel du Modèle Standard : en effet, le mécanisme de Higgs est utilisé pour briser  $SU(2) \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ , et permet ainsi de générer les masses des bosons  $W^\pm$  et  $Z$ , tout en respectant la symétrie de jauge du Lagrangien. Le choix de la brisure spontanée la plus simple est basé sur les considérations suivantes :

- le Lagrangien étant invariant par  $SU(2) \otimes U(1)_Y$ , tout ajout doit le laisser invariant ;
- on souhaite générer la masse des  $W^\pm$  et de  $Z$ , mais pas celle du  $\gamma$ . On a donc besoin de trois 'pseudo' bosons de Goldstone  $\phi^+$ ,  $\phi^-$ ,  $\chi$  qui vont se combiner avec les bosons de jauge non massifs de  $SU(2) \otimes U(1)_Y$ .
- $U(1)_{em}$  étant une symétrie du spectre physique, elle doit aussi être une symétrie du vide.

En pratique, si l'on nomme  $\Phi$  le champ supplémentaire permettant de réaliser la brisure  $SU(2) \otimes U(1)_Y \rightarrow U(1)_{em}$ , alors  $\Phi$  doit remplir les conditions suivantes :

- ce doit être un champ scalaire pour que la brisure de symétrie conserve l'invariance de Lorentz ;
- le champ doit être complexe afin d'assurer l'hermiticité du Hamiltonien ;
- il doit posséder une valeur d'isospin et d'hypercharge non nulle afin de briser  $SU(2)_L$  et  $U(1)_Y$ . Plusieurs choix peuvent être effectués, mais le choix le plus simple est un doublet complexe, qui se transforme de façon linéaire sous  $SU(2) \otimes U(1)_Y$  ;
- seules les composantes non chargées de  $\Phi$  peuvent acquérir une valeur moyenne du vide non nulle, afin de préserver la symétrie  $U(1)$  du vide ;
- l'interaction de  $\Phi$  avec les bosons de jauge et les fermions doit être invariante de jauge ;
- l'interaction de  $\Phi$  avec lui-même, caractérisée par le potentiel  $V(\Phi)$ , doit générer la brisure  $\langle 0|\Phi|0 \rangle \neq 0$  ;
- les interactions contenues dans  $V(\Phi)$  doivent être renormalisables.

Le choix le plus simple pour le système  $\Phi$  et la partie du Lagrangien brisant la symétrie du secteur électrofaible est :

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi) \quad (1.26)$$

$$V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (1.27)$$

avec  $\lambda > 0$ , et où  $D_\mu$  est la dérivée covariante (voir section 2.1.2),  $\Phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{2} \end{pmatrix}$  est un doublet complexe, d'hypercharge  $Y = 1$ , et  $V(\Phi)$  est le potentiel renormalisable le plus simple. Selon le signe que prend le paramètre de masse  $-\mu^2$ , il existe deux solutions pour la valeur moyenne du vide  $\langle 0|\Phi|0 \rangle$  qui minimisent  $V(\Phi)$  :

- $-\mu^2 > 0$  : le minimum est alors  $\langle 0|\Phi|0 \rangle = 0$ , le vide reste donc symétrique et la brisure de symétrie n'a pas lieu ;
- $-\mu^2 < 0$  : le minimum est :

$$|\langle 0|\Phi|0 \rangle| = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v}{2} \end{pmatrix}; \quad v \equiv \sqrt{\frac{\mu^2}{\lambda}}; \quad \phi = \arg(\Phi) \quad \text{quelconque} \quad (1.28)$$

et où  $\phi$  est une phase arbitraire. Il existe alors une infinité d'états de vide dégénérés, à cause du nombre infini de valeurs de la phase  $\phi$ . Chaque état de vide est non invariant par  $SU(2) \otimes U(1)_Y$ , et la brisure spontanée de symétrie se produit lorsqu'un état du vide particulier est choisi. En pratique, on choisit le plus simple, correspondant à  $\phi = 0$ .

### 1.5.2 Violation de $C$ , $P$ , $T$

#### Violation de $P$

Jusque dans les années 1950, les symétries  $C$ ,  $P$  et  $T$  ont été considérées comme exactes. Ce n'est qu'en 1956 que Lee et Yang ont suggéré [9] la possibilité de la violation de  $P$  dans l'interaction faible,

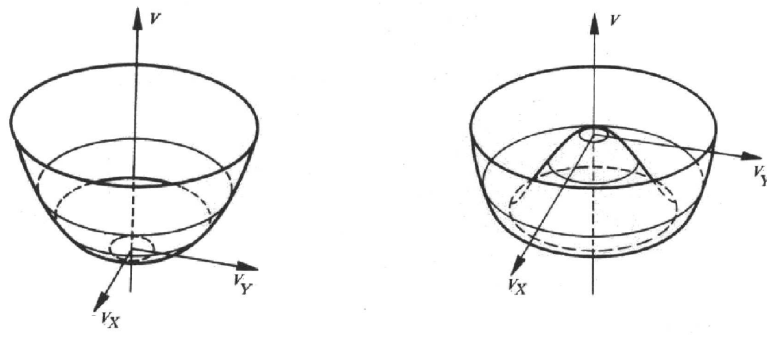


FIGURE 1.1 – Illustration des deux solutions possibles pour le potentiel  $V(\Phi)$  : à gauche,  $-\mu^2 > 0$ , qui ne permet pas de brisure spontanée de symétrie, à droite  $-\mu^2 < 0$  qui produit des états du vide dégénérés.

car aucune preuve expérimentale n'avait démontré le contraire. Ils proposèrent alors des expériences pour tester cette symétrie, basées sur la mesure de quantités pseudoscalaires, comme l'hélicité d'une particule, ou plus généralement un produit scalaire entre le spin d'une particule et l'impulsion d'une autre particule, qui change de signe sous  $P$  : si la valeur moyenne est différente de 0, alors la parité est violée. L'année suivante, Wu mit en évidence [10] la violation de  $P$  dans la désintégration  $\beta^-$  du  $^{60}\text{Co}$  vers un état excité du  $^{60}\text{Ni}$ , qui rejoint son état fondamental par émission de deux  $\gamma$ . Wu observa que les électrons sont émis préférentiellement dans la direction opposée à celle du spin du noyau de  $^{60}\text{Co}$ . Le produit scalaire entre spin et impulsion est alors différent de 0.

Dans la foulée, une autre expérience réalisée par Goldhaber [11] confirma la violation de  $P$ . Utilisant l'émission d'un neutrino après la capture d'un électron par un noyau de  $^{132}\text{Eu}$ , il se rendit compte que le neutrino est systématiquement d'hélicité  $-1$ , c'est-à-dire gauche, ce qui constitue aussi une violation de  $P$ . De nombreuses autres expériences ont tenté depuis de mesurer l'hélicité des neutrinos. En particulier celle du  $\nu_\mu$  a été mesurée directement [12]. Toutes ont trouvé que le neutrino a une hélicité  $-1$ , tandis que l'anti-neutrino est toujours d'hélicité  $+1$ .

## Violation de $C$

L'étude de la violation de  $C$  se fait en considérant un processus et son conjugué de charge, dans laquelle on remplace les particules par leur antiparticule. La conservation de  $C$  implique que les deux processus ont les mêmes propriétés, comme par exemple des sections efficaces ou des taux de désintégration. En général, on trouve que la violation de  $P$  accompagne la violation de  $C$ , comme c'est le cas par exemple dans la désintégration  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$  [13, 14] : le processus conjugué par parité, dans lequel le  $\nu$  serait droit, n'existe pas. Le processus conjugué de charge, à savoir  $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$ , dans lequel l'antineutrino serait gauche, n'existe pas non plus, ce qui est une preuve de la violation de  $C$  dans l'interaction faible. En revanche le conjugué  $CP$  est observé, avec le même taux de désintégration.

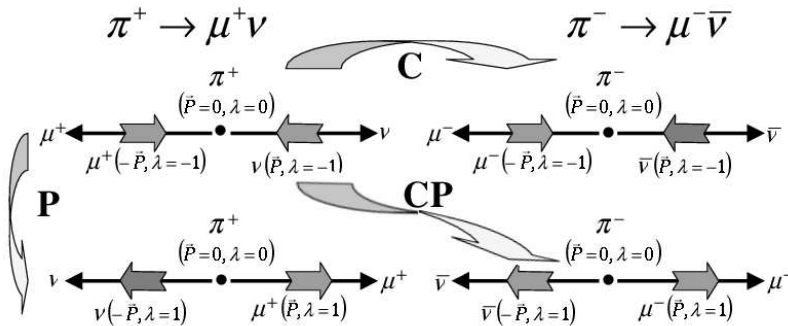


FIGURE 1.2 – Transformations  $C$ ,  $P$  et  $CP$  de la désintégration  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$ .

## Violation de $T$

La recherche de la violation de  $T$  consiste à étudier l'amplitude  $A_{I \rightarrow F}$  de transition d'un état  $I$  vers un état  $F$ , et à le comparer à l'amplitude  $A_{F \rightarrow I}$  de la transition de l'état  $F$  vers l'état  $I$  : si  $T$  est conservée, les amplitudes doivent être égales, et on doit observer  $|A_{I \rightarrow F}| = |A_{F \rightarrow I}|$ . Les premières tentatives de mise en défaut de la conservation de  $T$  ont eu lieu dans les années 1960, avec les processus  $\gamma + d \rightleftharpoons p + n$  [15, 16]. La violation de  $T$  n'a pas été mise en évidence dans les interactions forte et électromagnétique. En revanche, elle a été observée dans l'interaction faible lors de l'étude des désintégrations  $K^0 \rightarrow \pi e \nu$  par l'expérience CPLEAR [17].

### 1.5.3 Violation de $CP$

#### Mise en évidence expérimentale

Nous avons vu dans l'étude des désintégrations leptoniques  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$  (section 1.5.2) que la violation simultanée de  $P$  et de  $C$  n'implique pas nécessairement celle de  $CP$ . Ceci avait d'ailleurs été déjà souligné auparavant, par Wick *et al.* [18] en 1952 puis par Landau [19] en 1957. La première mise en évidence expérimentale de la violation de  $CP$  a été réalisée en 1964, par Christenson, Cronin, Fitch et Turlay [20], dans le système des kaons neutres. Il existe deux états physiques possibles pour les  $K$  neutres : le  $K_L^0$ , qui possède une durée de vie longue, et le  $K_S^0$ , de durée plus courte.  $K_L^0$  est sa propre antiparticule : il possède en effet une masse et une largeur bien définies, et il n'existe pas d'autre particule ayant la même masse. C'est un état propre de  $CP$ , de valeur  $CP = -1$ . Son mode principal de désintégration est  $K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^+ \pi^-$ , qui est un état propre de  $CP$ , avec  $CP = -1$ . Or Christenson *et al.* ont également observé la désintégration  $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-$ , dont l'état final est  $CP = +1$  :  $CP$  n'était donc pas respectée dans l'interaction faible.

L'observation de la violation de  $CP$  a immédiatement soulevé un grand enthousiasme, et de nombreuses recherches dans le système des  $K$  ont été conduites par la suite. La violation de  $CP$  a été en particulier confirmée dans les désintégrations  $K_{3L}$ , dans lesquelles le processus  $K_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}$  et son conjugué de charge  $K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu$  ont tous deux été observés, mais avec un taux plus faible pour le second. Ceci établit la violation de  $C$  et de  $CP$  simultanément : de  $CP$  parce que les deux processus ont lieu, alors qu'un seul devrait être observé du fait que  $K_L^0$  est de  $CP = -1$ , et de  $C$  parce que les deux processus n'ont pas les mêmes probabilités. La violation de  $CP$  directe dans le système des kaons a été mise en évidence plus récemment en 1999 [21, 22].

Par ailleurs des recherches de violation de  $CP$  ont été menées dans d'autres secteurs que les  $K$ . En particulier, le secteur des mésons  $B$  laissait entrevoir des sources importantes de violation de  $CP$ , comme nous allons l'expliquer dans le chapitre suivant. Ce fut la raison pour laquelle les usines à  $B$  BABAR et Belle ont été construites, avec succès puisqu'elles ont mis en évidence cette violation en 2001 [23, 24].

#### Importance de la violation de $CP$

L'étude de la violation de  $CP$  revêt une importance théorique particulière. En effet, elle a un lien fort avec la cosmologie. Un des buts majeurs de la cosmologie est de comprendre la composition de l'univers. La compréhension de la nucléosynthèse (génération dynamique de l'abondance observée des différents noyaux) est très bonne, en particulier pour les noyaux légers. Il n'en va pas de même pour une quantité plus élémentaire, la densité baryonique de l'univers  $\Delta n_{baryon} \equiv n_b - n_{\bar{b}}$ , définie comme la différence entre le nombre de baryons  $n_b$  et le nombre d'antibaryons  $n_{\bar{b}}$ . On observe environ [25] :

$$\frac{\Delta n_{baryon}}{n_\gamma} = (4 - 6) \times 10^{-11} \quad (1.29)$$

où  $n_\gamma$  est la densité de photons dans le bruit de fond diffus cosmologique. Par ailleurs, dans notre région de l'univers, on n'observe pratiquement pas d'antibaryons :  $n_{\bar{b}} \ll n_b \ll n_\gamma$ . L'hypothèse de l'existence de zones adjacentes où de l'antimatière dominerait, formant ainsi une juxtaposition de matière et d'antimatière résultant en un tout symétrique *en moyenne*, est possible mais très improbable. En effet, aucun mécanisme dans lequel un univers initialement symétrique en matière et antimatière et suivant une évolution de Big Bang ne semble envisageable pour expliquer de telles

hétérogénéités. De même, un processus d'annihilation ne permettrait pas de créer des régions avec un  $\Delta n_{baryon}$  aussi important. Enfin, le contact de ces zones de matière et d'antimatière devrait induire des flux de photons très importants qui n'ont pas été observés.

Les conditions permettant l'apparition d'une telle asymétrie ont été énoncées par Sakharov [26], et sont au nombre de trois. On suppose que  $\Delta n_{baryon}$  était nul à  $t = 0$ , alors :

- puisque les nombres initial et final de baryons sont différents, il doit exister des processus violant la conservation du nombre baryonique ;
- les symétries  $C$  et  $CP$  doivent être violées : en effet, considérons des baryons  $X$  et  $\bar{X}$  pouvant se désintégrer vers des états finaux  $Y_i$  et  $\bar{Y}_i$  avec respectivement des rapports d'embranchement  $f_i = Br(X \rightarrow Y_i(\Delta B_i))$  et  $\bar{f}_i = Br(\bar{X} \rightarrow \bar{Y}_i(-\Delta B_i))$ , où  $\Delta B_i$  représente la variation du nombre baryonique du mode de désintégration  $i$ . Le bilan en baryons  $B_{bilan}$  à l'issue de ces processus est :

$$\begin{aligned} B_{bilan} &\propto \sum_i B(X \rightarrow Y_i(\Delta B_i)) \cdot \Delta B_i + \sum_i B(\bar{X} \rightarrow \bar{Y}_i(-\Delta B_i)) \cdot (-\Delta B_i) \\ &\propto \sum_i (f_i - \bar{f}_i) \Delta B_i \end{aligned} \quad (1.30)$$

On obtient  $B_{bilan} \neq 0$  s'il existe un processus  $i$  avec  $\Delta B_i$  (on retrouve la première condition de Sakharov) et ayant  $f_i \neq \bar{f}_i$ . L'égalité entre  $f_i$  et  $\bar{f}_i$  est assurée soit par la conservation de  $C$ , soit par la conservation de  $CP$  : chacune de ces symétries relie en effet un processus avec des particules à son processus avec des antiparticules, la différence résidant dans le fait que  $C$  ne modifie pas les hélicités, alors que  $CP$  les renverse. Comme on ne considère que le nombre final de baryons indépendamment de leur hélicités, il faut bien la violation à la fois de  $C$  et de  $CP$  ;

- enfin, si l'on veut respecter le théorème  $CPT$ , les processus violant  $CP$  et la conservation du nombre baryonique doivent avoir lieu hors équilibre thermique, puisque s'il y avait équilibre thermique, le temps deviendrait un paramètre non pertinent, et l'invariance par  $CPT$  se réduirait à l'invariance  $CP$ .

La présence simultanée des trois conditions est possible dans les Théories de Grande Unification (GUT)[27] : comme ces théories arrangent les quarks et les leptons dans des représentations de groupes de jauge communes, des interactions de jauge changeant les nombres leptoniques et baryoniques existent. De plus, ces théories permettent la violation de  $CP$ . Enfin, la Grande unification implique une transition de phase à l'échelle de masse  $M_{GUT} = 10^{16}$  GeV, ce qui implique que l'équilibre thermodynamique est rompu lors de la brisure de la symétrie de Grande Unification.

Si  $C$  et  $CP$  sont violées simultanément, alors l'asymétrie du nombre baryonique sera déterminée par l'amplitude de la violation la plus faible. Dans l'interaction faible,  $C$  est violée plus fortement que  $CP$ , c'est donc  $CP$  qui détermine l'asymétrie baryonique. Or l'amplitude de la violation de  $CP$  dans le cadre du Modèle Standard n'est pas suffisante [28, 29] pour expliquer l'asymétrie observée, car elle conduit à  $\frac{\Delta n_{baryon}}{n_\gamma} = \mathcal{O}(10^{-20})$ . D'autres sources de violation de  $CP$ , au-delà du Modèle Standard, sont donc nécessaires. Néanmoins, l'étude de la violation de  $CP$  dans le secteur électrofaible est une première étape indispensable à la compréhension plus globale de la violation de  $CP$ .

## 1.6 Conclusion

La description des particules et de leurs interactions nécessite l'introduction de la théorie quantique des champs. Les symétries ont joué un rôle central dans la construction de cette théorie : la nécessité de l'invariance relativiste a mis en évidence l'importance du groupe de Lorentz, à partir duquel on construit les champs des particules, qui à leur tour permettent de définir les termes invariants de Lorentz dans le Lagrangien. Les symétries de jauge permettent de passer d'une théorie libre à une théorie d'interaction. Les brisures de symétrie permettent de générer la masse des particules. Enfin, les symétries discrètes permettent de contraindre la forme des interactions selon qu'elles sont respectées ou non dans la Nature par cette interaction. De par son côté inattendu et son lien avec la composition de l'univers, la violation de  $CP$  tient une place bien spéciale, et une meilleure compréhension de son mécanisme est cruciale.

Maintenant que le caractère fondamental des symétries et de leur violation dans l'édification du Modèle Standard a été souligné, nous nous intéressons plus particulièrement à la violation de  $CP$ , qui est l'objet de cette thèse. Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord la manière dont la violation de  $CP$  est décrite dans le Modèle Standard. Ceci fera apparaître la matrice  $CKM$ , et le triangle d'unitarité, dont nous cherchons à mesurer l'un des angles, appelé  $\gamma$ . Dans un deuxième temps, nous décrivons les différentes manifestations expérimentales de la violation de  $CP$ , avant de donner une brève description des mesures des paramètres  $CKM$  autres que l'angle  $\gamma$ , qui sera traité de façon plus approfondie dans le chapitre suivant.

## 2.1 Modèle Standard

La violation de  $CP$  ayant été mise en évidence expérimentalement [20], celle-ci a dû être prise en compte dans le Modèle Standard de Glashow, Salam et Weinberg [30, 31, 32], qui est la théorie minimale décrivant les interactions forte et électrofaible des fermions et des leptons. Nous expliquons comment cela est réalisé dans cette section.

Le Modèle Standard est une théorie quantique des champs renormalisable, invariante de jauge, dont le groupe de jauge est  $G_{MS} = SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y$ , où  $SU(3)_C$  est le groupe de jauge de l'interaction forte, et  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  est le groupe de jauge de l'interaction électrofaible.

### 2.1.1 Secteurs du Modèle Standard

Le Modèle Standard peut être décomposé en trois secteurs [33] : le secteur des fermions, le secteur de jauge, et le secteur scalaire.

#### Quarks et leptons

Les quarks et les leptons sont des fermions de spin  $\frac{1}{2}$ . Ils sont décrits par des champs spinoriels, et se distinguent par la représentation du groupe de jauge  $G_{MS}$  qu'ils engendrent, et par leur masse. L'observation a permis de les classer en trois générations identiques du point de vue des nombres quantiques de  $SU(3)_C$ , de  $SU(2)_L$ , et de  $U(1)_Y$  :

$$1^{re} \text{ génération : } f_L = \begin{pmatrix} \nu_{eL} \\ e_L^- \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} u_L \\ d_L \end{pmatrix}; f_R = e_R^-, u_R, d_R \quad (2.1)$$

$$2^{e} \text{ génération : } f_L = \begin{pmatrix} \nu_{\mu L} \\ \mu_L^- \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} c_L \\ s_L \end{pmatrix}; f_R = \mu_R^-, c_R, s_R \quad (2.2)$$

$$3^{e} \text{ génération : } f_L = \begin{pmatrix} \nu_{\tau L} \\ \tau_L^- \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} t_L \\ b_L \end{pmatrix}; f_R = \tau_R^-, t_R, b_R \quad (2.3)$$

Les spineurs gauches et droits sont définis à l'aide de l'opérateur de chiralité  $\gamma_5$  :

$$e_L^- = \frac{1 - \gamma_5}{2} e^-$$

$$e_R^- = \frac{1 + \gamma_5}{2} e^-$$

et se transforment en doublet et singulet de  $SU(2)_Y$  respectivement :

$$\begin{aligned} f_L &\rightarrow e^{i\vec{T}\vec{\theta}} f_L \\ f_R &\rightarrow f_R \end{aligned} \quad (2.4)$$

où  $T_i = \frac{\sigma_i}{2}$ ,  $i = 1...3$  (les  $\sigma_i$  sont les matrices de Pauli) sont les générateurs de  $SU(2)_Y$ .

## Bosons de jauge

Le secteur de jauge du Modèle Standard contient les bosons médiateurs des interactions. Il comprend huit gluons  $g_\alpha$  ( $\alpha = 1...8$ ) qui sont les bosons de jauge de  $SU(3)_C$ , et les quatre bosons de jauge de  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  :  $\gamma$ ,  $W^\pm$ ,  $Z$ . Les gluons sont de masse nulle, électriquement neutres, et portent un nombre quantique de couleur. Ils sont au nombre de huit du fait du nombre de générateurs de  $SU(3)_C$ . De par cette charge de couleur, les gluons peuvent interagir non seulement avec les quarks, mais aussi entre eux. Les bosons  $W^\pm$  et  $Z$ , de charge électrique respective  $+1$  et  $0$ , sont également massifs et peuvent aussi interagir entre eux. En revanche, le photon  $\gamma$  possède une masse et une charge nulles, et ne peut pas interagir avec lui-même.

## Boson scalaire

Le fait que les bosons de jauge de l'interaction faible  $W^\pm$  et  $Z$  soient massifs ( $M_{W^\pm} \neq 0$ ,  $M_Z \neq 0$ ) implique que  $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$  n'est pas une symétrie du vide. A l'opposé, la masse nulle du photon traduit le fait que  $U(1)_{em}$ , la symétrie de jauge de l'interaction électromagnétique, est une bonne symétrie du vide. Le mécanisme de brisure de symétrie spontanée dans le Modèle Standard doit donc être :

$$SU(3)_C \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_Y \rightarrow SU(3)_C \otimes U(1)_{em} \quad (2.5)$$

Cette brisure est effectuée par le mécanisme de Higgs, présenté dans la section 1.5.1, et permet de générer la masse des bosons  $W^\pm$  et  $Z$ , ainsi que celle des fermions. Elle implique l'existence d'un boson scalaire supplémentaire, le boson de Higgs, électriquement neutre, encore non observé.

### 2.1.2 Lagrangien du Modèle Standard

La recherche de sources de violation de  $CP$  doit se faire au sein du Lagrangien, comme toute étude de symétrie. Le Modèle Standard n'empêche pas la violation de  $CP$  par l'interaction forte. Cependant, l'étude du moment dipolaire électrique du neutron [34] montre que le paramètre déterminant l'amplitude de la violation de  $CP$  de l'interaction forte<sup>1</sup> est petit, et son influence est négligeable dans les désintégrations des hadrons. Nous ne nous intéressons donc ici qu'à la violation de  $CP$  dans le secteur électrofaible.

La densité lagrangienne<sup>2</sup> du Modèle Standard pour le secteur électrofaible est :

$$\mathcal{L}_{EW} = \mathcal{L}_f + \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_{Higgs} + \mathcal{L}_{Yukawa} \quad (2.6)$$

Le premier terme de l'équation (2.6) représente le Lagrangien des fermions :

$$\mathcal{L}_f = \sum_f (\bar{f}_L(i\not{D})f_L + \bar{f}_R(i\not{D})f_R) \quad (2.7)$$

<sup>1</sup>Une revue de la violation de  $CP$  par l'interaction forte est disponible dans la référence [35].

<sup>2</sup>Appelée abusivement Lagrangien dans ce qui suit.

où  $\not{D} \equiv D^\mu \gamma_\mu$ , et  $D^\mu$  est la dérivée covariante :

$$D^\mu = \partial_\mu - igW_a^\mu T_a - ig' \frac{Y}{2} B^\mu \quad (2.8)$$

qui contient les constantes de couplage  $g$  pour  $SU(2)_L$  et  $g'$  pour  $U(1)_Y$ .  $W_\mu^i$ ,  $i = 1...3$  représentent les bosons de jauge de  $SU(2)_Y$  et  $B_\mu$  le boson de jauge<sup>3</sup> de  $U(1)_Y$ .

$\mathcal{L}_G$  est le Lagrangien des bosons de jauge :

$$\mathcal{L}_G = -\frac{1}{4}(W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} + B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}) + \mathcal{L}_{FP} + \mathcal{L}_{GF} \quad (2.9)$$

avec :

$$W_{\mu\nu}^i = \partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i + g\epsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k \quad (2.10)$$

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu \quad (2.11)$$

Les termes  $\mathcal{L}_{FP}$  et  $\mathcal{L}_{GF}$  représentent respectivement le Lagrangien de Faddeev-Popov et le terme d'ajustement de jauge, indispensables à toute théorie de jauge.

Bien que les quarks et les leptons (mis à part les neutrinos<sup>4</sup>) soient dotés d'une masse, un terme de masse (qui est de la forme  $m_\psi \bar{\psi}_L \psi_R$ ) ne peut pas apparaître dans  $\mathcal{L}_f$  car il violerait l'invariance de jauge. La masse des fermions est donc générée par le mécanisme de Higgs (voir section 1.5.1). Le terme  $\mathcal{L}_{Higgs}$  dans  $\mathcal{L}_{EW}$  est le Lagrangien du champ scalaire de Higgs :

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) + \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda (\Phi^\dagger \Phi)^2 \quad (2.12)$$

avec la notation pour le doublet de Higgs :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi_0 \end{pmatrix} \quad (2.13)$$

$\mathcal{L}_{Yukawa}$  est le Lagrangien de Yukawa, qui couple le champ de Higgs aux quarks et aux leptons :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = - \sum_{i,j=1}^{n_g} [Y_{ij}^D (\bar{Q}_{Li} \Phi) D_{Rj} + Y_{ij}^U (\bar{Q}_{Li} \tilde{\Phi}) U_{Rj} + Y_{ij}^l (\bar{E}_{Li} \Phi) l_{Rj} + h.c.] \quad (2.14)$$

où  $h.c.$  représente le conjugué hermitien, et où nous avons introduit les notations pour les états propres de saveur :

$$\begin{aligned} E_L &= \begin{pmatrix} \nu_{lL} \\ l_L \end{pmatrix}; & l_R; & \text{avec } l = e^-, \mu^-, \tau^- \\ Q_L &= \begin{pmatrix} U_L \\ D_L \end{pmatrix}; & U_R, D_R; & \text{avec } U = u, c, t \text{ et } D = d, s, b \\ \tilde{\Phi} &= i\sigma_2 \Phi = \begin{pmatrix} \phi_0^* \\ -\phi^- \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.15)$$

et où  $n_g$  correspond au nombre de générations ( $n_g = 3$  dans le Modèle Standard). Les termes de couplage  $Y_{ij}^D$ ,  $Y_{ij}^U$  et  $Y_{ij}^l$  dans  $\mathcal{L}_{Yukawa}$  sont des matrices  $n_g \times n_g$  complexes, mais pas nécessairement hermitiennes ou symétriques : ce côté arbitraire est responsable du nombre de paramètres libres dans le Modèle Standard. L'absence (expérimentale) de neutrinos droits implique que les neutrinos n'ont pas de couplage de Yukawa. Ils sont donc de masse nulle dans le Modèle Standard.

A partir des équations (2.7) et (2.8), on obtient le Lagrangien d'interaction des quarks et des leptons :

$$\mathcal{L}_{int} = \mathcal{L}_{CC} + \mathcal{L}_{NC} \quad (2.16)$$

---

<sup>3</sup>Nous verrons un peu plus loin dans cette section comment ils sont reliés aux bosons de jauge physiques  $W^\pm$ ,  $Z$  et  $\gamma$ .

<sup>4</sup>Le Modèle Standard a été bâti avec l'hypothèse que les  $\nu$  ne sont pas massifs. Aujourd'hui, nous savons que ce n'est pas le cas [36].



où  $\mathcal{L}_{CC}$  et  $\mathcal{L}_{NC}$  sont les Lagrangiens des courants chargés et neutres respectivement :

$$\mathcal{L}_{CC} = \frac{g}{\sqrt{2}}(J_\mu^+ W^{\mu+} + J_\mu^- W^{\mu-}) \quad (2.17)$$

$$\mathcal{L}_{NC} = e J_\mu^{em} A^\mu + \frac{g}{\cos \theta_W}(J_\mu^3 - \sin^2 \theta_W J_\mu^{em}) Z^\mu \quad (2.18)$$

Les courants chargés  $J_\mu^+$  et neutres  $J_\mu^3$ ,  $J_\mu^{em}$  sont :

$$J_\mu^+ = \bar{U}_L \gamma_\mu D_L + \bar{\nu}_L \gamma_\mu l_L \quad (2.19)$$

$$J_\mu^3 = \frac{1}{2}(\bar{U}_L \gamma_\mu U_L - \bar{D}_L \gamma_\mu D_L + \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \bar{l}_L \gamma_\mu l_L) \quad (2.20)$$

$$J_\mu^{em} = \frac{2}{3}(\bar{U}_L \gamma_\mu U_L + \bar{U}_R \gamma_\mu U_R) - \frac{1}{3}(\bar{D}_L \gamma_\mu D_L + \bar{D}_R \gamma_\mu D_R) - (\bar{l}_L \gamma_\mu l_L + \bar{l}_R \gamma_\mu l_R) \quad (2.21)$$

Les bosons de jauge physiques  $W^{\pm\mu}$ ,  $A^\mu$ ,  $Z^\mu$  sont reliés aux bosons électrofaibles par :

$$W^{\pm\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_1^\mu \mp i W_2^\mu) \quad (2.22)$$

$$\begin{pmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_W & \sin \theta_W \\ -\sin \theta_W & \cos \theta_W \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B^\mu \\ W_3^\mu \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

$\theta_W$  est l'angle de Weinberg qui peut s'exprimer en fonction des constantes de couplage par :

$$\begin{aligned} \cos \theta_W &= \frac{g}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \\ \sin \theta_W &= \frac{g'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \\ e &= g \sin \theta_W \end{aligned} \quad (2.24)$$

### 2.1.3 Violation de $CP$ dans $\mathcal{L}_{EW}$ : matrice $CKM$

Pour déceler une source éventuelle de violation de  $CP$ , il faut étudier les différents termes qui entrent dans le Lagrangien. Or un Lagrangien purement de jauge est nécessairement invariant par  $CP$  [37]. Par ailleurs, dans le Modèle Standard, il n'existe qu'un doublet de Higgs. L'hermiticité de  $\mathcal{L}_{Higgs}$  implique que tous les paramètres du potentiel scalaire de Higgs sont réels, ce qui empêche toute violation de  $CP$  dans  $\mathcal{L}_{Higgs}$ . Ainsi, la violation de  $CP$  ne peut provenir que de la présence simultanée des interactions de jauge et des interactions de Yukawa.

Revenons tout d'abord au terme de Yukawa. Après avoir effectué la brisure spontanée de symétrie de jauge, le champ de Higgs devient, en jauge unitaire :

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

où  $v = \langle 0|\Phi|0 \rangle$  est la valeur moyenne du champ de Higgs dans le vide, et  $h$  est le champ correspondant au boson de Higgs. On peut alors réécrire le Lagrangien de Yukawa :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = - \sum_{i,j=1}^{n_g} [Y_{ij}^D \bar{D}_{Li} D_{Rj} + Y_{ij}^U \bar{U}_{Li} U_{Rj} + Y_{ij}^l \bar{l}_{Li} l_{Rj} + h.c.] \frac{v}{\sqrt{2}} \left(1 + \frac{h}{v}\right) \quad (2.26)$$

Les termes proportionnels à  $v$  couplent les composantes gauche et droite des champs de quarks et de leptons, et génèrent les termes de masse. Pour obtenir les états propres de masse des quarks et des leptons, on diagonalise les matrices complexes :

$$M_{jk}^U \equiv -\frac{v}{\sqrt{2}} Y_{jk}^U; \quad M_{jk}^D \equiv -\frac{v}{\sqrt{2}} Y_{jk}^D; \quad M_{jk}^l \equiv -\frac{v}{\sqrt{2}} Y_{jk}^l; \quad (2.27)$$

appelées matrices de masse. On définit pour cela six matrices unitaires  $V_L^a$  et  $V_R^a$  ( $a = U, D, l$ ) :

$$M_{diag}^a = V_L^a M^a V_R^{a\dagger} \quad (2.28)$$

où  $M_{diag}^a$  est une matrice diagonale réelle. Les champs de quarks et de leptons sont ainsi exprimés dans la base des états propres de masse (distingués des états propres de saveur par l'exposant  $m$ ) :

$$\begin{aligned} D_{Li}^m &= (V_L^D)_{ij} D_{Lj}, & D_{Ri}^m &= (V_R^D)_{ij} D_{Rj} \\ U_{Li}^m &= (V_L^U)_{ij} U_{Lj}, & U_{Ri}^m &= (V_R^U)_{ij} U_{Rj} \\ l_{Li}^m &= (V_L^l)_{ij} l_{Lj}, & l_{Ri}^m &= (V_R^l)_{ij} l_{Rj} \end{aligned} \quad (2.29)$$

Le Lagrangien de Yukawa devient alors :

$$- \sum_{i,j=1}^{n_g} [M_{diag,ij}^D \bar{D}_{Li} D_{Rj} + M_{diag,ij}^U \bar{U}_{Li} U_{Rj} + M_{diag,ij}^l \bar{l}_{Li} l_{Rj} + h.c.] \frac{v}{\sqrt{2}} \left( 1 + \frac{h}{v} \right) \quad (2.30)$$

qui ne fait plus apparaître les matrices  $V_L^a$  et  $V_R^a$ . Exprimé sous cette forme, ce Lagrangien conserve  $P$ ,  $C$ , et donc  $CP$ .

Intéressons nous maintenant à  $\mathcal{L}_f$ . Si l'on cherche à réexprimer  $\mathcal{L}_f$  en fonction des états propres de masse, on a :

$$\bar{D}_L \gamma_\mu D_L = \bar{D}_L^m V_L^D \gamma_\mu V_L^{D\dagger} D_L^m = \bar{D}_L^m \gamma_\mu D_L^m \quad (2.31)$$

et de même pour  $\bar{U}_L \gamma_\mu U_L$  et  $\bar{l}_L \gamma_\mu l_L$ . Par conséquent, le Lagrangien d'interaction impliquant les courants neutres  $\mathcal{L}_{NC}$  ainsi que les termes faisant intervenir  $\partial$  dans l'équation (2.8) sont invariants par ce changement de base. En revanche les courants chargés se transforment en :

$$J_\mu^+ = \bar{U}_L^m \gamma_\mu V_L^U V_L^{D\dagger} D_L^m + \bar{\nu}_L^m \gamma_\mu l_L^m \quad (2.32)$$

Posons :

$$V_{CKM} = V_L^U V_L^{D\dagger} \quad (2.33)$$

$V_{CKM}$  est la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (matrice  $CKM$ ). Elle traduit le mélange entre les quarks *via* les bosons chargés de l'interaction faible. Dans le cas de trois générations de quarks, c'est une matrice  $3 \times 3$ . Par convention, elle agit sur les états propres de masse pour les quarks de charge  $-\frac{e}{3}$  :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Les termes diagonaux correspondent à des transitions entre quarks de la même génération, tandis que les termes non-diagonaux correspondent à des transitions inter-génération. Les processus dans lesquels un  $W^-$  est émis ou un  $W^+$  est absorbé ont une amplitude proportionnelle à  $V_{ij}$ , alors que ceux pour lesquels un  $W^+$  est émis ou un  $W^-$  est absorbé ont une amplitude proportionnelle à  $V_{ij}^*$  (figure 2.1). La matrice  $CKM$  est donc la seule source potentielle de violation de  $CP$  dans  $\mathcal{L}_{EW}$ .

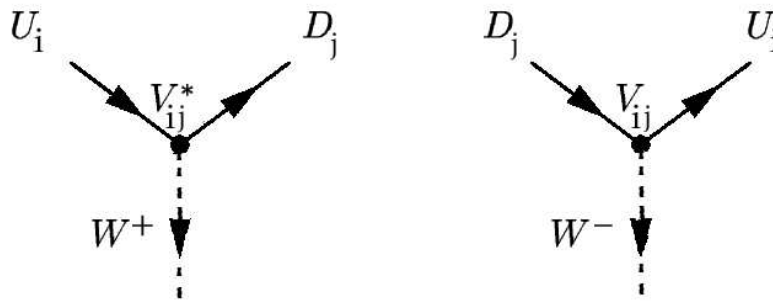


FIGURE 2.1 – Eléments de la matrice  $CKM$  mis en jeu en fonction de la transition entre quarks ( $U = u, c, t$  et  $D = d, s, b$ ).

### 2.1.4 Propriétés de la matrice $CKM$

La matrice  $CKM$  est un produit de matrices de masse, unitaires sous l'hypothèse de l'universalité du couplage faible :  $g^l = g^\nu = g^U = g^D$ .  $V_{CKM}$  est donc unitaire par construction :

$$\sum_j V_{ij}^\dagger V_{jk} = \delta_{ik} \quad (2.34)$$

Même si les matrices de masse des quarks, et donc  $V_{CKM}$ , sont complexes, cela n'implique pas qu'elles vont nécessairement générer des conséquences observables telles que la violation de  $CP$ . En effet, une matrice unitaire  $n \times n$  possède  $n^2$  paramètres réels indépendants :

- il y a un total  $2n^2$  paramètres réels du fait que la matrice est complexe,
- l'unitarité  $\sum_j V_{ij} V_{jk}^* = \delta_{ij}$  implique  $n$  contraintes pour la normalisation de chaque colonne, ainsi que  $n(n-1)$  contraintes réelles et imaginaires assurant l'orthogonalité entre chaque paire de colonnes.

Parmi les  $n^2$  paramètres restants, tous ne sont pas physiques, car pour  $n$  générations de quarks, on peut réabsorber  $2n-1$  phases par changement des conventions de phase des champs de quark :

$$U_{Lk} \rightarrow e^{i\phi_k^U} U_{Lk}, \quad D_{Lk} \rightarrow e^{i\phi_k^D} D_{Lk} \quad (2.35)$$

ce qui se traduit par :

$$V_{CKM} \rightarrow \text{diag}(e^{-i\phi_1^U}, \dots, e^{-i\phi_n^U}) \times V_{CKM} \times \text{diag}(e^{i\phi_1^D}, \dots, e^{i\phi_n^D}) \quad (2.36)$$

Une phase globale étant sans effet,  $2n-1$  phases relatives peuvent être éliminées de  $V_{CKM}$ , si bien que  $V_{CKM}$  possède  $(n-1)^2$  paramètres physiques indépendants. Parmi eux,  $n(n-1)/2$  correspondent à des angles de rotation<sup>5</sup>, ce qui mène à  $(n-1)(n-2)/2$  phases indépendantes. Ces résultats sont résumés dans le tableau 2.1.4 pour deux, trois et quatre générations de quarks. En particulier, ce tableau montre qu'il faut au moins trois générations de quarks pour faire apparaître au moins une phase complexe dans la matrice  $CKM$ , c'est-à-dire au moins trois générations pour faire apparaître la violation de  $CP$ . Dans le cas de deux générations, on retrouve la matrice de Cabibbo et  $CP$  est conservée. La matrice  $CKM$  possède neuf éléments de matrice, mais seulement quatre paramètres sont indépendants.

La symétrie  $CP$  n'est pas nécessairement violée avec trois générations de quarks. En effet, si deux quarks parmi  $u, c, t$  ou deux quarks parmi  $d, s, b$  étaient dégénérés (c'est-à-dire de même masse), un angle de mélange et une phase pourraient être éliminés de  $V_{CKM}$ . La violation de  $CP$  requiert donc  $m_u \neq m_c \neq m_t \neq m_u$  et  $m_d \neq m_s \neq m_b \neq m_d$ . Par ailleurs,  $CP$  serait également conservée :

- si l'un des angles de mélange prenait une valeur de 0 ou  $\frac{\pi}{2}$  ;
- si la phase valait 0 ou  $\pi$ .

Il est possible de résumer toutes ces conditions en une seule, indépendante de toute convention de phase. Pour cela, on définit le commutateur des matrices de masse dans la base d'interaction :

$$iC_j \equiv [M^U M^{U\dagger}, M^D M^{D\dagger}] \quad (2.37)$$

dont on peut montrer [35] qu'il vérifie :

$$\det C_J = -2J(m_t^2 - m_c^2)(m_c^2 - m_u^2)(m_t^2 - m_u^2)(m_b^2 - m_s^2)(m_s^2 - m_d^2)(m_b^2 - m_d^2) \quad (2.38)$$

où  $J$  est l'invariant de Jarlskog, défini à partir de la condition d'unitarité de la matrice  $CKM$  :

$$\Im m[V_{\alpha j} V_{\alpha k}^* V_{\beta k} V_{\beta j}^*] = J \sum_{\gamma, l=1}^3 \epsilon_{\alpha\beta\gamma} \epsilon_{jkl} \quad (2.39)$$

---

<sup>5</sup>Une matrice orthogonale  $n \times n$  est construite à partir de  $N = n(n-1)$  angles de rotation indépendants, aussi appelés angles d'Euler.

Nombre de générations de quarks $n$	Nombre de paramètres indépendants $(n-1)^2$	Angles de rotation réels $\frac{1}{2}n(n-1)$	Nombres de phases complexes $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)$
2	1	1	0
3	4	3	1
4	9	6	3

TABLEAU 2.1 – Degrés de liberté de la matrice  $CKM$  en fonction du nombre  $n$  de générations de quarks.

où  $i, j, k$  correspondent aux quarks  $u, c, t$  et  $\alpha, \beta, \gamma$  correspondent à  $d, s, b$ .  $\epsilon_{abc}$  est le tenseur totalement antisymétrique. La condition générale sur les matrices de masse en base d'interaction pour l'obtention de la violation de  $CP$  est :

$$\det C_J \neq 0 \Leftrightarrow \text{Violation de } CP \quad (2.40)$$

Dans le cas où les quarks ne sont pas dégénérés, cette condition devient :

$$\boxed{J \neq 0 \Leftrightarrow \text{Violation de } CP} \quad (2.41)$$

### 2.1.5 Paramétrisation de la matrice $CKM$ et triangle d'unitarité

Nous avons vu dans la partie précédente que la matrice  $CKM$  contient quatre paramètres indépendants. Il existe une infinité de façons de paramétrer  $V_{CKM}$  avec trois angles de rotation et une phase. De plus, on peut faire apparaître la phase dans différents éléments de matrice. Kobayashi et Maskawa avaient choisi [1] une paramétrisation faisant intervenir  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \delta$  :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_1 & -s_1 c_3 & -s_1 s_3 \\ s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 - s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 + s_2 c_3 e^{i\delta} \\ s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 + c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 - c_2 c_3 e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

où  $c_i = \cos \theta_i$ ,  $s_i = \sin \theta_i$ , pour  $i = 1..3$ . Dans le cas limite  $\theta_2 = \theta_3 = 0$ , on retombe sur la forme du mélange de Cabibbo [38], où  $\theta_1$  est l'angle de Cabibbo.

La paramétrisation adoptée par le Particle Data Group [39] est :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix}$$

où  $c_{ij} = \cos \theta_{ij}$  et  $s_{ij} = \sin \theta_{ij}$  sont les angles d'Euler entre les familles de quark  $i$  et  $j$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ).  $\delta_{13}$  est l'unique phase physique responsable de la violation de  $CP$ . Cette paramétrisation permet une interprétation pratique : les angles sont définis de sorte à mettre en relation le mélange entre deux familles, et si l'un de ces angles s'annule, le mélange entre les deux générations s'annule également. Par ailleurs, dans la limite  $\theta_{23} = \theta_{13} = 0$ , la troisième génération se découple et la situation se réduit à celle du mélange de Cabibbo entre les deux premières générations où  $\theta_{12}$  est l'angle de Cabibbo.

Expérimentalement, on observe la hiérarchie  $s_{12} \gg s_{23} \gg s_{13}$  entre les valeurs des angles. On définit alors :

$$s_{12} \equiv \lambda = \frac{|V_{us}|}{\sqrt{|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2}} \quad (2.42)$$

$$s_{23} \equiv A\lambda^2 = \lambda \left| \frac{V_{cb}}{V_{us}} \right| \quad (2.43)$$

$$s_{13}e^{i\delta} \equiv V_{ub}^* = A\lambda(\rho + i\eta) = \frac{A\lambda^3(\bar{\rho} + i\bar{\eta})\sqrt{1 - A^2\lambda^4}}{\sqrt{1 - \lambda^2}(1 - A^2\lambda^4)(\bar{\rho} + i\bar{\eta})} \quad (2.44)$$

ce qui permet de s'assurer que :

– la quantité  $(\bar{\rho} + i\bar{\eta}) = -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*}$  est indépendante de la convention de phase ;  
– la matrice  $CKM$  ainsi paramétrée en fonction de  $\lambda$ ,  $A$ ,  $\bar{\rho}$ ,  $\bar{\eta}$  est unitaire à tous les ordres en  $\lambda$ .  
En utilisant le fait que  $|V_{ub}| = s_{13} \approx 0,003$  et que  $c_{13}$  est proche de l'unité, on obtient :

$$V_{CKM} \approx \begin{pmatrix} c_{12} & s_{12} & s_{13}e^{-i\delta} \\ -s_{12}c_{23} & c_{12}c_{23} & s_{23} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta} & -c_{12}s_{23} & c_{23} \end{pmatrix}$$

On obtient la paramétrisation de Wolfenstein [40] de  $V_{CKM}$  à l'ordre  $\lambda^3$  :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^4)$$

A cet ordre, les paramètres  $\bar{\rho}$  et  $\bar{\eta}$  sont reliés à  $\rho$  et  $\eta$  par :

$$\bar{\rho} = \rho(1 - \frac{\lambda^2}{2}) \quad (2.45)$$

$$\bar{\eta} = \eta(1 - \frac{\lambda^2}{2}) \quad (2.46)$$

Dans cette approximation (valable à  $\mathcal{O}(\lambda^4)$ ), seuls les termes  $V_{ub}$  et  $V_{td}$  sont complexes, et tous les autres termes sont réels. L'invariant de Jarlskog vaut  $J \approx A^2\lambda\eta$ , et donc il ne peut y avoir de violation de  $CP$  que si  $\eta \neq 0$ .

### Triangle d'unitarité

L'unitarité de  $V_{CKM}$  se traduit par :

$$\sum_{i=1}^3 V_{ji}V_{ki}^* = \sum_{i=1}^3 V_{ij}V_{ik}^* = 0 \quad (2.47)$$

pour  $j \neq k$ . De façon plus explicite, on a les six relations :

$$\begin{matrix} V_{ud}^*V_{us} + V_{cd}^*V_{cs} + V_{td}^*V_{ts} \\ \mathcal{O}(\lambda) & \mathcal{O}(\lambda) & \mathcal{O}(\lambda^5) \end{matrix} = \delta_{ds} = 0 \quad (2.48)$$

$$\begin{matrix} V_{ud}V_{cd}^* + V_{us}V_{cs}^* + V_{ub}V_{cb}^* \\ \mathcal{O}(\lambda) & \mathcal{O}(\lambda) & \mathcal{O}(\lambda^5) \end{matrix} = \delta_{uc} = 0 \quad (2.49)$$

$$\begin{matrix} V_{us}^*V_{ub} + V_{cs}^*V_{cb} + V_{ts}^*V_{tb} \\ \mathcal{O}(\lambda^4) & \mathcal{O}(\lambda^2) & \mathcal{O}(\lambda^2) \end{matrix} = \delta_{sb} = 0 \quad (2.50)$$

$$\begin{matrix} V_{td}^*V_{cd} + V_{ts}^*V_{cs} + V_{tb}^*V_{tb} \\ \mathcal{O}(\lambda^4) & \mathcal{O}(\lambda^2) & \mathcal{O}(\lambda^2) \end{matrix} = \delta_{ct} = 0 \quad (2.51)$$

$$\begin{matrix} V_{td}V_{ud}^* + V_{ts}V_{us}^* + V_{tb}V_{ub}^* \\ \mathcal{O}(\lambda^3) & \mathcal{O}(\lambda^3) & \mathcal{O}(\lambda^3) \end{matrix} = \delta_{ut} = 0 \quad (2.52)$$

$$\begin{matrix} V_{ud}V_{ub}^* + V_{cd}V_{cb}^* + V_{td}V_{tb}^* \\ \mathcal{O}(\lambda^3) & \mathcal{O}(\lambda^3) & \mathcal{O}(\lambda^3) \end{matrix} = \delta_{db} = 0 \quad (2.53)$$

Chacune d'entre elles peut être traduite géométriquement dans le plan complexe par un triangle dit d'unitarité, ayant une aire égale à  $\frac{|J|}{2}$  [41].

Ces triangles peuvent être classés en trois catégories :

- les deux premiers, correspondants aux équations (2.48) et (2.49), sont très aplatis : deux côtés sont de l'ordre de  $\lambda$ , tandis que le troisième est de l'ordre de  $\lambda^5$ . Ils correspondent aux désintégrations charmées et étranges : les phases faibles mises en jeu dans ces désintégrations y sont très petites. Ceci explique la petitesse de la violation de  $CP$  dans le système des kaons ;

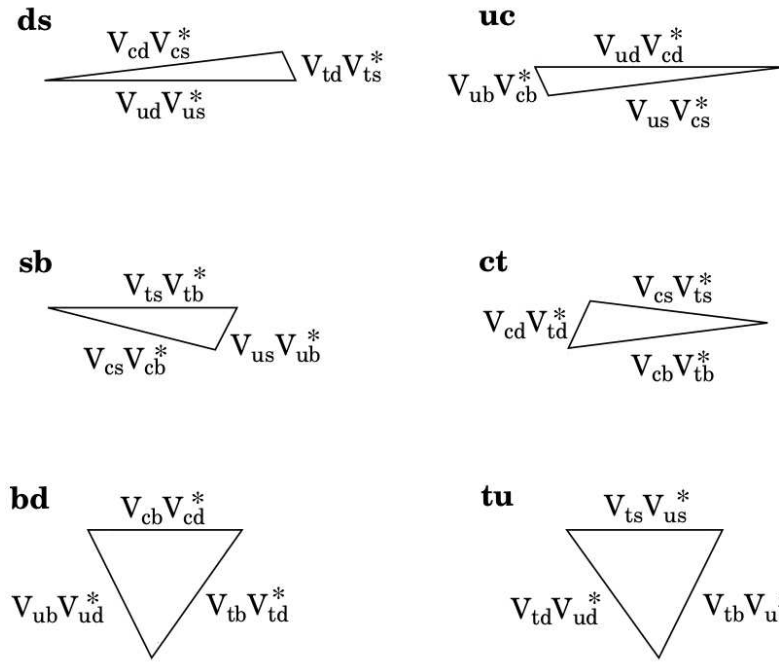


FIGURE 2.2 – Représentation géométrique des relations 2.48 à 2.53. D’après [42]. (Attention, les côtés des triangles ne sont pas à l’échelle.)

- les troisième et quatrième triangles, définis par les équations (2.50) et (2.51), sont encore assez aplatis, mais bien moins que les précédents, car deux côtés sont de l’ordre de  $\lambda^2$ , et le troisième de l’ordre de  $\lambda^4$ . Le triangle correspondant à l’équation (2.50) est relié aux désintégrations du  $B_s$  ;
- les deux derniers triangles, correspondants aux équations (2.52) et (2.53), ont tous deux trois côtés du même ordre de grandeur  $\lambda^3$ . Leurs trois angles sont par conséquent grands, c’est-à-dire de l’ordre de quelques dizaines de degrés.

Le triangle **bd** est particulièrement intéressant car il regroupe les éléments qui, il y a peu, étaient les moins connus de  $V_{CKM}$ . Il est relié aux désintégrations des mésons  $B$  : de larges effets de violation de  $CP$  sont donc attendus pour ce type de particule. Ce triangle est souvent référencé dans la littérature comme *le* triangle d’unitarité (bien que l’unitarité de la matrice  $CKM$  se traduise par six triangles). On redimensionne souvent ce triangle en prenant une convention de phase rendant  $V_{cd}V_{cb}^*$  réel et en divisant chaque côté par  $|V_{cd}V_{cb}^*|$ . Alors on obtient la représentation dans le plan complexe donnée dans la figure 2.3 avec :

$$R_u \equiv \left| \frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right| \approx \sqrt{\rho^2 + \bar{\eta}^2} \quad (2.54)$$

$$R_t \equiv \left| \frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right| \approx \sqrt{(1 - \bar{\rho})^2 + \bar{\eta}^2} \quad (2.55)$$

$$\alpha \equiv \arg \left[ -\frac{V_{td}V_{tb}^*}{V_{ud}V_{ub}^*} \right] \quad (2.56)$$

$$\beta \equiv \arg \left[ -\frac{V_{cd}V_{cb}^*}{V_{td}V_{tb}^*} \right] \quad (2.57)$$

$$\gamma \equiv \arg \left[ -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right] \quad (2.58)$$

Les éléments de la matrice  $CKM$  sont des paramètres fondamentaux du Modèle Standard qui ne sont pas prédictibles par la théorie. Seule l’expérience peut nous révéler leur valeur. Par ailleurs, si le formalisme  $CKM$  permet de bien décrire la violation de  $CP$  dans le Modèle Standard, rien ne dit que la violation de  $CP$  suit réellement ce schéma. Il est donc indispensable de mesurer avec une

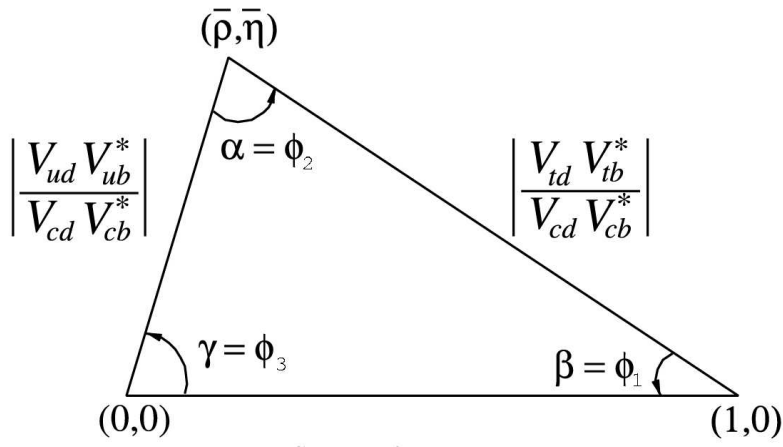


FIGURE 2.3 – Le triangle d'unitarité de la matrice  $CKM$ .

très grande précision tous les paramètres, afin de 'sur-contraindre' le triangle d'unitarité, et voir si les différentes mesures sont en accord : toute déviation pourrait être une signature de nouvelle physique. Ainsi, dans le reste de ce chapitre, nous nous intéressons à l'étude expérimentale de la violation de  $CP$ , et à la mesure des éléments de la matrice  $CKM$ .

## 2.2 Manifestations de la violation de $CP$

La violation de  $CP$  peut se manifester sous trois formes : dans les désintégrations, dans le mélange, et dans les interférences entre les désintégrations et le mélange. Après un bref rappel sur l'écriture d'une amplitude de désintégration en termes invariants sous  $CP$  et non invariants sous  $CP$ , nous décrivons les trois types de violation de  $CP$ , en particulier en établissant les conditions d'obtention de cette violation dans les différentes désintégrations qui permettent de définir les observables à étudier pour la mettre en évidence expérimentalement.

### 2.2.1 Formalisme

On définit les amplitudes de désintégration d'une particule initiale  $I$  et sa conjuguée  $CP \bar{I}$  vers un état final  $F$  et son conjugué  $CP \bar{F}$  par :

$$A_F = \langle F|H|I \rangle \quad (2.59)$$

$$A_{\bar{F}} = \langle \bar{F}|H|I \rangle \quad (2.60)$$

$$\bar{A}_F = \langle F|H|\bar{I} \rangle \quad (2.61)$$

$$\bar{A}_{\bar{F}} = \langle \bar{F}|H|\bar{I} \rangle \quad (2.62)$$

où  $H$  est le Hamiltonien gouvernant les interactions faibles. L'action de  $CP$  sur ces états introduit des phases  $\epsilon_I$  et  $\epsilon_F$  qui dépendent du contenu en saveur :

$$CP|I \rangle = e^{i\epsilon_I}|\bar{I} \rangle \quad (2.63)$$

$$CP|\bar{I} \rangle = e^{-i\epsilon_I}|I \rangle \quad (2.64)$$

$$CP|F \rangle = e^{i\epsilon_F}|\bar{F} \rangle \quad (2.65)$$

$$CP|\bar{F} \rangle = e^{-i\epsilon_F}|F \rangle \quad (2.66)$$

Ces phases sont arbitraires et non-physiques. Si  $CP$  est conservée,  $[H, CP] = 0$ , alors  $A_f$  et  $\bar{A}_{\bar{f}}$  sont égales à une phase près :

$$\bar{A}_{\bar{F}} = e^{i(\epsilon_F - \epsilon_I)} A_F \quad (2.67)$$

Tout terme complexe dans le Lagrangien contribuant à l'amplitude se retrouve sous sa forme complexe conjuguée dans l'amplitude conjuguée de  $CP$ . Ainsi, leur phases apparaissent avec des signes

opposés dans  $A_F$  et  $\bar{A}_{\bar{F}}$ . Dans le Modèle Standard, ces phases n'apparaissent que dans les termes de couplage des bosons  $W^\pm$ , et sont donc appelées phases faibles. Cependant, un deuxième type de phase, appelée phase forte, peut apparaître lors d'une désintégration ou d'une diffusion, même si le Lagrangien est réel, et ce à cause de la contribution possible des états de couche intermédiaire dans le processus. Puisque ces phases sont générées par des interactions invariantes sous  $CP$ , elles sont identiques dans  $A_F$  et  $\bar{A}_{\bar{F}}$ . Dans l'amplitude de désintégration  $A_F$  de  $I \rightarrow F$  et sa conjuguée de  $CP$   $\bar{A}_{\bar{F}}$  de  $\bar{I} \rightarrow \bar{F}$ , deux types de phase interviennent. Toutes ces phases prises indépendamment n'ont aucune signification physique. Seules les différences de phases faibles et les différences de phases fortes sont physiques. On peut alors écrire chaque contribution  $A_j$  à l'amplitude  $A_F$  en trois parties : son amplitude  $|A_j|$ , sa phase faible  $\phi_j$  et sa phase forte  $\delta_j$  :

$$A_F = \sum_j |A_j| e^{i(\delta_j + \phi_j)} \quad (2.68)$$

$$\bar{A}_{\bar{F}} = \sum_j |A_j| e^{i(\delta_j - \phi_j)} \quad (2.69)$$

### 2.2.2 Violation de $CP$ dans les désintégrations

Le moyen le plus simple de mettre en évidence la violation de  $CP$  est de comparer les taux de désintégration  $\Gamma(P \rightarrow f)$  et  $\Gamma(\bar{P} \rightarrow \bar{f})$ , où  $P$  est un méson pseudoscalaire, comme le méson  $B$  par exemple, et  $f$  et  $\bar{f}$  sont des états finaux conjugués de  $CP$ .

Pour établir la condition de violation de  $CP$ , nous prenons le contrepied, et recherchons comment se traduit la conservation de  $CP$  du point de vue des amplitudes. L'action de l'opérateur  $CP$  sur les états  $|P\rangle$  et  $|f\rangle$  donne :

$$\begin{aligned} CP|P\rangle &= e^{2i\theta(P)}|\bar{P}\rangle \\ CP|f\rangle &= e^{2i\theta(f)}|\bar{f}\rangle \end{aligned} \quad (2.70)$$

où  $e^{2i\theta}$  est le facteur de phase  $CP$  intrinsèque, les valeurs des phases dépendant de la convention de phase utilisée. Si  $CP$  est conservée, le Hamiltonien  $H$  du système commute avec  $CP$  ( $[H, CP] = 0$ ), et l'amplitude  $A \equiv A(P \rightarrow f)$  de désintégration  $P \rightarrow f$  s'écrit :

$$\begin{aligned} A(P \rightarrow f) &= \langle f|H|P\rangle \\ &= \langle f|(CP)^\dagger (CP)H(CP)^\dagger (CP)|P\rangle \\ &= \langle \bar{f}|(CP)H^\dagger(CP)|\bar{P}\rangle e^{2i(\theta(P) - \theta(f))} \\ &= \langle \bar{f}|H|\bar{P}\rangle e^{2i(\theta(P) - \theta(f))} \\ &= \bar{A} e^{2i(\theta(P) - \theta(f))} \end{aligned} \quad (2.71)$$

où  $\bar{A} \equiv (\bar{P} \rightarrow \bar{f})$  est l'amplitude de la désintégration  $\bar{P} \rightarrow \bar{f}$ . La conservation de  $CP$  implique  $|\bar{A}/A| = e^{-2i(\theta(P) - \theta(f))} = 1$ , quelle que soit la convention de phase. Ainsi, la condition de la violation de  $CP$  dans les désintégrations est :

$$\boxed{\left| \frac{\bar{A}}{A} \right| \neq 1 \Rightarrow \text{Violation de } CP} \quad (2.73)$$

Si la condition (2.73) est vraie, alors  $\Gamma(P \rightarrow f) \neq \Gamma(\bar{P} \rightarrow \bar{f})$ , ce qui peut être exprimé sous la forme d'une asymétrie  $CP$ , communément notée  $\mathcal{A}_{CP}$  :

$$\mathcal{A}_{CP} \equiv \frac{\Gamma(P \rightarrow f) - \Gamma(\bar{P} \rightarrow \bar{f})}{\Gamma(P \rightarrow f) + \Gamma(\bar{P} \rightarrow \bar{f})} \quad (2.74)$$

L'observation de  $\mathcal{A}_{CP} \neq 0$  est une preuve de la violation de  $CP$  dans un processus. En revanche, la réciproque est fausse. En effet, dans le Modèle Standard, deux amplitudes conjuguées de  $CP$  ne diffèrent que par des termes de phase. En effet, si l'on considère une désintégration  $B \rightarrow f$ , l'écriture la plus simple de l'amplitude de désintégration est celle qui correspond à un seul diagramme de Feynman, soit d'après l'équation (2.68) :

$$A(P \rightarrow f) = |A_f| e^{i\phi} e^{i\delta} \quad (2.75)$$



où  $\phi$  représente une phase provenant des interactions faibles et  $\delta$  une phase provenant des interactions fortes entre les états finaux. L'amplitude conjuguée de  $CP$  s'écrit alors d'après l'équation (2.69) :

$$A(\bar{P} \rightarrow \bar{f}) = |A_f| e^{-i\phi} e^{i\delta} \quad (2.76)$$

On voit ainsi qu'aucune violation de  $CP$  ne peut être décelée par des mesures de différences de taux de désintégration  $\Gamma \propto |A|^2$  entre un processus et son conjugué de  $CP$  si un seul diagramme contribue. La violation de  $CP$  dans les mesures de taux de  $P \rightarrow f$  et de  $\bar{P} \rightarrow \bar{f}$  ne peut intervenir que si au moins deux diagrammes interfèrent avec des phases faibles **et** des phases fortes différentes. Par exemple, dans le cas le plus simple où deux amplitudes contribuent à la désintégration, on a :

$$\begin{aligned} A(P \rightarrow f) &= |A_1| e^{i\phi_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{i\phi_2} e^{i\delta_2} \\ A(\bar{P} \rightarrow \bar{f}) &= |A_1| e^{-i\phi_1} e^{i\delta_1} + |A_2| e^{-i\phi_2} e^{i\delta_2} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Par un changement de phase global, on peut s'arranger pour que  $A_1 = \bar{A}_1$ . En définissant  $\Delta \equiv \phi_2 - \phi_1$  et  $\delta \equiv \delta_2 - \delta_1$ , ces relations deviennent :

$$\begin{aligned} A(P \rightarrow f) &= A_1 + |A_2| e^{i\delta} e^{i\Delta} \\ A(\bar{P} \rightarrow \bar{f}) &= A_1 + |A_2| e^{i\delta} e^{-i\Delta} \end{aligned} \quad (2.78)$$

Pour faire le lien avec le chapitre 3 et le sujet de cette thèse, considérons  $P = B^-$ , et des désintégrations faisant intervenir des transitions entre quarks de la première et de la troisième génération. Nous avons alors une amplitude faisant intervenir les termes  $V_{ub}^*$  de la matrice  $CKM$ , de phase faible respective  $\gamma$  et 0 dans la paramétrisation du Particle Data Group, de sorte que  $\Delta = \phi_2 - \phi_1 = \gamma$ , l'angle du triangle d'unitarité de la matrice  $CKM$ , et :

$$|A|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2| \cos(\delta + \gamma) \quad (2.79)$$

$$|\bar{A}|^2 = |A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2| \cos(\delta - \gamma) \quad (2.80)$$

$$|A|^2 - |\bar{A}|^2 = -4|A_1||A_2| \sin \gamma \sin \delta \quad (2.81)$$

$$|A|^2 + |\bar{A}|^2 = 2|A_1|^2 + 2|A_2|^2 + 4|A_1||A_2| \cos \gamma \cos \delta \quad (2.82)$$

On déduit les asymétries  $CP$  de Eq. (2.81) et Eq. (2.82) :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP} &\equiv \frac{|A|^2 - |\bar{A}|^2}{|A|^2 + |\bar{A}|^2} \\ &= \frac{-2|A_1||A_2| \sin \gamma \sin \delta}{|A_1|^2 + |A_2|^2 + 2|A_1||A_2| \cos \gamma \cos \delta} \\ &= -\frac{\pm 2R \sin \gamma \sin \delta}{1 + R^2 \pm 2R \cos \delta \cos \gamma} \end{aligned} \quad (2.83)$$

où  $R \equiv \frac{|A_2|}{|A_1|}$ . Cette relation (2.83) établit le lien entre les asymétries  $CP$  et l'angle  $\gamma$  du triangle d'unitarité de la matrice  $CKM$ .

### 2.2.3 Violation de $CP$ dans le mélange

L'oscillation d'une particule neutre vers son antiparticule, appelé mélange, constitue le deuxième moyen de mettre en évidence la violation de  $CP$ . Le mélange n'est pas nécessairement synonyme de violation de  $CP$ , mais il génère des interférences qui peuvent produire de la violation de  $CP$ . On se limite dans cette partie au mélange qui peut avoir lieu entre deux mésons pseudoscalaires  $P^0$  et  $\bar{P}^0$ , qui peuvent représenter  $K^0 \bar{K}^0$ ,  $D^0 \bar{D}^0$ , ou  $B^0 \bar{B}^0$ , le dernier cas étant celui qui nous intéresse le plus dans le cadre de l'expérience *BABAR*. Nous commençons par présenter le formalisme du mélange afin de pouvoir dans un second temps établir la condition (2.107) de violation de  $CP$  dans le mélange.

## Mélange dans un système $P^0 - \bar{P}^0$

L'établissement de la condition de violation de  $CP$  dans le mélange repose sur le même principe que dans la section 2.2.2 : nous exprimons la relation de commutation entre le Hamiltonien du système et la symétrie  $CP$  traduisant la conservation de  $CP$  en termes d'observables physiques, et prenons la condition opposée pour établir sa violation. L'expression du Hamiltonien dans le cadre du mélange de mésons pseudoscalaires n'est cependant pas simple, et nécessite l'introduction d'hypothèses simplificatrices. Nous en présentons les grandes lignes dans ce qui suit.

La description du mélange est basée sur la théorie des perturbations dépendante du temps, appliquée à un système à deux états  $|P^0\rangle$  et  $|\bar{P}^0\rangle$  qui peuvent se désintégrer vers un continuum d'états  $|f\rangle$ . Le Hamiltonien total du système s'écrit  $H = H_0 + H_w$ , où  $H_0$  contient les interactions forte et électromagnétique, et  $H_w$  contient l'interaction faible qui génère le mélange  $P^0 \bar{P}^0$ , ainsi que les désintégrations  $P^0 \rightarrow f$  et  $\bar{P}^0 \rightarrow f$ . Les états  $|P^0\rangle$ ,  $|\bar{P}^0\rangle$  et  $|f\rangle$  sont les états propres de  $H_0$  :

$$\begin{aligned} H_0|P^0\rangle &= m_0|P^0\rangle \\ H_0|\bar{P}^0\rangle &= m_0|\bar{P}^0\rangle \\ H_0|f\rangle &= E_f|f\rangle \end{aligned} \quad (2.84)$$

L'état du système  $P^0 - \bar{P}^0$  couplé au continuum d'états  $|f\rangle$  est :

$$|\psi(t)\rangle = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle + \sum_f c_f(t)|f\rangle \quad (2.85)$$

dont l'évolution temporelle est régie par l'équation de Schrödinger :

$$i \frac{\partial |\psi(t)\rangle}{\partial t} = \mathcal{H} |\psi(t)\rangle \quad (2.86)$$

où  $\mathcal{H}$  est le Hamiltonien de dimension infinie : il n'est donc pas possible de calculer une telle évolution. On peut néanmoins simplifier le problème en utilisant l'approximation de Weisskopf-Wigner [43, 44] :

- on suppose tout d'abord que l'état initial est composé d'une combinaison linéaire d'états propres de saveur :  $|\psi(0)\rangle = a(0)|P^0\rangle + b(0)|\bar{P}^0\rangle$  ;
- on ne s'intéresse qu'à l'évolution temporelle de  $a(t)$  et  $b(t)$  ;
- on suppose que l'échelle de temps est beaucoup plus grande que celle de l'interaction forte.

Cette approximation revient à ne considérer que le système  $P^0 \bar{P}^0$ , décrit par  $|\psi(t)\rangle = a(t)|P^0\rangle + b(t)|\bar{P}^0\rangle$ , où  $t$  est le temps propre du système  $P^0 \bar{P}^0$ .

L'évolution temporelle devient dès lors calculable, selon l'équation de Schrödinger effective :

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} = H_{eff} \begin{pmatrix} a(t) \\ b(t) \end{pmatrix} \quad (2.87)$$

où les états  $|f\rangle$  n'apparaissent plus explicitement. Le Hamiltonien effectif  $H_{eff}$  n'est plus hermitien car on ne considère qu'une projection sur l'espace des états engendré par  $|P^0\rangle$  et  $|\bar{P}^0\rangle$ . Il s'écrit :

$$H_{eff} \equiv \begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{pmatrix} \quad (2.88)$$

$$= \begin{pmatrix} \langle P^0 | H_{eff} | P^0 \rangle & \langle P^0 | H_{eff} | \bar{P}^0 \rangle \\ \langle \bar{P}^0 | H_{eff} | P^0 \rangle & \langle \bar{P}^0 | H_{eff} | \bar{P}^0 \rangle \end{pmatrix} \quad (2.89)$$

$$= \begin{pmatrix} M_{11} - \frac{i}{2}\Gamma_{11} & M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \\ M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* & M_{22} - \frac{i}{2}\Gamma_{22} \end{pmatrix} \quad (2.90)$$

$$= \mathbf{M} - i\mathbf{\Gamma} \quad (2.91)$$

où  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{\Gamma}$  sont respectivement les matrices de masse et de désintégration, de taille  $2 \times 2$  et hermitiennes.

Cherchons à exprimer ces deux matrices. Tout d'abord, le théorème  $CPT$  ( $[H_{eff}, CPT] = 0$ ) implique  $H_{11} = H_{22}$ ,  $M_{21} = M_{12}^*$ ,  $\Gamma_{21} = \Gamma_{12}^*$ . Ainsi,  $M_{11} = M_{22} = m_0$  et  $\Gamma_{11} = \Gamma_{22} \equiv \Gamma_0$ , où  $m_0$  et  $\Gamma_0$  sont la masse et la largeur des états propres de saveur  $|P^0\rangle$  et  $|\bar{P}^0\rangle$ .

Au deuxième ordre de la théorie des perturbations, les éléments de matrice de  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{\Gamma}$  sont donnés par :

$$\begin{aligned} M_{ij} &= m_0 \delta_{ij} + \langle i|H_w|j\rangle + \mathcal{P} \sum_f \frac{\langle i|H_w|f\rangle \langle f|H_w|j\rangle}{m_0 - E_f} \\ \Gamma_{ij} &= 2\pi \sum_f \langle i|H_w|f\rangle \langle f|H_w|j\rangle \delta(m_0 - E_f) \end{aligned} \quad (2.92)$$

où  $\mathcal{P}$  désigne la partie principale pour réaliser la somme sur tous les états intermédiaires sauf ceux pour lesquels  $m_0 = E_f$ . Regardons de plus près cette expression (2.92) :

- les éléments diagonaux de la matrice de masse  $\mathbf{M}$  sont dominés par la valeur propre  $m_0$  du Hamiltonien non perturbé  $H_0$ , qui contient l'information sur les masses des quarks et l'interaction forte qui lie les quarks dans les mésons ;
- les termes non diagonaux de la matrice de masse  $M_{12}$  et  $M_{21}$  proviennent des transitions du deuxième ordre  $P^0 \leftrightarrow \bar{P}^0$ . Ces processus ont lieu en passant par des états intermédiaires virtuels, du fait de la présence de la partie principale qui élimine les états  $E_f = m_0$  ;
- les éléments de matrice diagonaux de  $\mathbf{\Gamma}$  décrivent les désintégrations  $P^0 \rightarrow f$  et  $\bar{P}^0 \rightarrow f$ , qui sont des processus réels du fait du terme en  $\delta(m_0 - E_f)$  ;
- enfin, les termes non diagonaux  $\Gamma_{12}$  et  $\Gamma_{21}$  de  $\mathbf{\Gamma}$  correspondent respectivement aux transitions réelles  $\bar{P}^0 \rightarrow f$  et  $P^0 \rightarrow f$ .

Le terme  $\langle i|H_w|j\rangle$  est nul dans le Modèle Standard car il correspond à un processus  $\Delta F = 2$  ( $F = S, C$  ou  $B$ , les nombres quantiques d'étrangeté, du charme et de beauté) qui n'a pas lieu au premier ordre <sup>6</sup>.

On peut réécrire  $H_{eff}$  sous la forme :

$$H_{eff} = H_{11} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & H_{12} \\ H_{21} & 0 \end{pmatrix} = H_{11} \mathbf{1} + \mathbf{K} \quad (2.93)$$

Les états propres de  $\mathbf{K}$  sont alors également vecteurs propres de  $H_{eff}$ . En les notant :

$$\begin{aligned} |P_+\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|p|^2 + |q|^2}} (p|P^0\rangle + q|\bar{P}^0\rangle) \\ |P_-\rangle &= \frac{1}{\sqrt{|p|^2 + |q|^2}} (p|P^0\rangle - q|\bar{P}^0\rangle) \end{aligned} \quad (2.94)$$

les valeurs propres correspondantes sont :

$$\begin{aligned} \mu_+ &= M_+ - \frac{i}{2}\Gamma_+ = \left(m_0 - \frac{i}{2}\Gamma_0\right) + \frac{q}{p} \left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \\ \mu_- &= M_- - \frac{i}{2}\Gamma_- = \left(m_0 - \frac{i}{2}\Gamma_0\right) - \frac{q}{p} \left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right) \end{aligned} \quad (2.95)$$

avec :

$$\left(\frac{q}{p}\right)^2 = \frac{H_{21}}{H_{12}} = \frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}} \quad (2.96)$$

qui conduit donc à deux solutions :

$$\frac{q}{p} = \pm \sqrt{\frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}}} \quad (2.97)$$

---

<sup>6</sup>Le modèle superfaible autorise de telles transitions  $\Delta F = 2$  ( $F = S, C, B$ ), et utilise même ces processus comme unique source de la violation de  $CP$ . Par conséquent, il exclut la possibilité de violation de  $CP$  directe, qui a été mise en évidence dans le système des kaons, et est, de ce fait, lui-même exclu.

En utilisant l'équation (2.95), on en déduit les différences de masse et de largeur :

$$\Delta M \equiv M_{P_-} - M_{P_+} = 2\Re(\mu_- - \mu_+) = -2\Re\left[\frac{q}{p}\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\right] \quad (2.98)$$

$$\Delta\Gamma \equiv \Gamma_{P_-} - \Gamma_{P_+} = -2\Im(\mu_- - \mu_+) = 4\Im\left[\frac{q}{p}\left(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}\right)\right] \quad (2.99)$$

### Conditions de violation de $CP$

En appliquant l'équation (2.70) aux états  $|P^0\rangle$  et  $|\bar{P}^0\rangle$  :

$$\begin{aligned} CP|P^0\rangle &= e^{2i\theta}|\bar{P}^0\rangle \\ CP|\bar{P}^0\rangle &= e^{-2i\theta}|P^0\rangle \end{aligned} \quad (2.100)$$

Dans le sous-espace généré par  $|P^0\rangle$  et  $|\bar{P}^0\rangle$ , la matrice de transformation  $CP$  peut s'écrire :

$$CP = \begin{pmatrix} 0 & e^{-2i\theta} \\ e^{2i\theta} & 0 \end{pmatrix} \quad (2.101)$$

Si la symétrie  $CP$  est conservée, alors  $[CP, H_{eff}] = 0$ . En utilisant l'équation (2.93) et le fait que  $CP$  commute avec l'identité, cette conservation se traduit par  $[CP, \mathbf{K}] = 0$ . Ainsi :

$$\begin{aligned} (CP)^{-1}\mathbf{K}(CP) &= \begin{pmatrix} 0 & e^{-2i\theta} \\ e^{2i\theta} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & H_{12} \\ H_{21} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & e^{-2i\theta} \\ e^{2i\theta} & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & e^{-4i\theta}(M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*) \\ e^{4i\theta}(M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}) & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 0 & (M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}) \\ (M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*) & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.102)$$

Ainsi, si  $(CP)^{-1}H_{eff}(CP) = H_{eff}$ , on a :

$$e^{4i\theta} \begin{pmatrix} M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^* \end{pmatrix} \quad (2.103)$$

c'est-à-dire :

$$e^{4i\theta} H_{21} = H_{12} \quad (2.104)$$

Ainsi, le terme  $q/p = \pm \left(\frac{H_{21}}{H_{12}}\right)^{1/2}$  doit être un pur terme de phase, relié directement aux phases  $CP$  de  $|P^0\rangle$  et  $|\bar{P}^0\rangle$ . On tire des équations (2.96) et (2.103) :

$$\frac{q}{p} = e^{i(2\theta+n\pi)} \quad (2.105)$$

où  $n$  est entier. On déduit de l'équation (2.103) :

$$\left| \frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}} \right| = |e^{4i\theta}| = 1 \quad (2.106)$$

La condition de violation de  $CP$  dans le mélange est donc :

$$\boxed{\left| \frac{q}{p} \right|^2 = \left| \frac{H_{21}}{H_{12}} \right| = \left| \frac{M_{12}^* - \frac{i}{2}\Gamma_{12}^*}{M_{12} - \frac{i}{2}\Gamma_{12}} \right| \neq 1 \Rightarrow \text{Violation de } CP} \quad (2.107)$$

Cette relation est équivalente à :

$$\Im(M_{12}\Gamma_{12}^*) = |M_{12}||\Gamma_{12}|\sin(\theta_{M_{12}} - \theta_{\Gamma_{12}}) \neq 0 \quad (2.108)$$

où  $M_{12} = |M_{12}|e^{i\theta_{M_{12}}}$  et  $\Gamma_{12} = |\Gamma_{12}|e^{i\theta_{\Gamma_{12}}}$ . On retrouve donc deux conditions similaires à celle de la violation de  $CP$  directe :

- au travers de l'équation (2.81), pour laquelle on avait  $\sin\gamma \neq 0$  et  $\sin(\phi_2 - \phi_1) \equiv \sin\delta \neq 0$  ;
- et du fait qu'il doit y avoir au moins deux amplitudes qui interfèrent.

### 2.2.4 Violation de $CP$ dans les interférences

La dernière manifestation de la violation de  $CP$  réside dans les interférences entre les deux types de violation de  $CP$  précédents, à savoir les interférences entre les désintégrations et le mélange. Elle correspond au cas où  $P^0$  et  $\bar{P}^0$  peuvent se désintégrer vers le même état final  $f$ , mais avec un taux différent. L'état  $f$  peut être un état propre de  $CP$ , mais ce n'est pas nécessairement le cas. En désignant par  $A_{fCP} = \langle f_{CP} | H | P^0 \rangle$ ,  $\bar{A}_{fCP} = \langle f_{CP} | H | \bar{P}^0 \rangle$  et  $|\bar{f}_{CP}\rangle = CP|f_{CP}\rangle = \pm|f_{CP}\rangle$ , on peut montrer [45] que la quantité :

$$\lambda_{fCP} \equiv \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_{fCP}}{A_{fCP}} = \pm \frac{q}{p} \frac{\bar{A}_{\bar{f}_{CP}}}{A_{\bar{f}_{CP}}} \quad (2.109)$$

définit la condition de violation de  $CP$  dans les interférences entre les désintégrations et le mélange :

$$\boxed{\lambda_{fCP} \neq 1 \Rightarrow \text{Violation de } CP} \quad (2.110)$$

Dans le cadre de l'étude des mésons  $B$ , seule la violation de  $CP$  directe est permise pour les  $B$  chargés, puisqu'ils ne peuvent pas se mélanger du fait de leur charge électrique différente. En revanche, les mésons  $B$  neutres peuvent engendrer les trois types de violation de  $CP$  (voir figure 2.4).

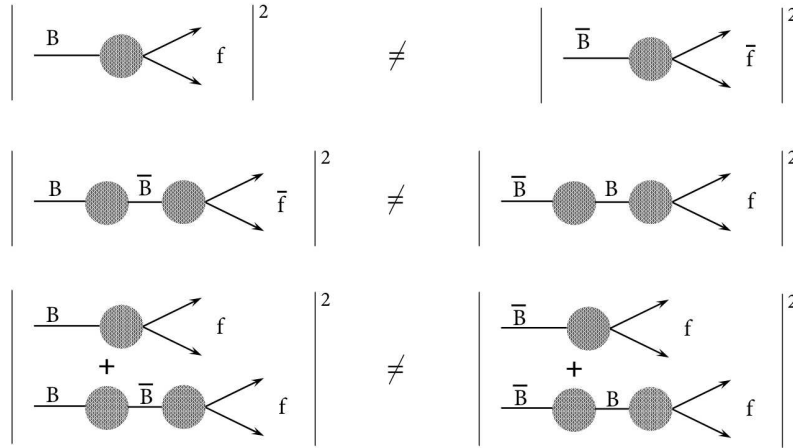


FIGURE 2.4 – Schéma des trois types de violation de  $CP$  : directe, dans le mélange, dans les interférences (de haut en bas).

## 2.3 Mesure des paramètres de la matrice $CKM$

Maintenant que nous avons présenté les critères de mise en évidence expérimentale de la violation de  $CP$ , nous abordons dans cette dernière partie les mesures en elles-mêmes des paramètres de la matrice  $CKM$ . Etant donné l'ampleur de la tâche, nous ne faisons ici qu'un résumé très rapide de ces mesures. Une revue complète et détaillée a été faite dans [46].

### 2.3.1 Mesure des normes des éléments de la matrice $CKM$

La détermination des normes des éléments de la matrice  $CKM$  fait appel à de nombreuses techniques différentes. Le premier élément de la matrice  $CKM$ ,  $|V_{ud}|$ , est déterminé à partir de trois méthodes :

- les désintégrations  $\beta$  super-permises purement de Fermi  $0^+ \rightarrow 0^+$  fournissent la mesure ayant la meilleure précision expérimentale. Néanmoins, elles contiennent des incertitudes théoriques importantes, liées aux corrections radiatives qui dépendent de la structure nucléaire du noyau considéré ;

- la désintégration  $\beta$  du neutron  $n \rightarrow p e \bar{\nu}_e$  est théoriquement plus propre, puisque les effets nucléaires n'interviennent pas. Néanmoins, la durée de vie du neutron entre comme un paramètre dans la détermination de  $|V_{ud}|$ . Cela pose actuellement un problème car la mesure la plus récente [47] de cette durée de vie est significativement différente de la moyenne du PDG [39], ce qui pourrait avoir un impact important sur la mesure de  $|V_{ud}|$  si cette valeur venait à être confirmée [46] ;
- la désintégration  $\beta$  du pion  $\pi^+ \rightarrow \pi^0 e^+ \nu_e(\gamma)$ , est également non affectée par les effets nucléaires, mais souffre de rapports d'embranchement faibles ( $\mathcal{O}(10^{-8})$ ).

Les désintégrations semi-leptoniques sont d'un grand intérêt car elles permettent d'avoir accès à un grand nombre de normes d'éléments de la matrice *CKM* :

- les désintégrations semi-leptoniques des kaons,  $K \rightarrow \pi l \nu$ , donnent accès à  $|V_{us}|$  ;
- la mesure de  $|V_{cs}|$  et  $|V_{cd}|$  est accessible à partir des désintégrations  $D \rightarrow K l \nu$  et  $D \rightarrow \pi l \nu$  ;
- celle de  $|V_{cb}|$  se base sur l'étude des désintégrations exclusives ou inclusives du  $B$  impliquant une transition  $b \rightarrow c l \nu$  ;
- enfin la mesure de  $|V_{ub}|$  peut se faire par les désintégrations exclusives ou inclusives du  $B$  impliquant une transition  $b \rightarrow u l \nu$ .

L'inconvénient de ces désintégrations semi-leptoniques provient du fait qu'elles requièrent la connaissance de facteurs de forme, qui doivent être calculés théoriquement. Des calculs de QCD sur réseau sont en général mis en oeuvre, complétés par des paramétrisations des facteurs de forme pour étendre les calculs sur réseau aux grandes valeurs de  $q^2$ . L'incertitude théorique résultante est en général plus grande que l'incertitude expérimentale.

Les désintégrations rares des  $B$  impliquant des diagrammes en boucle, ainsi que les désintégrations rares des  $K$  permettent de mesurer<sup>7</sup>  $|V_{td}|$  et  $|V_{ts}|$ .

Les mesures individuelles de ces éléments de la matrice *CKM* nécessitant souvent un modèle théorique, une valeur différente est obtenue pour chaque modèle utilisé. Aussi ne donnons-nous pas ici les différents résultats obtenus, et attendons la section 2.3.3 sur l'ajustement *CKM* global pour énumérer les valeurs ajustées (voir la matrice *CKM* (2.119)).

### 2.3.2 Mesure des angles du triangle d'unitarité

L'invariant de Jarlskog étant non nul, les angles du triangle d'unitarité ne sont pas nuls non plus.  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\gamma$  sont tous les trois accessibles à partir des désintégrations des mésons  $B$ , mais avec une précision très différente. Tout d'abord, les angles  $\beta$  et  $\gamma$  peuvent être mesurés en utilisant les désintégrations d'un  $B$  vers un état charmonium (pour  $\beta$ ) et vers du charme "ouvert" (pour  $\gamma$ ). Ces méthodes sont théoriquement propres<sup>8</sup>. Ce n'est pas le cas pour la détermination de  $\alpha$ , qui repose sur des hypothèses théoriques. Par ailleurs, l'accès à  $\alpha$  et  $\gamma$  implique des transitions faisant apparaître l'élément  $V_{ub}$  de la matrice *CKM*, qui est petit. De ce fait, leur mesure nécessite une statistique plus importante que pour celle de  $\beta$ . Les techniques mises en oeuvre sont également très différentes d'un angle à l'autre. Ainsi, l'étude de  $\alpha$  et  $\beta$  nécessite l'utilisation du mélange  $B^0 - \bar{B}^0$ . En revanche,  $\gamma$  peut être déterminé à la fois par l'étude des  $B$  chargés et neutres.

La mesure de  $\beta$  est donc celle qui est la plus précise. Elle est basée sur l'étude des transitions  $b \rightarrow c \bar{c} s$ . Le *mode en or* est  $B^0 \rightarrow J/\psi K_S^0$ , mais d'autres modes ont été analysés :  $\psi(2S) K_S^0$ ,  $\chi_{c1} K_S^0$ ,  $\eta_c K_S^0$ ,  $J/\psi K^{*0}(K_S^0 \pi^0)$ . L'observable mesurée n'est pas directement  $\beta$ , mais  $\sin 2\beta$ . La moyenne mondiale actuelle [48] est :

$$\sin 2\beta = 0,678 \pm 0,025 \quad (2.111)$$

Traduit en terme de mesure de l'angle  $\beta$ , cela donne deux solutions entre 0 et  $\pi$  (soit quatre solutions au total) :  $\beta = (21,3 \pm 1,0)^\circ$  et  $\beta = (68,7 \pm 1,0)^\circ$ . Seul le premier résultat est compatible avec les résultats d'un ajustement global des paramètres de la matrice *CKM* (voir section 2.3.3) n'incluant pas la mesure de  $\beta$ , qui donne  $\beta = (24,4_{-1,5}^{+2,6})^\circ$ . Malgré l'accord de cette mesure avec le Modèle Standard, il est toujours possible que des contributions de nouvelle physique soient telles

<sup>7</sup>Et fournissent aussi un test du Modèle Standard dans la mesure où elles peuvent recevoir diverses contributions de nouvelle physique.

<sup>8</sup>C'est-à-dire qu'elles ne n'impliquent pas d'hypothèses théoriques générant des incertitudes importantes.

que la vraie valeur de  $\beta$  est l'une des trois autres possibles, incompatibles avec le Modèle Standard [49, 50]. La mesure du signe de  $\cos 2\beta$  à partir des désintégrations  $B \rightarrow J/\psi K^{*0}$  et  $B^0 \rightarrow D_{CP}\pi^0$  exclut<sup>9</sup> la solution non Modèle Standard avec un niveau de confiance de 86% [51] et de 97% [52, 53] respectivement.

La mesure de  $\alpha$  met en oeuvre les désintégrations non charmées des  $B$  neutres. Les modes les plus sensibles sont  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ ,  $B^0 \rightarrow \rho^\pm\pi^\mp$  et  $B^0 \rightarrow \rho^+\rho^-$ . La mesure est plus compliquée que dans le cas de  $\beta$  du fait de la présence de diagrammes pingouins (diagrammes à boucle interne), d'amplitudes inconnues. On ne mesure donc pas directement  $\sin 2\alpha$ , mais  $\sin 2\alpha_{\text{eff}}$ . L'extraction de  $\alpha$  à partir de  $\alpha_{\text{eff}}$  implique une analyse en isospin pour les modes  $\pi\pi$  et  $\rho\rho$ , et une analyse de Dalitz pour les modes  $\rho\pi$ . L'utilisation de la symétrie d'isospin  $SU(2)$  n'est pas une limitation théorique forte, néanmoins elle implique des incertitudes systématiques des modèles du fait de la brisure de la symétrie de la saveur, ce qui rend la mesure de  $\alpha$  moins propre que celle de  $\beta$  et  $\gamma$ .

L'analyse en isospin du mode  $\pi\pi$  ne fournit que des contraintes larges sur  $\alpha$ . Celle du mode  $\rho\rho$  fournit ( $\alpha = 92,0 \pm 19,5$ )°. Enfin, l'analyse Dalitz des modes  $\rho\pi$  fournit ( $\alpha = 87^{+45}_{-13}$ )°. La combinaison de toutes ces mesures donne une contrainte globale :

$$\alpha = (114, 5^{+4,4}_{-8,3})^\circ \quad (2.112)$$

Cette valeur est compatible avec celle obtenue en réalisant un ajustement global sans inclure la mesure de  $\alpha$ , qui donne :  $\alpha = (102, 5^{+3}_{-12})^\circ$ .

La mesure de  $\gamma$  sera présentée de façon détaillée dans le chapitre suivant.

### 2.3.3 Ajustement global de la matrice $CKM$

Toutes les mesures des paramètres de la matrice  $CKM$  peuvent être combinées :

- d'une part pour obtenir une estimation plus précise de chacun de ces paramètres ;
- d'autre part pour tester l'unitarité de la matrice  $CKM$ , afin de vérifier si le formalisme  $CKM$  est bien celui qui décrit la Nature, ou si ce n'est qu'un sous-ensemble d'une théorie plus générale faisant intervenir de la Nouvelle Physique.

Les résultats obtenus jusqu'à présent sont :

$$\begin{aligned} |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 &= 0,9992 \pm 0,0011 \\ |V_{cd}|^2 + |V_{cs}|^2 + |V_{cb}|^2 &= 0,968 \pm 0,181 \\ |V_{ud}|^2 + |V_{cd}|^2 + |V_{td}|^2 &= 1,001 \pm 0,005 \end{aligned} \quad (2.113)$$

La somme des trois angles du triangle d'unitarité est compatible avec le Modèle Standard,

$$\alpha + \beta + \gamma = (184^{+20}_{-15})^\circ \quad (2.114)$$

Afin de mieux contraindre les éléments de matrice  $CKM$ , un ajustement global utilisant toutes les mesures disponibles sur tous les paramètres peut être effectué. Cela a été réalisé par le groupe CKMfitter [54, 55] (voir figure 2.5), en utilisant une approche statistique fréquentiste.

Bien qu'utilisant un grand nombre d'observables par rapport au nombre de paramètres libres qu'il contient, cet ajustement donne des résultats très satisfaisants, avec un bon  $\chi^2$ . En termes de paramètres de Wolfenstein, l'ajustement donne :

$$A = 0,818^{+0,007}_{-0,017} \quad (2.115)$$

$$\lambda = 0,22568^{+0,00084}_{-0,00079} \quad (2.116)$$

$$\bar{\rho} = 0,141^{+0,043}_{-0,016} \quad (2.117)$$

$$\bar{\eta} = 0,348^{+0,012}_{-0,021} \quad (2.118)$$

---

<sup>9</sup>Mais elles ne permettent pas d'éliminer l'ambiguïté  $\beta \rightarrow \beta + \pi$ .

Les modules des éléments de la matrice  $CKM$  sont :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 0,97419^{+0,00018}_{-0,00020} & 0,22568^{+0,00084}_{-0,00080} & 0,003624^{+0,000117}_{-0,000078} \\ 0,22555^{+0,00086}_{-0,00080} & 0,97334^{+0,00018}_{-0,00020} & 0,04166^{+0,00065}_{-0,00067} \\ 0,00872^{+0,00021}_{-0,00049} & 0,04090^{+0,00073}_{-0,00063} & 0,999125^{+0,000028}_{-0,000027} \end{pmatrix} \quad (2.119)$$

L'invariant de Jarlskog est :

$$J = (3, 08_{-0.20}^{+0.12}) \times 10^{-5} \quad (2.120)$$

Il n'est donc pas compatible avec 0, ce qui est une preuve de l'observation de la violation de  $CP$  d'après la relation (2.41).

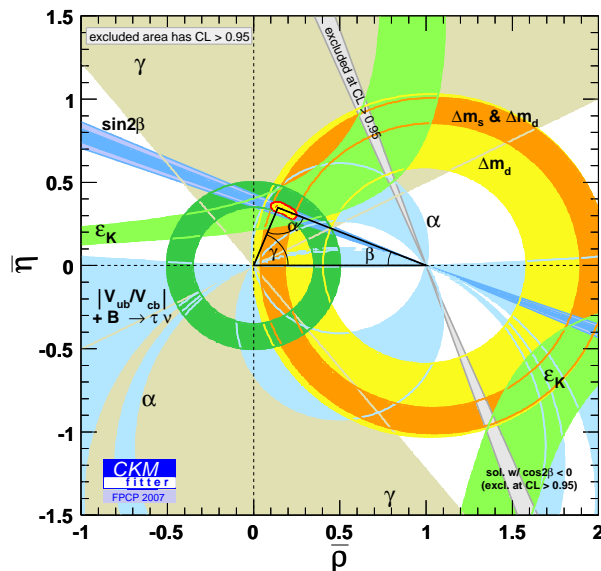


FIGURE 2.5 – Régions de confiance (à 95%) dans le plan  $(\bar{\rho}, \bar{\eta})$  de l’ajustement  $CKM$  global. D’après CKMFitter [54, 55] (et mises à jour sur [58]).

L'ajustement global a également été réalisé par le groupe UTFit [56] (voir figure 2.6), qui utilise une approche statistique bayésienne. Nous ne discutons pas ici des avantages et inconvénients de ces deux approches. Les résultats obtenus [57] par la collaboration UTFit sont similaires à ceux du groupe CKMFitter. Par exemple, UTFit obtient :

$$\bar{\rho} = 0,147 \pm 0,029 \quad (2.121)$$

$$\bar{\eta} = 0,342 \pm 0,012 \quad (2.122)$$

$$|V_{ub}| = 3,55 \pm 0,15 \times 10^{-3} \quad (2.123)$$

$$|V_{cb}| = 4,10 \pm 0,05 \times 10^{-2} \quad (2.124)$$

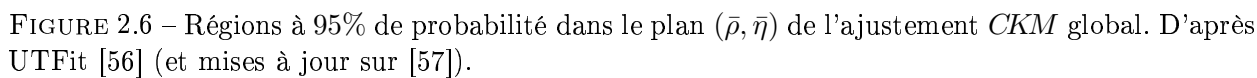
$$|V_{td}| = 8,49 \pm 0,27 \times 10^{-3} \quad (2.125)$$

L'ellipsoïde rouge de la figure 2.5 délimite la région de confiance à 95% de l'ajustement global de la matrice  $CKM$ . Les deux ellipsoïdes noirs sur la figure 2.6 délimitent la région à 95% et 68% de probabilité de l'ajustement global. L'allongement de ces ellipsoïdes montre clairement que l'amélioration de la contrainte globale nécessite une mesure plus précise de l'angle  $\gamma$ .

## 2.4 Conclusion

La violation de  $CP$  intervient dans le Modèle Standard par la présence simultanée des interactions de jauge et de Yukawa. Elle est correctement décrite par le formalisme  $CKM$ , et se retrouve sous la forme d'une phase complexe invariante de jauge dans la matrice de mélange entre les trois familles de quarks. Les éléments de cette matrice sont des paramètres fondamentaux du Modèle





Standard qui ne sont accessibles que par l'expérience. Les usines à  $B$  ont apporté une contribution de premier plan dans la détermination de ces éléments, en particulier en ce qui concerne les paramètres du triangle d'unitarité. Les mesures effectuées n'ont pas pu mettre en défaut le Modèle Standard jusqu'à présent. Néanmoins, il reste une petite place pour de la nouvelle physique, aussi est-il important de poursuivre ces mesures de précision, en particulier des angles  $\alpha$  et  $\gamma$  du triangle d'unitarité dont la connaissance actuelle reste relativement imprécise.

A ce jour, deux méthodes ont été explorées afin de mesurer l'angle  $\gamma$  du triangle d'unitarité : l'utilisation des  $B$  chargés permet d'obtenir une mesure directe de  $\gamma$ , en considérant les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^{(*)}K^{(*)\pm}$ . Les  $B$  neutres ont fourni jusqu'à présent<sup>1</sup> un accès indirect à  $\gamma$  à travers la mesure de  $\sin(2\beta + \gamma)$ . Ce chapitre présente ces différentes méthodes, avec un intérêt particulier pour celles qui utilisent les  $B$  chargés et qui fournissent les meilleures contraintes sur  $\gamma$ . Notamment, la méthode de Gronau-London-Wyler, qui est l'outil employé dans ce travail de thèse, est présentée de façon plus approfondie.

### 3.1 Interférences dans les désintégrations $B^\pm \rightarrow D^{(*)}K^{(*)\pm}$

La mesure de l'angle  $\gamma$  à l'aide des  $B$  chargés met en oeuvre les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^{(*)}K^{(*)\pm}$  (dans ce qui suit,  $D^{(*)}$  représente un état générique composé à la fois de  $D^{(*)0}$  et de  $\bar{D}^{(*)0}$ ). Trois méthodes ont été successivement proposées : la méthode de Gronau-London-Wyler (GLW), celle de Atwood-Dunietz-Soni (ADS), et celle de Giri-Grossman-Soffer-Zupan (GGSZ). Toutes ces méthodes sont basées sur l'interférence (voir section 2.2.2) entre les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^{(*)0}K^{(*)\pm}$  et les désintégrations  $B^\pm \rightarrow \bar{D}^{(*)0}K^{(*)\pm}$  lorsque  $D^{(*)0}$  et  $\bar{D}^{(*)0}$  se désintègrent dans un état final commun. Leur différence repose dans l'état final considéré.

Les diagrammes de Feynman dominants (c'est-à-dire à l'ordre des arbres) dans la désintégration  $B^- \rightarrow D^{(*)}K^{(*)-}$  sont présentés figure 3.1. On ne considère en général que les diagrammes de gauche qui dominent, et l'on absorbe les diagrammes de droite dans ceux de gauche car ils ont la même phase  $CKM$ . Par ailleurs, on néglige le mélange  $D^0 - \bar{D}^0$  [59]. La désintégration  $B^- \rightarrow D^{(*)0}K^{(*)-}$  implique une transition  $b \rightarrow c\bar{u}s$  favorisée de couleur<sup>2</sup> et de Cabibbo<sup>3</sup>, alors que la désintégration  $B^- \rightarrow \bar{D}^{(*)0}K^{(*)-}$  implique une transition  $b \rightarrow u\bar{c}s$  supprimée de couleur et de Cabibbo. La différence de phase faible entre ces diagrammes est :

$$\phi = \arg \left[ -\frac{V_{cs}V_{ub}^*}{V_{us}V_{cb}^*} \right] \quad (3.1)$$

que l'on peut réécrire en fonction de l'angle  $\gamma$  :

$$\phi = \arg \left[ -\frac{V_{ud}V_{ub}^*}{V_{cd}V_{cb}^*} \right] + \arg \left[ -\frac{V_{cs}V_{cd}^*}{V_{us}V_{ud}^*} \right] = \gamma + \arg \left[ \frac{V_{cs}V_{ud}^*}{V_{us}V_{cd}^*} \right] \quad (3.2)$$

<sup>1</sup>Des études de Dalitz des  $B$  neutres accédant directement à  $\gamma$  sont en cours mais n'ont pas encore été publiées.

<sup>2</sup>Dans une désintégration à deux corps à l'ordre des arbres, on qualifie de transition favorisée de couleur une désintégration dans laquelle les deux quarks issus du boson  $W^\pm$  s'hadronisent ensemble pour former un hadron de l'état final. Les deux quarks peuvent alors être émis avec n'importe quelle couleur, du moment qu'ils sont tous deux de couleur opposée. Au contraire, dans les désintégrations supprimées de couleur, un des deux quarks issus du  $W^\pm$  s'hadronise avec le quark spectateur de la particule initiale, et l'autre quark s'hadronise avec le quark issu de la transition. Ainsi, la couleur des quarks issus du  $W^\pm$  est déterminée par celle des quarks de la particule initiale.

<sup>3</sup>Pour un quark, une transition favorisée de Cabibbo est la désintégration de ce quark faisant intervenir l'élément de la matrice  $CKM$  le plus grand parmi ceux qui sont possibles.

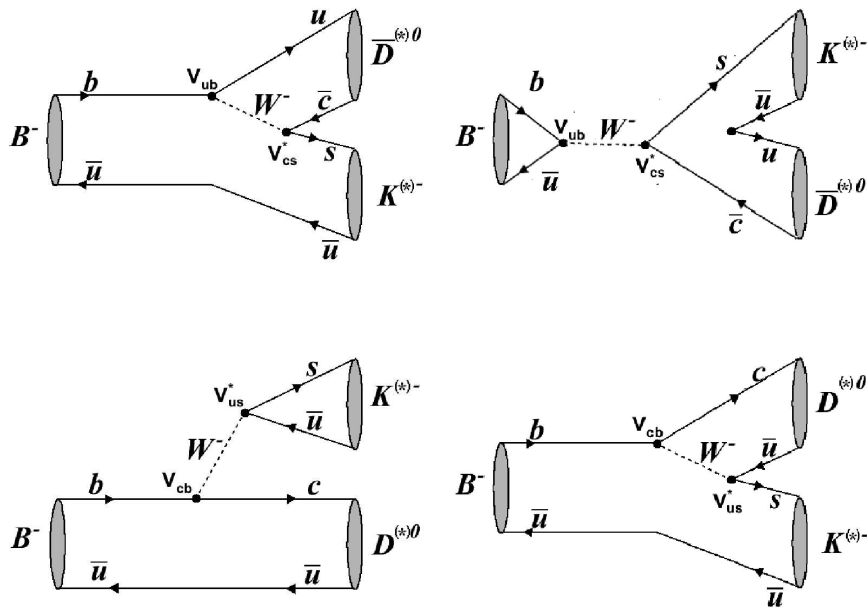


FIGURE 3.1 – Diagrammes de Feynman à l'ordre des arbres dans la désintégration  $B^- \rightarrow D^{(*)} K^{(*)-}$ .

Le terme  $\arg \left[ \frac{V_{cs} V_{ud}^*}{V_{us} V_{cd}^*} \right]$  correspond à l'un des angles du triangle **ds** (voir figure 2.2). Il est négligeable, de sorte que la différence de phase faible  $\phi$  entre les deux diagrammes est égale à l'angle  $\gamma$  du triangle d'unitarité.

Si l'on considère un état final  $f$  commun à  $D^{(*)0}$  et  $\bar{D}^{(*)0}$ , la désintégration  $B^\pm \rightarrow D^{(*)}(\rightarrow f) K^{(*)\pm}$  peut se faire en passant soit par un  $D^{(*)0}$  soit par  $\bar{D}^{(*)0}$ , et les deux processus interfèrent. Dans le cas<sup>4</sup> d'une désintégration du  $B^-$  vers un  $D$ , on peut écrire les amplitudes de désintégration :

$$\begin{aligned} A(B^- \rightarrow D^0 K^-) &= |A_f| e^{i\delta_f} \\ A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) &= |A_{\bar{f}}| e^{-i\gamma} e^{i\delta_{\bar{f}}} \end{aligned} \quad (3.3)$$

En définissant :

$$\begin{aligned} a &\equiv A(B^- \rightarrow D^0 K^-) \\ r_B &\equiv \frac{|A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)|}{|A(B^- \rightarrow D^0 K^-)|} \end{aligned} \quad (3.4)$$

et réalisant le changement de phase (forte) globale :

$$\delta_B \equiv \delta_f - \delta_{\bar{f}} \quad (3.5)$$

on peut réécrire ces deux amplitudes :

$$\begin{aligned} A(B^- \rightarrow D^0 K^-) &= a \\ A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) &= ar_B e^{-i\gamma} e^{i\delta_B} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Par conjugaison  $CP$ , on obtient les amplitudes pour les  $B^+$  :

$$\begin{aligned} A(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+) &= a \\ A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) &= ar_B e^{i\gamma} e^{i\delta_B} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Ainsi, d'après les équations (3.6) et (3.7), les observables accessibles à partir de ces amplitudes et faisant intervenir des termes d'interférence (c'est-à-dire un produit de  $A(B^- \rightarrow D^0 K^-)$  et  $A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)$ ) sont sensibles à l'angle  $\gamma$  auquel leur mesure peut donc en principe nous donner

<sup>4</sup>Nous utilisons ce mode plutôt que  $B^- \rightarrow D^* K^-$  pour suivre la référence originale [61].

accès.

Le principe est évidemment le même pour les désintégrations impliquant un  $D^*$  plutôt qu'un  $D$ , ou un  $K^*$  plutôt qu'un  $K$ . La seule différence entre ces modes réside dans le fait qu'ils ont chacun des phases fortes et des modules d'amplitudes propres, ce qui se traduit par un jeu de paramètres  $(\delta_B, r_B)$  pour chaque mode. Pour la suite, on note respectivement  $(\delta_B, r_B)$ ,  $(\delta_B^*, r_B^*)$ ,  $(\delta_{sB}, r_{sB})$  les différences de phase forte et le rapport des amplitudes pour les modes  $B^- \rightarrow DK^-$ ,  $B^- \rightarrow D^*K^-$ ,  $B^- \rightarrow DK^{*-}$ . Le mode  $B^- \rightarrow D^*K^{*-}$  n'a jamais été étudié. C'est une désintégration en deux mésons vecteurs, qui nécessiterait donc une analyse angulaire afin de séparer les différentes composantes  $CP$  présentes dans le taux de désintégration, et qui dépendent de la polarisation des mésons vecteurs.

Comme nous l'avons évoqué, la différence entre les trois méthodes GLW, ADS et GGSZ réside dans l'état final considéré pour le  $D$  : la méthode de Gronau-London-Wyler concerne les états finaux propres de  $CP$ , la méthode ADS utilise les modes doublement supprimés de Cabibbo, et enfin la méthode GGSZ est basée sur les désintégrations à trois corps du  $D$ . Le grand intérêt de ces méthodes vient du fait qu'elles sont théoriquement propres, car elles n'impliquent pas de pollution par des diagrammes pingouins. Par ailleurs, elles font intervenir des inconnues communes :  $\gamma$ ,  $r_B$ ,  $\delta_B$ . Il est donc possible, et même indispensable comme nous allons le voir, de combiner ces méthodes entre elles pour améliorer les contraintes obtenues sur  $\gamma$  [60].

### 3.2 Méthode Gronau-London-Wyler (GLW)

Cette méthode, proposée en 1991 par Gronau, London et Wyler [61, 62], exploite les interférences évoquées dans la partie précédente, et propose de mesurer l'angle  $\gamma$  à partir des désintégrations  $B^\pm \rightarrow D_{CP}^{(*)}K^{(*)\pm}$ , où  $D_{CP}^{(*)}$  représente un état propre de  $CP$  du  $D^{(*)}$ . On note  $D_+^{(*)}$  les états propres de  $CP$  pairs ( $CP = +1$ ) et  $D_-^{(*)}$  les états propres de  $CP$  impairs ( $CP = -1$ ).

Les états propres de  $CP$  du  $D^{(*)}$  sont reliés aux états propres de saveur  $D^{(*)0}$  et  $\bar{D}^{(*)0}$  par<sup>5</sup> :

$$|D_\pm^{(*)}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|D^{(*)0}\rangle \pm |\bar{D}^{(*)0}\rangle) \quad (3.8)$$

On en déduit les relations entre les amplitudes de désintégration vers un état propre de  $CP$  et vers un état propre de saveur :

$$\begin{aligned} \sqrt{2}A(B^- \rightarrow D_\pm K^-) &= A(B^- \rightarrow D^0 K^-) \pm A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) \\ \sqrt{2}A(B^+ \rightarrow D_\pm K^+) &= A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) \pm A(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+) \end{aligned} \quad (3.9)$$

D'après les équations (3.6) et (3.7), on peut réécrire :

$$\begin{aligned} \sqrt{2}A(B^- \rightarrow D_\pm K^-) &= a \pm ar_B e^{-i\gamma} e^{i\delta_B} \\ \sqrt{2}A(B^+ \rightarrow D_\pm K^+) &= a \pm ar_B e^{i\gamma} e^{i\delta_B} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Ainsi :

$$A(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+) = A(B^- \rightarrow D^0 K^-) \quad (3.11)$$

$$A(B^+ \rightarrow D^0 K^+) = e^{2i\gamma} A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-) \quad (3.12)$$

$$|A(B^+ \rightarrow D_+ K^+)| \neq |A(B^- \rightarrow D_+ K^-)| \quad (3.13)$$

la relation (3.13) étant vraie si  $\gamma \neq 0$ . Toutes ces relations se traduisent géométriquement dans le plan complexe par la figure 3.2.

---

<sup>5</sup>En choisissant la convention de phase :  $CP|D^{(*)0}\rangle = \bar{D}^{(*)0}$  et  $CP|\bar{D}^{(*)0}\rangle = |D^{(*)0}\rangle$

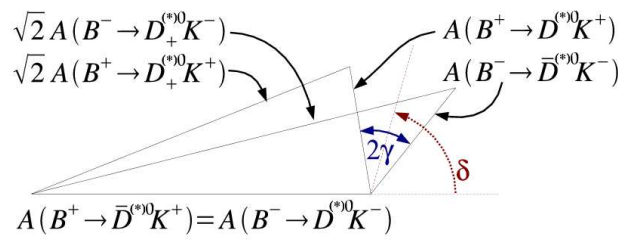


FIGURE 3.2 – Représentation géométrique de la méthode GLW : ces triangles dans le plan complexe donnent les relations entre les amplitudes des désintégrations mises en jeu pour la mesure de  $\gamma$ .

### 3.2.1 Première formulation

Dans la formulation originelle, Gronau, London et Wyler proposent de mesurer les six<sup>6</sup> rapports d'embranchement  $Br(B^\pm \rightarrow D_{CP} K^\pm)$ ,  $Br(B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm)$ ,  $Br(B^\pm \rightarrow \bar{D}^0 K^\pm)$ , et d'en déduire  $\gamma$  géométriquement avec une ambiguïté d'ordre 4 :

$$\begin{aligned} \sin \gamma = & \frac{1}{4|A||\bar{A}|} \left[ \epsilon_1 \sqrt{[(|A| + |\bar{A}|)^2 - 2|A^+|^2][2|\bar{A}^-|^2 - (|A| - |\bar{A}|)^2]} \right. \\ & \left. + \epsilon_2 \sqrt{[(|A| + |\bar{A}|)^2 - 2|A^-|^2][2|\bar{A}^+|^2 - (|A| - |\bar{A}|)^2]} \right] \end{aligned} \quad (3.14)$$

avec  $A \equiv A(B^- \rightarrow D^0 K^-)$ ,  $\bar{A} \equiv A(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)$ ,  $A^+ \equiv A(B^+ \rightarrow D_+ K^+)$ ,  $A^- \equiv A(B^- \rightarrow D_+ K^-)$  et  $\epsilon_i = \pm 1$ ,  $i = 1$  ou  $2$ . Cette formulation souffre d'un problème majeur : le besoin de mesurer le rapport d'embranchement supprimé de couleur  $Br(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)$ . En effet, la reconstruction de la désintégration  $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$  peut se faire de deux façons :

- par des désintégrations hadroniques,
- par des désintégrations semi-leptoniques.

La voie hadronique consisterait à reconstruire le  $\bar{D}^0$  en un état final  $K^+ \pi^-$ . Le problème expérimental vient du fait que cet état final peut être atteint de deux manières différentes, comme représenté sur les diagrammes de la figure 3.3 : soit par la désintégration supprimée de couleur  $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$  (dont on cherche à mesurer le rapport d'embranchement) suivie d'une désintégration favorisée de Cabibbo  $\bar{D}^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ , soit par la désintégration autorisée de couleur  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  suivie d'une désintégration doublement supprimée de Cabibbo  $D^0 \rightarrow K^+ \pi^-$ . Le rapport de ces deux contributions est donné par :

$$\frac{|A(B^- \rightarrow \bar{D}^0(K^+ \pi^-) K^-)|^2}{|A(B^- \rightarrow D^0(K^+ \pi^-) K^-)|^2} \approx \left| \frac{V_{ub} V_{cs}^*}{V_{cb} V_{us}^*} \right|^2 \left| \frac{a_2}{a_1} \right|^2 \frac{Br(\bar{D}^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{Br(D^0 \rightarrow K^+ \pi^-)} \quad (3.15)$$

$$\left| \frac{V_{ub} V_{cs}^*}{V_{cb} V_{us}^*} \right| = 0,4 \pm 0,1 \quad (3.16)$$

$$\frac{a_2}{a_1} = 0,26 \pm 0,07 \pm 0,05 \quad [63] \quad (3.17)$$

$$\frac{Br(D^0 \rightarrow K^+ \pi^-)}{Br(\bar{D}^0 \rightarrow K^+ \pi^-)} = 0,0077 \pm 0,0025 \quad [39] \quad (3.18)$$

$$\frac{|A(B^- \rightarrow \bar{D}^0(K^+ \pi^-) K^-)|^2}{|A(B^- \rightarrow D^0(K^+ \pi^-) K^-)|^2} \sim 1 \quad (3.19)$$

Les amplitudes des deux contributions  $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$  et  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  sont donc du même ordre de grandeur, il n'est pas possible d'en extraire une mesure de  $Br(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)$ .

L'utilisation d'un étiquetage semi-leptonique du  $\bar{D}^0$  n'est pas une solution non plus. En effet, les désintégrations  $\bar{D}^0 \rightarrow X_{\bar{s}} l^- \bar{\nu}_l$  souffrent de la présence d'un bruit de fond considérable provenant

<sup>6</sup>Gronau, London et Wyler ne considéraient en effet qu'un seul état  $D_{CP}$  dans cette première formulation.

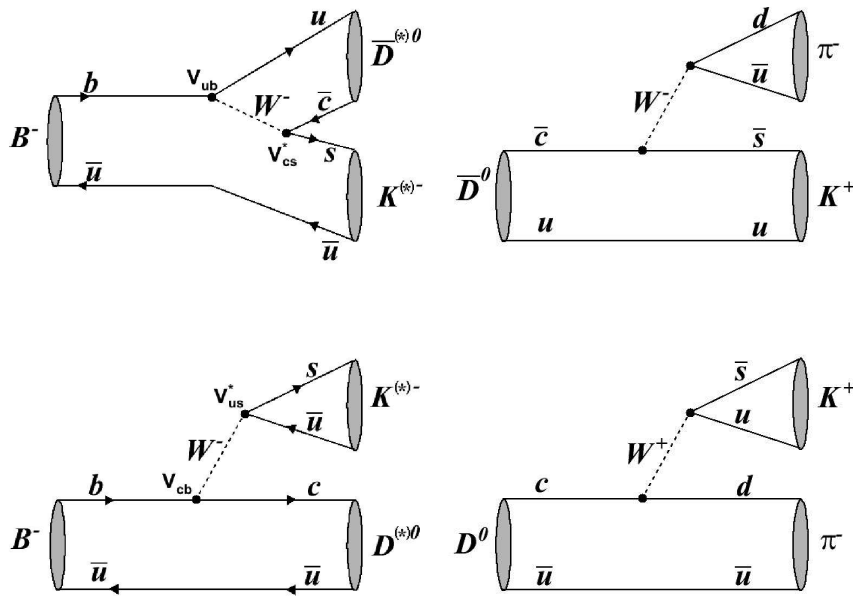


FIGURE 3.3 – Différents diagrammes mis en jeu dans la désintégration  $B^- \rightarrow DK^-$ , avec le  $D$  reconstruit dans un état final  $K^+\pi^-$ .

des désintégrations semi-leptoniques directes du  $B$  vers un état charmé  $B \rightarrow X_c l^- \bar{\nu}_l$ , suivies d'une transition de  $X_c$  via  $c \rightarrow s u \bar{d}$ , qui sont cinq ordres de grandeur plus abondantes.

La mesure de  $Br(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)$  est donc une difficulté majeure de la méthode GLW *brute*. Afin de la contourner, d'autres méthodes ont été développées (ADS, GGSZ), et une nouvelle formulation de la méthode GLW a été introduite.

### 3.2.2 Seconde formulation

Cette nouvelle formulation consiste à s'affranchir de la mesure de  $Br(B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-)$ . Au lieu de mesurer les rapports d'embranchement  $Br(B^\pm \rightarrow D_{CP} K^\pm)$  d'un  $B$  vers un état propre de  $CP$ , et quatre rapports d'embranchement  $Br(B^\pm \rightarrow D^0 K^\pm)$  et  $Br(B^\pm \rightarrow \bar{D}^0 K^\pm)$  d'un  $B$  vers un état propre de saveur, on mesure cette fois-ci les rapports d'embranchement de deux états propres de  $CP$  différents  $Br(B^\pm \rightarrow D_+ K^\pm)$ ,  $Br(B^\pm \rightarrow D_- K^\pm)$ , et deux rapports d'embranchement,  $Br(B^- \rightarrow D^0 K^-)$  et  $Br(B^+ \rightarrow \bar{D}^0 K^+)$ , d'un  $B$  vers un état propre de saveur.

Les taux de désintégration sont proportionnels aux carrés des amplitudes, soit, d'après l'équation (3.10) :

$$\begin{aligned} 2\Gamma(B^- \rightarrow D_\pm K^-) &= |a \pm ar_B e^{-i\gamma} e^{i\delta_B}|^2 \\ 2\Gamma(B^+ \rightarrow D_\pm K^+) &= |a \pm ar_B e^{i\gamma} e^{i\delta_B}|^2 \end{aligned} \quad (3.20)$$

soit :

$$\begin{aligned} \Gamma(B^- \rightarrow D_\pm K^-) &= \frac{a^2}{2}(1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos(\delta_B - \gamma)) \\ \Gamma(B^+ \rightarrow D_\pm K^+) &= \frac{a^2}{2}(1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos(\delta_B + \gamma)) \end{aligned} \quad (3.21)$$

De ces équations, on déduit les taux de désintégration de  $B^\pm$  vers un état propre de  $CP$  :

$$\begin{aligned} \Gamma(B^- \rightarrow D_\pm K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_\pm K^+) &= a^2(1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) \\ \Gamma(B^- \rightarrow D_\pm K^-) - \Gamma(B^+ \rightarrow D_\pm K^+) &= \pm 2a^2 r_B \sin \delta_B \sin \gamma \end{aligned} \quad (3.22)$$

Le taux de désintégration total de  $B \rightarrow D^0 K$  est :

$$\Gamma(B \rightarrow D^0 K) \equiv \frac{1}{2}(\Gamma(B^- \rightarrow D^0 K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D^0 K^+)) = a^2 \quad (3.23)$$

De ces taux de désintégration, on peut définir quatre observables  $\mathcal{A}_{CP\pm}$  et  $\mathcal{R}_{CP\pm}$ , correspondant respectivement aux asymétries  $CP$  (l'asymétrie  $CP$  de l'équation (2.74) est ici équivalente à une asymétrie de charge) et aux rapports de taux de désintégration :

$$\mathcal{A}_{CP\pm} \equiv \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}K^-) - \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}K^+)} = \frac{\pm 2r_B \sin \delta_B \sin \gamma}{1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma} \quad (3.24)$$

$$\mathcal{R}_{CP\pm} \equiv \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}K^+)}{(\Gamma(B^- \rightarrow D^0K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D^0K^+))/2} = 1 + r_B^2 \pm 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma \quad (3.25)$$

Ce système de quatre équations possède trois inconnues :  $\delta_B$ ,  $\gamma$ ,  $r_B$ . Elles sont reliées par la relation :

$$\mathcal{A}_{CP+}\mathcal{R}_{CP+} = -\mathcal{A}_{CP-}\mathcal{R}_{CP-} \quad (3.26)$$

La mesure de ces quatre observables *via* la mesure des taux de désintégration permet donc, en principe, de résoudre le système. En particulier,  $r_B$  est obtenu par la mesure de  $\mathcal{R}_{CP\pm}$  :

$$\frac{\mathcal{R}_{CP+} + \mathcal{R}_{CP-}}{2} = 1 + r_B^2 \quad (3.27)$$

et en notant  $\mathcal{A}_{CP\pm} \equiv \pm 2r_B \sin \delta_B \sin \gamma = \mathcal{A}_{CP\pm} \mathcal{R}_{CP\pm}$  :

$$\mathcal{R}_{CP\pm} = 1 + r_B^2 \pm \sqrt{4r_B \cos \gamma - \mathcal{A}_{CP\pm}^2 \cot^2 \gamma} \quad (3.28)$$

En pratique, on utilise le fait que  $A(B^+ \rightarrow D_{CP\pm}\pi^+) \approx A(B^- \rightarrow D_{CP\pm}\pi^-) \approx \sqrt{12}A(B^- \rightarrow D^0\pi^-)$  (ce qui revient à négliger un terme  $r_B \frac{V_{us}V_{cd}}{V_{ud}V_{cs}} \approx 0,01$ ), et l'on mesure plutôt le double rapport  $R_{\pm}/R \approx \mathcal{R}_{CP\pm}$  avec :

$$R_{\pm} = \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D_{\pm}\pi^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D_{\pm}\pi^+)} \quad (3.29)$$

$$R = \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D^0K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow \bar{D}^0K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D^0\pi^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow \bar{D}^0\pi^+)} \quad (3.30)$$

qui permet d'éliminer de nombreuses incertitudes systématiques.

Par ailleurs, afin d'exprimer de façon cohérente les résultats de la méthode GLW avec ceux de la méthode GGSZ présentée plus loin, on définit les coordonnées cartésiennes  $x_{\pm}$  et  $y_{\pm}$  telles que :

$$x_{\pm} = r_B \cos(\delta_B \pm \gamma) \quad (3.31)$$

$$y_{\pm} = r_B \sin(\delta_B \pm \gamma) \quad (3.32)$$

de sorte que :

$$x_{\pm} = \frac{\mathcal{R}_{CP+}(1 \mp \mathcal{A}_{CP+}) - \mathcal{R}_{CP-}(1 \mp \mathcal{A}_{CP-})}{4} \quad (3.33)$$

$$r_B^2 = x_{\pm}^2 + y_{\pm}^2 = \frac{\mathcal{R}_{CP+} + \mathcal{R}_{CP-} - 2}{2} \quad (3.34)$$

### 3.2.3 Inconvénients de la méthode GLW

Comme nous l'avons vu, la seconde formulation de la méthode GLW permet de s'affranchir de la difficulté expérimentale de la mesure de  $Br(B^- \rightarrow \bar{D}^0K^-)$ , et conduit à un système de trois équations indépendantes et trois inconnues, soluble en principe, d'où l'on peut extraire  $\gamma$ . La situation n'est malheureusement pas si simple, car la méthode GLW souffre de plusieurs problèmes qui la rendent peu sensible à la mesure de  $\gamma$ .

Tout d'abord, la méthode GLW ne permet pas de distinguer les différentes solutions possibles pour  $(\gamma, \delta_B)$ . Elle mène à une ambiguïté d'ordre 8 [64] dans la détermination de  $\gamma$ .

Le deuxième inconvénient de la méthode GLW réside dans le fait qu'elle met en jeu des rapports d'embranchement faibles. Il y a donc une forte limitation statistique inhérente à l'utilisation de ces modes :

$$Br(B \rightarrow D^0 K) \times Br(D^0 \rightarrow CP) \approx 10^{-6} \quad (3.35)$$

Même en sommant sur tous les rapports d'embranchement vers des états finaux  $CP$ , on n'arrive seulement qu'à :

$$\sum_{CP} Br(D^0 \rightarrow CP) \approx 0,05 \sum Br(D^0 \rightarrow X) \quad (3.36)$$

Néanmoins, le problème principal de la méthode GLW provient de sa faible sensibilité à  $r_B$ , qui réside dans deux effets combinés :

- la petitesse de  $r_B$ , du fait de la suppression de couleur de la transition  $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$  par rapport à la transition favorisée  $B^- \rightarrow D^0 K^-$ ,
- la dépendance quadratique en  $r_B$  de  $\mathcal{R}_{CP\pm}$  de l'équation (3.27).

La valeur de  $r_B$  est un élément crucial de la méthode GLW, car plus elle est grande, meilleure est la précision sur la mesure de  $\gamma$  (car la sensibilité à  $\gamma$  est accrue du fait des interférences plus importantes).

On considère en général que  $r_B$  est de l'ordre de 0,1 à 0,2. Cette estimation est faite de la manière suivante : Les hamiltoniens effectifs des transitions  $b \rightarrow c\bar{u}s$  et  $b \rightarrow u\bar{c}s$  sont donnés par :

$$H_{eff}(b \rightarrow c\bar{u}s) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{cb} V_{us}^* [c_1(\mu)(\bar{s}u)(\bar{c}b) + c_2(\mu)(\bar{c}u)(\bar{s}b)] \quad (3.37)$$

$$H_{eff}(b \rightarrow u\bar{c}s) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} V_{ub} V_{cs}^* [c_1(\mu)(\bar{s}c)(\bar{u}b) + c_2(\mu)(\bar{u}c)(\bar{s}b)] \quad (3.38)$$

avec  $(\bar{q}_i q_j) = \bar{q}_i \gamma^\mu (1 - \gamma^5) q_j$  des courants singulets de couleur de quarks gauches, et  $c_1(m_b) = 1,13$ ,  $c_2(m_b) = -0,29$  [65]. Le rapport des facteurs  $CKM$  est  $\frac{V_{ub} V_{cs}^*}{V_{cb} V_{us}^*} = 0,4 \pm 0,1$  [66]. Les éléments de matrice hadroniques à quatre fermions, qui dépendent de l'échelle  $\mu$ , sont très difficiles à calculer théoriquement. Leur estimation se fait par l'utilisation combinée de la factorisation et de la symétrie  $SU(3)_F$  :

- la factorisation est utilisée pour décrire les modes autorisés de couleur, tels  $B^0 \rightarrow \bar{D}^- \pi^+$ . La prise en compte des effets non-factorisables, provenant de l'échange de gluons mous, nécessite l'introduction d'un coefficient  $\frac{a_2}{a_1}$  pour déterminer le rapport entre les amplitudes supprimées de couleur et celles favorisées de couleur. La détermination de ce paramètre est réalisé par un ajustement sur les données, et mène à  $\frac{a_2}{a_1} \approx 0,26$  [63].
  - en invoquant la symétrie  $SU(3)_F$  [67], on utilise ce rapport pour les désintégrations  $B \rightarrow \bar{D} K$ .
- On a alors :

$$r_B \approx \frac{|V_{ub} V_{cs}^*|}{|V_{cb} V_{us}^*|} \frac{a_2}{a_1} \approx 0,1 \quad (3.39)$$

Les interférences résultantes sont donc faibles, et par conséquent la sensibilité à  $\gamma$  est réduite.

La valeur de la phase forte joue également un rôle important : si elle tend vers 0, la mesure de  $\gamma$  sera donnée par un terme en  $r_B^2$ , alors qu'une phase forte importante permettrait d'avoir une sensibilité à  $\gamma$  de l'ordre de  $r_B$ . La figure 3.4 montre le rôle complémentaire de  $\mathcal{A}_{CP\pm}$  et  $\mathcal{R}_{CP\pm}$  : les asymétries  $CP$  sont grandes pour des valeurs élevées de  $\delta_B$  et  $\gamma$ , tandis que les déviations<sup>7</sup> de  $\mathcal{R}_{CP\pm}$  par rapport à 1 augmentent lorsque  $\delta_B$  et  $\gamma$  sont petites.

### 3.2.4 Résultats de la méthode GLW

L'analyse GLW des modes  $B^\pm \rightarrow DK^\pm$ ,  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$ ,  $B^\pm \rightarrow DK^{*\pm}$  a été réalisée par la collaboration BABAR [68, 69, 70]. La collaboration Belle [71] a également étudié les modes  $B^\pm \rightarrow DK^\pm$  et  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$ . Les résultats en terme d'observables GLW  $\mathcal{A}_{CP\pm}$  et  $\mathcal{R}_{CP\pm}$  obtenus à l'heure actuelle sont résumés figure 3.5.

<sup>7</sup>D'après l'équation (3.25), la sensibilité à  $\gamma$  est d'autant plus grande que  $\mathcal{R}_{CP\pm}$  est éloigné de 1.



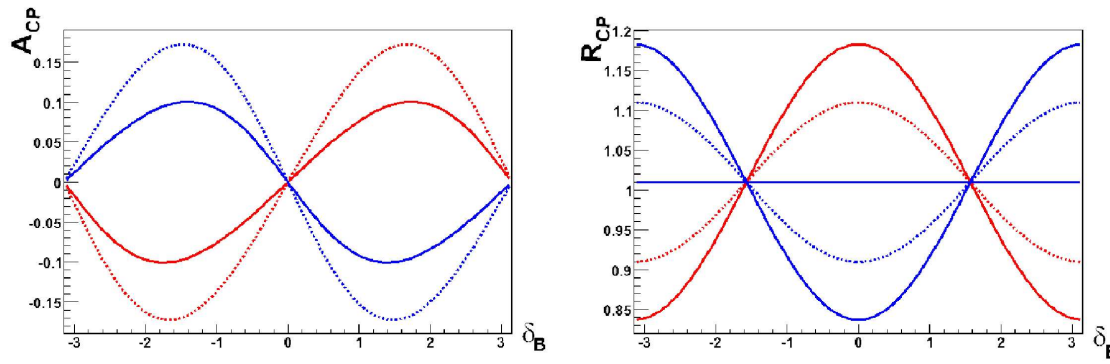


FIGURE 3.4 – Dépendance des observables GLW en fonction de la valeur de la différence de phase forte  $\delta_B$  pour  $\gamma = 30^\circ$  (courbes en trait plein) et  $\gamma = 60^\circ$  (courbes en traits pointillés), pour  $CP = +1$  (en rouge) et  $CP = -1$  (en bleu).

*BABAR* a donné ces résultats en termes de coordonnées cartésiennes<sup>8</sup> pour les modes<sup>9</sup>  $DK$  et  $DK^*$  (tableau 3.1).

TABLEAU 3.1 – Résultats de la collaboration *BABAR* pour l'analyse GLW des modes  $DK$  et  $DK^*$  en terme de coordonnées cartésiennes  $x_\pm$ .

Mode $DK$	Mode $DK^*$
$x_+ = -0,082 \pm 0,053 \pm 0,018$	$x_{s+} = 0,32 \pm 0,18 \pm 0,07$
$x_- = 0,102 \pm 0,062 \pm 0,022$	$x_{s-} = 0,33 \pm 0,16 \pm 0,06$
$r_B^2 = -0,12 \pm 0,08 \pm 0,03$	$r_{sB}^2 = 0,30 \pm 0,25$

Les incertitudes obtenues sur  $\mathcal{A}_{CP\pm}$  et  $\mathcal{R}_{CP\pm}$  sont grandes, et ne permettent pas d'obtenir de contrainte sur  $\gamma$  à partir de la méthode GLW utilisée seule. En revanche, les incertitudes obtenues sur  $x_\pm$  sont compétitives avec la méthode GGSZ (voir section 3.4.3), et permettent d'améliorer significativement les contraintes sur  $\gamma$  quand on combine les résultats GLW à la méthode GGSZ, comme nous le verrons dans la section 3.6.

### 3.3 Méthode de Atwood-Dunietz-Soni (ADS)

#### 3.3.1 Principe

Cette méthode a été proposée par Atwood, Dunietz et Soni [72, 73] pour résoudre le problème de la première formulation de la méthode GLW : au lieu d'être contrainte par la difficulté de mesurer  $Br(B^- \rightarrow D^{*0}K^-)$ , elle en tire parti. L'état final considéré pour le  $D$  est un état propre de saveur  $K^+\pi^-$ . Les processus mis en oeuvre sont ceux présentés figure 3.3 : la désintégration supprimée de couleur  $B^- \rightarrow \bar{D}^0 K^-$  suivie d'une désintégration favorisée de Cabibbo  $\bar{D}^0 \rightarrow K^+\pi^-$ , interfère avec la désintégration autorisée de couleur  $B^- \rightarrow D^0 K^-$  suivie d'une désintégration doublement supprimée de Cabibbo  $D^0 \rightarrow K^+\pi^-$ . Tout comme dans la méthode GLW, on peut définir une asymétrie  $CP$  et un rapport de rapports d'embranchement (comme on ne considère pas des états propres de  $CP$ , on ne dispose que de deux observables cette fois-ci) :

$$\begin{aligned}
R_{ADS} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D(K^+\pi^-)K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D(K^-\pi^+)K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D(K^-\pi^+)K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D(K^+\pi^-)K^+)} \\
&= r_B^2 + r_D^2 + 2r_B r_D \cos(\delta_B + \delta_D) \cos \gamma
\end{aligned} \tag{3.40}$$

<sup>8</sup>Belle ne les a données que sous forme de  $\mathcal{A}_{CP\pm}$  et  $\mathcal{R}_{CP\pm}$ .

<sup>9</sup>Mais pas pour le mode  $D^*K$ , pour lequel seuls les modes  $CP$  pairs ont été étudiés.

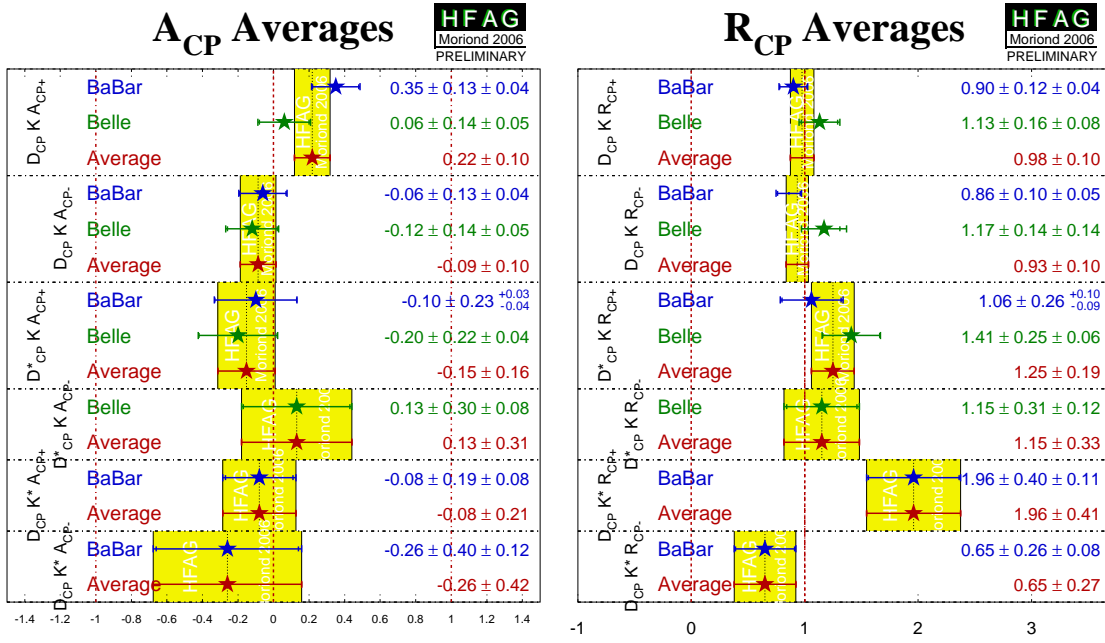


FIGURE 3.5 – Résultats des analyses des modes GLW par les collaborations *BABAR* et Belle, et mesures combinées.

$$\begin{aligned}
 A_{ADS} &= \frac{\Gamma(B^- \rightarrow D(K^+\pi^-)K^-) - \Gamma(B^+ \rightarrow D(K^-\pi^+)K^+)}{\Gamma(B^- \rightarrow D(K^+\pi^-)K^-) + \Gamma(B^+ \rightarrow D(K^-\pi^+)K^+)} \\
 &= \frac{2r_B r_D \sin(\delta_B + \delta_D) \sin \gamma}{R_{ADS}}
 \end{aligned} \tag{3.41}$$

que l'on exprime toujours en fonction des trois inconnues  $(\gamma, \delta_B, r_B)$  communes aux méthodes de mesure de  $\gamma$  avec les  $B$  chargés. Le  $D$  n'étant pas reconstruit dans un état propre de  $CP$ , deux paramètres supplémentaires apparaissent :  $\delta_D$ , la différence de phases fortes entre les diagrammes de désintégration du  $D$ , et  $r_D = \left| \frac{A(D^0 \rightarrow K^+\pi^-)}{A(D^0 \rightarrow K^-\pi^+)} \right|$ . Le système possède désormais seulement deux équations, mais cinq inconnues. On utilise donc une mesure extérieure de  $r_D$ , qui a été obtenue avec précision ( $r_D^2 = 0,376 \pm 0,009\%$ ) [39] par l'étude des désintégrations  $D^0 \rightarrow K^+\pi^-$ . En revanche, aucune information sur  $\delta_D$  n'est disponible. Il n'y a pas d'autre choix que de réaliser un balayage de toutes les valeurs possibles lors de la détermination des autres paramètres. Malgré tout, il reste une inconnue en trop, sauf dans le cas des modes  $D^*K$ , comme nous allons le voir dans la section 3.3.2.

La méthode ADS est un peu le complémentaire de la méthode GLW : les amplitudes qui interviennent sont cette fois-ci du même ordre de grandeur, comme nous l'avons vu dans la section 3.2.1, et la sensibilité à  $\gamma$  s'en trouve accrue. Par ailleurs,  $R_{ADS}$  est très sensible à  $r_B^2$  d'après l'équation (3.40). En revanche les désintégrations mises en jeu ont des rapports d'embranchement plus faibles ( $< 10^{-6}$ ) que dans la méthode GLW, et constituent à l'heure actuelle la principale limitation de cette méthode.

### 3.3.2 Cas particulier des modes $D^*K$

Le cas des désintégrations  $B \rightarrow D^*K$  est plus riche [74] que les modes  $DK$  et  $DK^*$ . Selon le mode de désintégration du  $D^*$ , la valeur propre de  $CP$  du  $D$  change. En effet, dans le cas d'une désintégration  $D^* \rightarrow D\pi^0$ , la valeur de  $CP$  du  $D^*$ , notée  $\eta_{D^*}$ , vérifie :

$$\begin{aligned}
 \eta_{D^*} &= \eta_D \eta_{\pi^0} (-1)^l \\
 &= \eta_D \eta_{\pi^0}
 \end{aligned} \tag{3.42}$$

$$= \eta_D$$

d'après la conservation du moment cinétique orbital. Ceci se traduit par  $D_{\pm}^* \rightarrow D_{\pm}\pi^0$ , autrement dit le  $D^*$  et le  $D$  ont la même valeur propre de  $CP$ . On peut alors écrire :

$$\begin{aligned} |D\rangle &= \frac{|D_+\rangle + |D_-\rangle}{\sqrt{2}} + r_B^* e^{i(\delta_B^* - \gamma)} \frac{|D_+\rangle - |D_-\rangle}{\sqrt{2}} \\ &= |D^0\rangle + r_B^* e^{i(\delta_B^* - \gamma)} |\bar{D}^0\rangle \end{aligned} \quad (3.43)$$

Dans le cas d'une désintégration  $D^* \rightarrow D\gamma$ , la valeur de  $CP$  du  $D^*$  vérifie :

$$\begin{aligned} \eta_{D^*} &= \eta_D \eta_\gamma (-1)^l \\ &= \eta_D \eta_\gamma \\ &= -\eta_D \end{aligned} \quad (3.44)$$

par conservation de la parité. On a cette fois-ci  $D_{\pm}^* \rightarrow D_{\mp}\gamma$  : le  $D^*$  et le  $D$  ont une valeur propre de  $CP$  opposée, et donc :

$$\begin{aligned} |D\rangle &= \frac{|D_-\rangle + |D_+\rangle}{\sqrt{2}} + r_B^* e^{i(\delta_B^* - \gamma)} \frac{|D_-\rangle - |D_+\rangle}{\sqrt{2}} \\ &= |D^0\rangle + r_B^* e^{i(\delta_B^* + \pi - \gamma)} |\bar{D}^0\rangle \end{aligned} \quad (3.45)$$

Le changement de signe de la valeur propre de  $CP$  se traduit dans l'expression du  $D$  par une différence de phase de  $\pi$  supplémentaire pour les modes en  $D\gamma$ . Ceci a pour effet de générer une deuxième observable  $R_{ADS}$ , dont le signe du terme d'interférence change par rapport à  $R_{ADS}$  des modes  $D\pi^0$  :

$$R_{ADS}^{\pi^0} \equiv R_{ADS}(D^* \rightarrow D\pi^0) = r_B^{*2} + r_D^2 + 2r_B^* r_D \cos(\delta_B^* + \delta_D) \cos \gamma \quad (3.46)$$

$$R_{ADS}^{\gamma} \equiv R_{ADS}(D^* \rightarrow D\gamma) = r_B^{*2} + r_D^2 - 2r_B^* r_D \cos(\delta_B^* + \delta_D) \cos \gamma \quad (3.47)$$

On peut alors mesurer  $\delta_B$  et obtenir  $r_B^*$  sans paramètre libre supplémentaire :

$$r_B^* = \frac{R_{ADS}^{\pi^0} + R_{ADS}^{\gamma}}{2} - r_D^2 \quad (3.48)$$

### 3.3.3 Résultats

La collaboration *BABAR* a mené l'analyse ADS des modes  $B \rightarrow DK$ ,  $B \rightarrow D^*K$  [75],  $B \rightarrow DK^*$  [76] sur un ensemble de  $232 \times 10^6$  paires de  $B\bar{B}$ . Aucun signal n'a été observé : les asymétries  $CP$  n'ont donc pas pu être mesurées. Les valeurs obtenues pour  $R_{ADS}$  sont toutes compatibles avec 0, comme cela est résumé sur la figure 3.6. Des limites supérieures sur  $r_B^{(*)}$  ont été établies pour les modes  $B \rightarrow DK$  et  $B \rightarrow D^*K$  :  $r_B < 0,23$ ,  $(r_B^*)^2 < (0,16)^2$  à 90% de niveau de confiance. Pour le mode  $B \rightarrow DK^*$ , l'analyse GLW a été combinée aux résultats ADS pour en extraire une valeur  $r_{sB} = 0,28_{-0,10}^{+0,06}$ , et exclut l'intervalle  $75^\circ < \gamma < 105^\circ$  à un niveau de confiance de deux déviations standards. Malgré l'utilisation d'une statistique plus importante ( $386 \times 10^6$  paires de  $B\bar{B}$ ), la collaboration Belle n'a pas pu observer non plus de signal au cours de son analyse ADS du mode  $B \rightarrow DK$  [77], et obtient  $R_{ADS} < 0,0139$  et  $r_B < 0,18$  à 90% de niveau de confiance.

Afin de maximiser les chances d'observer du signal pour un mode ADS, *BABAR* a également étudié [78] les modes doublement supprimés de Cabibbo  $B^- \rightarrow DK^-$ , où le  $D$  est reconstruit en  $K^+\pi^-\pi^0$ . Ce canal présente l'intérêt d'avoir un rapport d'embranchement plus élevé que pour les modes en deux corps. Par ailleurs, la valeur de  $r_D^2 = 0,214 \pm 0,011\%$  étant plus petite que dans le cas des désintégrations en  $K^-\pi^+$ , la sensibilité à  $R_{ADS}$  et  $r_B$  est accrue. La contrepartie de cette méthode vient du fait que l'amplitude de désintégration du  $D$  et la différence de phase forte  $\delta_D$  varient dans le plan de Dalitz du  $D^0$ , ce qui rend l'extraction de  $\gamma$  plus difficile. De plus, elle souffre d'une quantité plus importante de bruit de fond. Malgré un nombre d'événements attendu plus élevé, la statistique utilisée ( $226 \times 10^6$  paires de  $B\bar{B}$ ) n'a pas permis d'observer de signal pour ce mode non plus, et encore une fois, seules des limites supérieures  $R_{ADS} < 0,039$  et  $r_B < 0,19$  à 95% de niveau de confiance ont été établies.

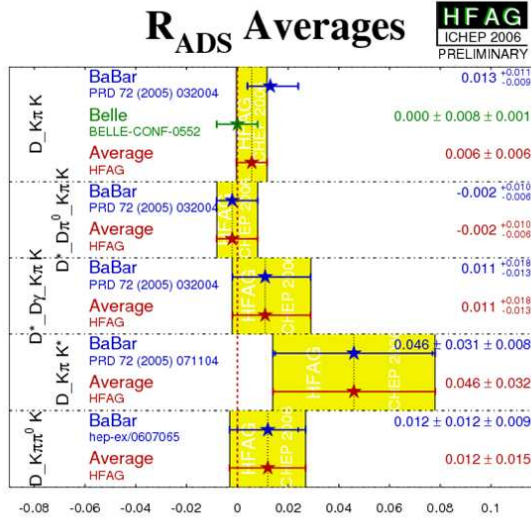


FIGURE 3.6 – Résultats des analyses des modes ADS par les collaborations *BABAR* et Belle, et mesures combinées.

### 3.4 Méthode de Giri-Grossman-Soffer-Zupan (GGSZ)

#### 3.4.1 Amplitudes des désintégrations du $D$ en trois corps

La méthode Giri-Grossman-Soffer-Zupan [79] exploite les désintégrations à trois corps du  $D$ , et repose donc sur une analyse de Dalitz du  $D$ . Les modes les plus intéressants sont  $B^- \rightarrow D^{(*)} K^{(*)-}$  où le  $D$  est reconstruit en  $K_S^0 \pi^- \pi^+$ , car il est le plus sensible à  $\gamma$ , du fait de son rapport d'embranchement ( $\approx 10^{-5}$  en incluant les rapports d'embranchement secondaires) et des bruits de fond raisonnables grâce à la signature propre du signal qui ne contient que des traces chargées dans l'état final. L'amplitude de désintégration s'écrit en fonction de  $(\gamma, r_{(s)B}^{(*)}, \delta_{(s)B}^{(*)})$  et des masses invariantes  $m_-^2 \equiv m_{K_S^0 \pi^-}^2$  et  $m_+^2 \equiv m_{K_S^0 \pi^+}^2$  des filles du  $D$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{B^-}(m_-^2, m_+^2) &= \mathcal{A}_D(m_-^2, m_+^2) + \kappa r_{(s)B}^{(*)} e^{i(\delta_{(s)B}^{(*)} - \gamma)} \mathcal{A}_D(m_+^2, m_-^2) \\ \mathcal{A}_{B^+}(m_+^2, m_-^2) &= \mathcal{A}_D(m_+^2, m_-^2) + \kappa r_{(s)B}^{(*)} e^{i(\delta_{(s)B}^{(*)} + \gamma)} \mathcal{A}_D(m_-^2, m_+^2) \end{aligned} \quad (3.49)$$

avec  $\kappa = 1$  pour le mode  $B \rightarrow DK$  et pour  $B \rightarrow D^*(D^0 \pi^0)K$ ,  $\kappa = -1$  pour  $B \rightarrow D^*(D^0 \gamma)K$ . Dans le cas des modes  $B \rightarrow DK^*$ , des interférences peuvent avoir lieu avec les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D(K_S^0 \pi^\pm)_{non-K^*}$  : ainsi,  $0 < \kappa < 1$ . Dans le cas où les interférences tendent vers 0, on a  $\kappa \rightarrow 1$ ,  $r_{sB} \rightarrow r_B$  et  $\delta_{sB} \rightarrow \delta_B$ .

L'amplitude  $\mathcal{A}_D(m_-^2, m_+^2)$  est déterminée en utilisant des échantillons à haute statistique de  $D^{*+} \rightarrow D^0(K_S^0 \pi^+ \pi^-) \pi^+$  de saveur étiquetée, qui ont une très grande pureté (de l'ordre de 97%). La collaboration *BABAR* utilise le modèle de Breit-Wigner (aussi appelé modèle isobare) pour  $\mathcal{A}_D(m_-^2, m_+^2)$ , qui consiste à écrire l'amplitude comme une somme d'un ensemble de termes résonants et d'un terme non-résonant :

$$\mathcal{A}_D(m_-^2, m_+^2) = \sum_r a_r e^{i\phi_r} \mathcal{A}_r(m_-^2, m_+^2) + a_{NR} e^{i\phi_{NR}} \quad (3.50)$$

*BABAR* utilise 16 résonances (Table 3.2). Deux d'entre elles ne sont pas bien établies (le  $\sigma$  et  $\sigma'$ ). Elles sont néanmoins incluses afin de mieux décrire les données, et leur masse et leur largeur sont libres dans l'ajustement. Les autres paramètres pour les résonances sont tirés du PDG. Le plan de Dalitz ajusté et les projections sur les masses invariantes sont montrés sur la figure 3.7. Ils montrent la très bonne description des données par le modèle de Breit-Wigner.

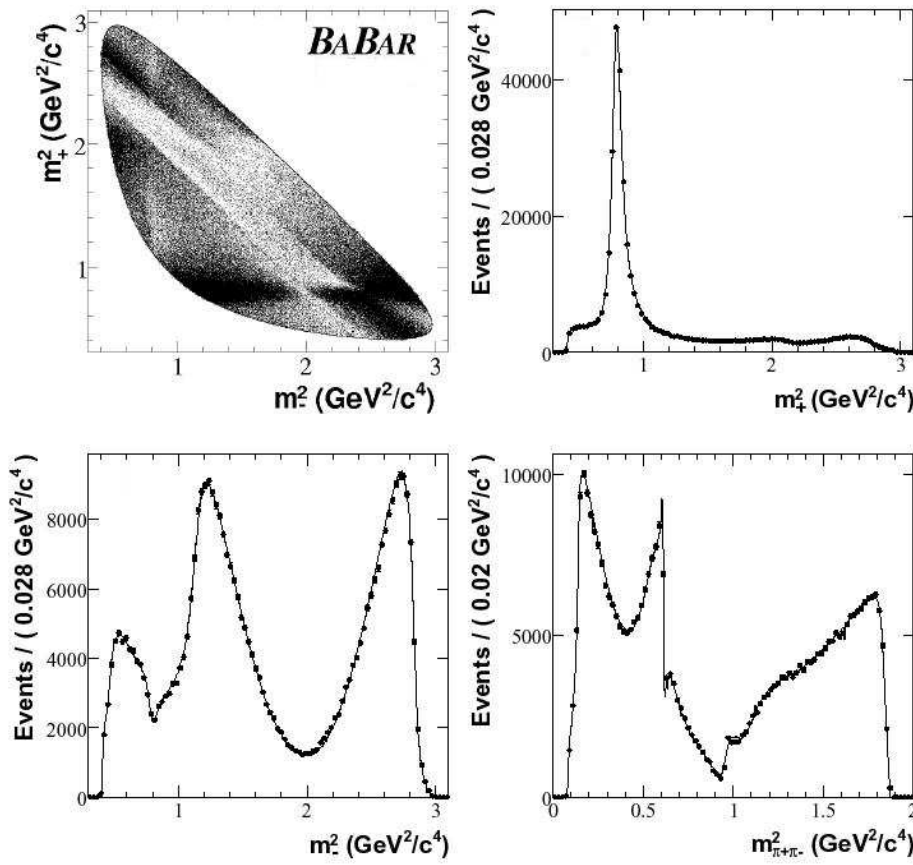


FIGURE 3.7 – Plan de Dalitz des  $D$  provenant d'échantillons  $D^{*+} \rightarrow D^0(K_S^0\pi^+\pi^-)\pi^+$  (en haut à gauche), et projections sur les masses invariantes des filles du  $D$  superposées au résultat de l'ajustement du modèle de Breit-Wigner utilisé par la collaboration *BABAR*.

### 3.4.2 Coordonnées cartésiennes

L'ajustement utilisé dans la méthode GGSZ ne fait pas intervenir directement les inconnues  $(\gamma, r_{(s)B}^{(*)}, \delta_{(s)B}^{(*)})$  : en effet, de par la faible statistique disponible pour les modes considérés (quelques centaines d'événements) et de par la faible valeur de  $r_B$ , l'utilisation de ces variables mène à des biais et à un comportement non-gaussien des incertitudes. Les coordonnées cartésiennes  $x_{(s)\pm}^{(*)}$  et  $y_{(s)\pm}^{(*)}$  ont été introduites pour remédier à ce problème. Elles sont définies par :

$$\begin{aligned} x_{(s)\pm}^{(*)} &\equiv \Re e \left( r_{(s)B}^{(*)} e^{i(\delta_{(s)B}^{(*)} \pm \gamma)} \right) \\ y_{(s)\pm}^{(*)} &\equiv \Im m \left( r_{(s)B}^{(*)} e^{i(\delta_{(s)B}^{(*)} \pm \gamma)} \right) \end{aligned} \quad (3.51)$$

de sorte que  $x_{(s)\pm}^{(*)2} + y_{(s)\pm}^{(*)2} = r_{(s)B}^{(*)2}$ . Ce sont ces variables qui sont utilisées dans l'ajustement sur le plan Dalitz de  $B^- \rightarrow D^{(*)}(K_S^0\pi^-\pi^+)K^{(*)}$ . Elles sont ensuite utilisées pour extraire des niveaux de confiance sur les observables  $(\gamma, r_{(s)B}^{(*)}, \delta_{(s)B}^{(*)})$  à l'aide de méthodes statistiques fréquentistes.

### 3.4.3 Résultats de la méthode GGSZ

L'analyse GGSZ avec un état final  $K_S^0\pi^-\pi^+$  a été effectuée par la collaboration *BABAR* pour les modes  $DK$ ,  $D^*K$  [80] et  $DK^*$  [81], sur des échantillons respectifs de  $347 \times 10^6$  et  $227 \times 10^6$  paires  $B\bar{B}$ . Le nombre d'événements observé est de  $398 \pm 23$  pour  $DK$ , de  $97 \pm 13$  ( $93 \pm 12$ ) pour  $D^*K$  avec  $D^* \rightarrow D^0\pi^0$  ( $D^* \rightarrow D^0\gamma$ ), et de  $42 \pm 8$  pour  $DK^*$ , avec des puretés de 67%, 77% et 65%. La collaboration Belle a également effectué ces analyses [82], sur un échantillon de  $386 \times 10^6$

Composante	$\Re\{a_r e^{i\phi_r}\}$	$\Im\{a_r e^{i\phi_r}\}$	Fraction de l'ajustement (%)
$K^*(892)^-$	$-1,223 \pm 0,011$	$1,3461 \pm 0,0096$	58,1
$K_0^*(1430)^-$	$1,698 \pm 0,022$	$0,576 \pm 0,024$	6,7
$K_2^*(1430)^-$	$0,834 \pm 0,021$	$-0,931 \pm 0,022$	6,3
$K^*(1410)^-$	$-0,248 \pm 0,038$	$-0,108 \pm 0,031$	0,1
$K^*(1680)^-$	$-1,285 \pm 0,014$	$0,205 \pm 0,013$	0,6
$K^*(892)^+$	$0,0997 \pm 0,0036$	$-0,1271 \pm 0,0034$	0,5
$K_0^*(1430)^+$	$0,027 \pm 0,016$	$0,076 \pm 0,017$	0,0
$K_2^*(1430)^+$	$-0,019 \pm 0,017$	$-0,177 \pm 0,018$	0,1
$\rho(770)$	1	0	21,6
$\omega(782)$	$-0,02194 \pm 0,00099$	$0,03942 \pm 0,00066$	0,7
$f_2(1270)$	$0,699 \pm 0,018$	$-0,387 \pm 0,018$	2,1
$\rho(1450)$	$0,253 \pm 0,038$	$0,036 \pm 0,055$	0,1
Non-resonant	$-0,99 \pm 0,19$	$3,82 \pm 0,13$	8,5
$f_0(980)$	$-0,4465 \pm 0,0057$	$-0,2572 \pm 0,0081$	6,4
$f_0(1370)$	$-0,95 \pm 0,11$	$1,619 \pm 0,011$	2,0
$\sigma$	$-1,28 \pm 0,02$	$-0,273 \pm 0,024$	7,6
$\sigma'$	$-0,290 \pm 0,010$	$0,0655 \pm 0,0098$	0,9

TABLEAU 3.2 – Amplitudes complexes  $a_r e^{i\phi_r}$  et fractions des différentes composantes (résonances  $K_S^0 \pi^-$ ,  $K_S^0 \pi^+$ , et  $\pi^+ \pi^-$ ) obtenues par ajustement du plan de Dalitz de  $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^- \pi^+$  provenant d'événements  $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$ . Les incertitudes sont statistiques seulement. Les masses et les largeurs des résonances viennent de PDG04.

paires de  $B\bar{B}$ , et trouve un nombre total d'événements de  $331 \pm 17$  pour  $DK$ ,  $81 \pm 11$  pour  $D^*K$  avec  $D^* \rightarrow D^0 \pi^0$  (le mode  $D^* \rightarrow D^0 \gamma$  n'a pas été étudié), et  $42 \pm 8$  pour  $DK^*$ , avec des puretés similaires à celles de *BABAR*<sup>10</sup>. Les résultats en termes de coordonnées cartésiennes sont résumés sur la figure 3.8.

Des intervalles de confiance de Neyman (à 5 dimensions pour  $DK$  et  $D^*K$  et à 3 dimensions pour  $DK^*$ ) sont définis à partir de ces résultats pour déterminer des contraintes sur  $(\gamma, r_{(s)B}^{(*)}, \delta_{(s)B}^{(*)})$ . Les résultats obtenus par *BABAR* sont représentés sur la figure 3.9. Ils montrent que les modes  $DK$  et  $D^*K$  fournissent une contrainte sur  $\gamma$  avec un niveau de confiance de 1  $\sigma$ , et une ambiguïté d'ordre 2 :  $\gamma[\text{mod } \pi] = (92 \pm 41 \pm 11 \pm 12)^\circ$ . En revanche, aucune zone d'exclusion de  $\gamma$  n'est donnée à 2 $\sigma$ . Il permettent également de donner une limite supérieure  $r_B < 0,142$  à 1  $\sigma$ , et une plage  $r_B^* \in [0,016; 0,206]$  à 1  $\sigma$ . En revanche aucune contrainte sur  $\gamma$  n'est obtenue avec le mode  $DK^*$  seul. Seule une limite sur  $\kappa r_{sB} < 0,5$  à 1  $\sigma$  est obtenue.

La méthode GGSZ a été récemment utilisée par *BABAR* [83] pour étudier le mode  $B^- \rightarrow DK^-$ , avec un état final en  $\pi^0 \pi^- \pi^+$  pour le  $D$ . Ce mode présente un signal attendu environ de moitié par rapport au mode  $K_S^0 \pi^- \pi^+$ , et possède un bruit de fond plus important du fait de la présence du  $\pi^0$  dans l'état final. Par ailleurs, la structure du plan de Dalitz est différente. Cette analyse a observé  $170 \pm 29$  événements. Même l'utilisation des coordonnées cartésiennes a révélé des corrélations non-linéaires entre les paramètres, si bien que la paramétrisation est effectuée à l'aide des coordonnées polaires  $\rho_\pm$  et  $\theta_\pm$  :

$$\rho_\pm \equiv \sqrt{(x_\pm - x^0)^2 + y_\pm^2} \quad (3.52)$$

$$\theta_\pm \equiv \arctan\left(\frac{y_\pm}{x_\pm - x^0}\right)$$

où  $x^0 = 0,85$  est un paramètre de changement de variable. Le résultat de l'ajustement donne  $\rho_+ = 0,75 \pm 0,11 \pm 0,06$ ,  $\rho_- = 0,72 \pm 0,11 \pm 0,06$ ,  $\theta_+ = (147 \pm 23 \pm 13)^\circ$ ,  $\theta_- = (173 \pm 42 \pm 19)^\circ$ , l'incertitude systématique provenant principalement du modèle de Dalitz. L'incertitude obtenue sur  $\theta_\pm$  est trop grande pour fournir une contrainte sur  $\gamma$ . En revanche l'incertitude sur  $\rho_\pm$  est suffisamment petite pour rendre cette méthode utile quand on la combine avec les autres analyses.

<sup>10</sup>Ce sont les différences d'efficacité de sélection qui expliquent ces nombres d'événements plus petits, malgré un échantillon plus grand.

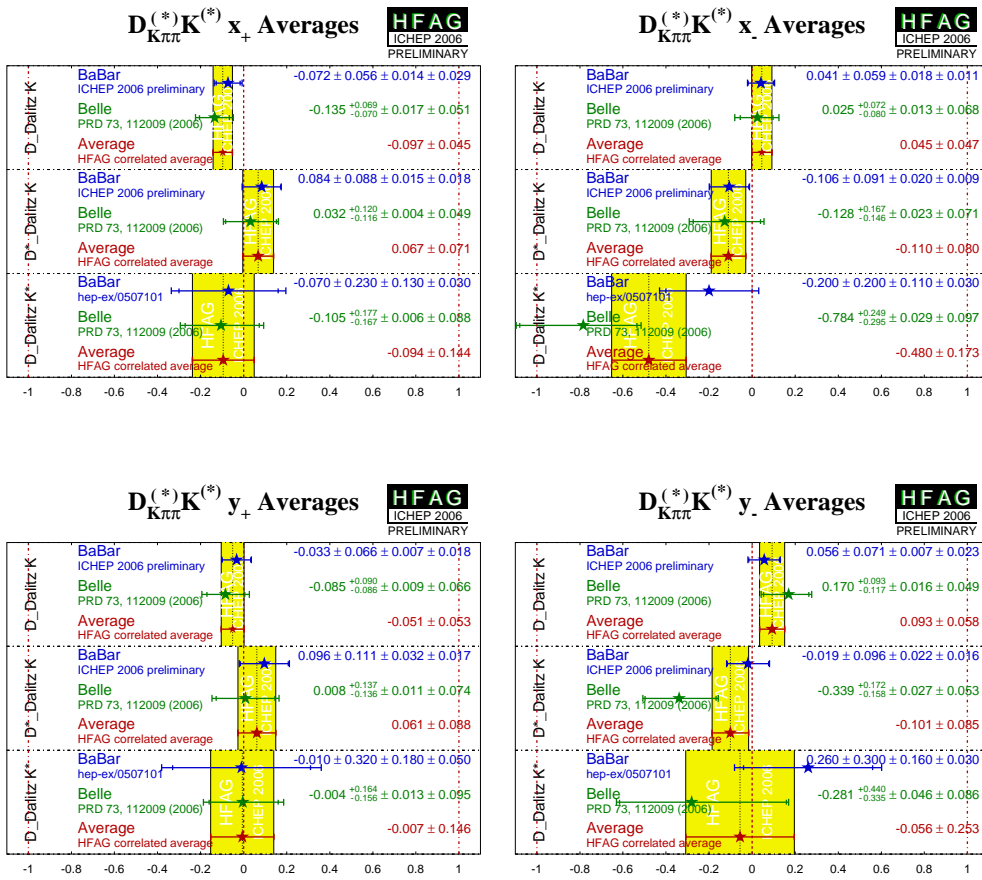


FIGURE 3.8 – Résultats de l’analyse GGSZ de l’état final  $K_S^0 \pi^- \pi^+$ , en termes de coordonnées cartésiennes  $x_{\pm}$  et  $y_{\pm}$ , obtenus par les collaborations *BABAR* et Belle.

### 3.5 Mesures indirectes : $\sin(2\beta + \gamma)$

Les désintégrations des mésons  $B$  neutres permettent d’avoir un accès indirect à  $\gamma$ , à travers la mesure de  $\sin(2\beta + \gamma)$ . L’angle  $\beta$  étant connu avec précision (voir section 2.3.2), il ne constitue pas une limitation pour la détermination de  $\gamma$ . Une mesure indirecte peut donc être aussi précise qu’une mesure directe *a priori*.

Cette méthode, proposée par Dunietz [84, 85, 86], est très similaire à celle utilisée pour la mesure de  $\sin(2\beta)$  dans les modes  $J/\psi K_S^0$  [87]. Elle consiste à étudier un état final  $D^{(*)-} \pi^+$  ou  $D^{(*)-} \rho^+$ , produit soit par la désintégration d’un  $B^0$  par une transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{c} u \bar{d}$  favorisée de Cabibbo, soit par celle d’un  $\bar{B}^0$  par une transition  $b \rightarrow u \bar{c} d$ , doublement supprimée de Cabibbo (voir figure 3.10).

Ces deux diagrammes possèdent une phase forte relative  $\delta$ , et une différence de phase faible  $\gamma$ . Par ailleurs, une phase faible supplémentaire de  $2\beta$  provient de la possibilité de mélange  $B^0 - \bar{B}^0$ . Le taux de désintégration dépendant du temps est donné par :

$$\begin{aligned} P(B^0 \rightarrow D^{(*)\pm} X^{\mp}, \Delta t) &\propto 1 \pm C^{(*)} \cos(\Delta m_d \Delta t) + S^{(*)\pm} \sin(\Delta m_d \Delta t) \\ P(B^0 \rightarrow D^{(*)\pm} X^{\mp}, \Delta t) &\propto 1 \mp C^{(*)} \cos(\Delta m_d \Delta t) - S^{(*)\pm} \sin(\Delta m_d \Delta t) \end{aligned} \quad (3.53)$$

où  $X = \pi$  ou  $\rho$ ,  $\Delta m_d$  représente la fréquence de mélange,  $\Delta t$  la différence du temps de désintégration entre le  $B$  reconstruit de  $B \rightarrow D^{(*)\pm} X^{\mp}$ , appelé  $B_{rec}$ , et le  $B_{tag}$  servant à effectuer l’étiquetage de saveur. Les paramètres  $C^{(*)}$  et  $S^{(*)}$  sont donnés par :

$$C^{(*)} = \frac{1 - r^{(*)2}}{1 + r^{(*)2}} \quad (3.54)$$

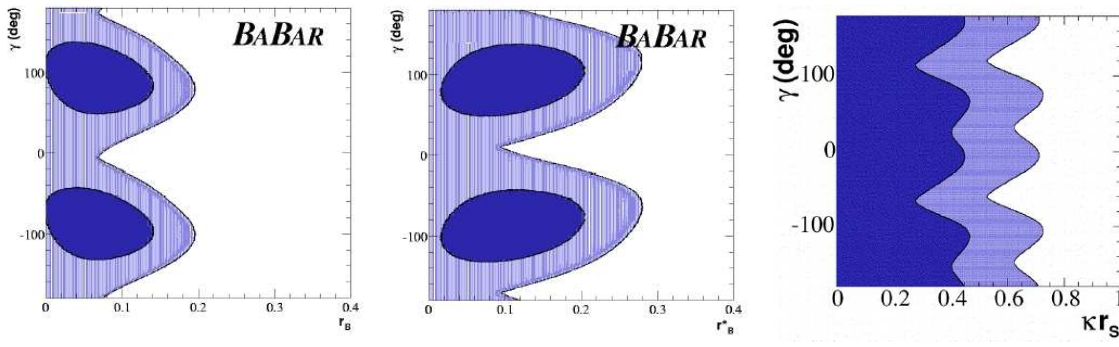


FIGURE 3.9 – Intervalles de confiance de Neyman à  $1\sigma$  (bleu foncé) et deux  $\sigma$  (bleu clair) obtenus pour  $(\gamma, r_{(s)B^{(*)}})$  pour le mode  $DK$  (à gauche),  $D^*K$  (au centre),  $DK^*$  (à droite) à l'issue de l'analyse GGSZ des modes  $B^- \rightarrow D^{(*)}(K_S^0\pi^-\pi^+)K^{(*)}$  par la collaboration *BABAR*.

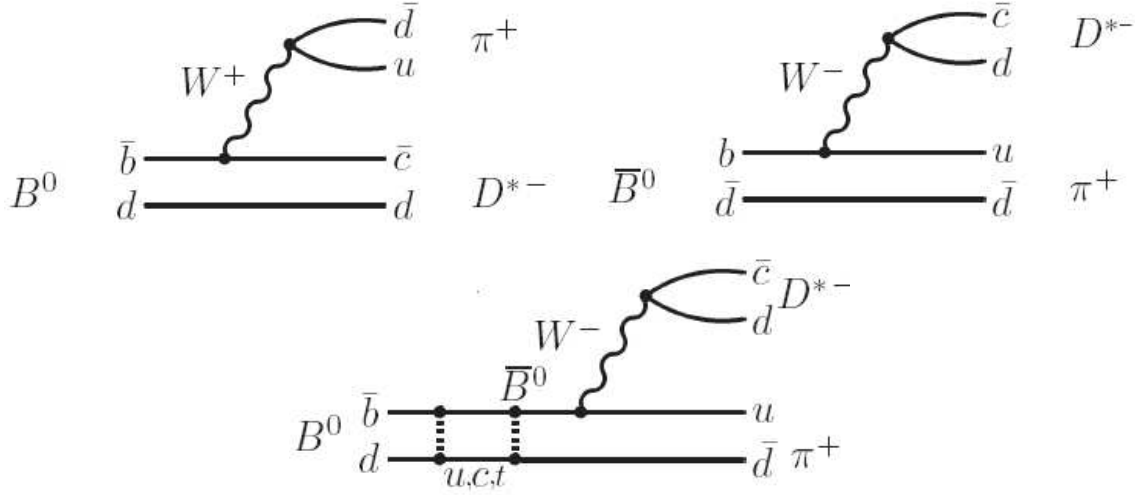


FIGURE 3.10 – Processus mis en jeu dans les désintégrations  $B \rightarrow D^{(*)-}\pi^+$  ou  $B \rightarrow D^{(*)-}\rho^+$  : deux diagrammes en arbre, l'un impliquant une transition  $\bar{b} \rightarrow \bar{c}u\bar{d}$  favorisée de Cabibbo (en haut à gauche), l'autre impliquant une transition  $b \rightarrow u\bar{c}d$ , doublement supprimée de Cabibbo (en haut à droite). Le diagramme de mélange (en bas) est responsable de l'apparition de  $2\beta$  dans l'expression de la phase faible de l'amplitude totale de désintégration.

$$S^{(*)} = \frac{2r^{(*)2}}{1+r^{(*)2}} \sin(2\beta + \gamma \pm \delta^{(*)}) \quad (3.55)$$

où :

$$r^{(*)} = \frac{|A(b \rightarrow u\bar{c}d)|}{|A(\bar{b} \rightarrow \bar{c}u\bar{d})|} \quad (3.56)$$

et  $\delta^{(*)}$  est la différence de phase forte entre ces deux amplitudes<sup>11</sup>. Les valeurs de  $r^{(*)}$ , que ce soit pour  $D^{(*)\mp}\pi^\pm$  ou  $D^{(*)\mp}\rho^\pm$ , sont faibles, de l'ordre de 2%. Ceci implique  $r^{(*)2} \approx 10^{-4}$  : avec les statistiques actuelles disponibles à *BABAR* ou à Belle, il n'est pas possible de mesurer cette quantité à partir de  $C^{(*)}$ . La mesure de  $S^{(*)}$  ne souffre pas d'une telle suppression, néanmoins une forte statistique est également indispensable pour en extraire des mesures significantes des observables entrant dans sa définition.

Deux techniques ont été utilisées jusqu'à présent pour étudier ces canaux :

<sup>11</sup> Tout comme dans le cas des méthodes GLW, ADS et GGSZ, il existe une valeur de  $(r^{(*)}, \delta^{(*)})$  pour chaque mode du  $B$ , c'est-à-dire une pour  $D^{(*)\mp}\pi^\pm$  et une pour  $D^{(*)\mp}\rho^\pm$ .



- une reconstruction complète, utilisable pour les trois modes<sup>12</sup>  $D^\mp\pi^\pm$ ,  $D^{*\mp}\pi^\pm$ ,  $D^\mp\rho^\pm$ , dans laquelle tout l'arbre de désintégration du  $B_{rec}$  est reconstruit. Cette méthode permet d'obtenir une grande pureté (entre 80% et 90%). En revanche, l'efficacité d'étiquetage est limitée, ce qui réduit le nombre d'événements finaux.
- une reconstruction partielle, qui ne peut être réalisée que pour le mode  $D^*\pi$  : seul le  $\pi$  mou provenant du  $D^*$  et le  $\pi$  rapide provenant du  $B$  sont reconstruits. Cette méthode résout le problème de limitation d'efficacité d'étiquetage (la statistique finale est multipliée par 6 par rapport à la méthode de reconstruction complète). En revanche, la pureté est bien plus faible (de l'ordre de 30% pour l'étiquetage avec les kaons, 55% avec pour l'étiquetage avec les leptons).

Une difficulté expérimentale survient à cause de l'étiquetage avec les kaons. En effet, les asymétries  $CP$  pour ces modes étant faibles, il est indispensable de prendre en compte les interférences possibles entre les transitions  $b \rightarrow u$  et les transitions  $b \rightarrow c$  dans les désintégrations de  $B_{tag}$ , qui peuvent diluer l'asymétrie  $CP$  [88]. Une autre paramétrisation est alors utilisée :

$$\begin{aligned} a^{(*)} &\equiv 2r^\mu \sin(2\beta + \gamma) \cos \delta^\mu \\ b^{(*)} &\equiv 2r'_i \sin(2\beta + \gamma) \cos \delta'_i \\ c^{(*)} &\equiv 2 \cos(2\beta + \gamma) (r^\mu \sin \delta^\mu - r'_i \sin \delta'_i) \end{aligned} \quad (3.57)$$

où  $i$  représente la catégorie d'étiquetage et  $\mu$  le mode de désintégration ( $\mu \in D^{*\mp}\pi^\pm, D^\mp\pi^\pm, D^\mp\rho^\pm$ ). On a alors :

$$S^{(*)\pm} = (a^{(*)} \pm c^{(*)}) + b^{(*)} \quad (3.58)$$

Pour chaque mode de désintégration, pour chaque type d'analyse (partielle ou complète) et pour chaque catégorie d'étiquetage, le terme d'interférence, et donc  $r'_i$  et  $\delta'_i$ , diffère car les bruits de fond varient d'un cas à un autre. En revanche, ces interférences n'existent pas pour l'étiquetage avec les leptons : la même paramétrisation est néanmoins utilisée, avec  $r'_{lepton} = 0$ .

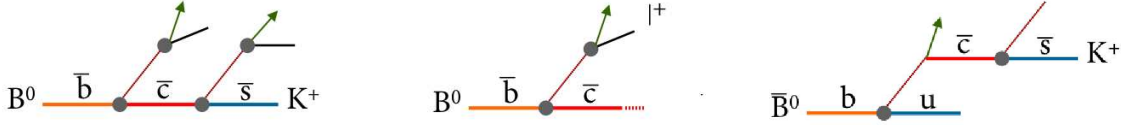


FIGURE 3.11 – Etiquetage avec les kaons (à gauche), avec les leptons (au centre), et pollution dans l'étiquetage avec les kaons (à droite) responsable de la dilution de l'asymétrie.

*BABAR* utilise les deux types d'étiquetage pour la reconstruction partielle et pour la reconstruction complète. Belle utilise aussi les deux étiquetages pour la reconstruction complète, mais seulement celui avec les leptons pour la reconstruction partielle, ce qui limite le nombre d'événements utiles pour les mesures de violation de  $CP$ . A partir des paramètres de l'équation (3.57), des contraintes peuvent être obtenues sur  $|\sin(2\beta + \gamma)|$ . Comme  $r^{(*)}$  ne peut pas être mesuré, il est estimé à partir de rapports d'embranchement disponibles en utilisant la symétrie  $SU(3)_F$  et de constantes de désintégration provenant des calculs de QCD sur réseau. Ceci permet d'obtenir une incertitude de 30% sur  $r^{(*)}$ , provenant principalement de l'estimation de la brisure de  $SU(3)_F$  et de la connaissance limitée des diagrammes d'échange de bosons  $W$  et d'annihilation. *BABAR* établit [89, 90] ainsi une limite supérieure  $|\sin(2\beta + \gamma)| < 0,64(0,40)$  à 68%(90%) de niveau de confiance. Belle établit [91] une limite supérieure  $|\sin(2\beta + \gamma)| < 0,44(0,13)$  à 68%(95%) de niveau de confiance avec le mode  $D^{*\mp}\pi^\pm$ , et  $|\sin(2\beta + \gamma)| < 0,52(0,07)$  à 68%(95%) de niveau de confiance avec le mode  $D^\mp\pi^\pm$ . La combinaison de tous ces résultats donne [92] une limite supérieure  $|\sin(2\beta + \gamma)| < 0,59(0,37)$  à 68%(95%) de niveau de confiance (voir figure 3.12).

<sup>12</sup>Le mode  $D^{*\mp}\rho^\pm$ , plus compliqué car nécessitant une analyse angulaire, n'a jamais été étudié.

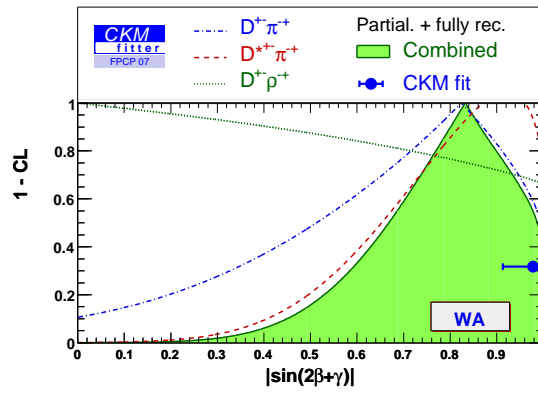


FIGURE 3.12 – Distribution du niveau de confiance de  $|\sin(2\beta+\gamma)|$  obtenue par le groupe CKMfitter, en combinant les mesures de *BABAR* et Belle, et comparaison avec l’ajustement global de la matrice *CKM* (point en bleu) qui n’utilise pas de mesure de  $\gamma$ . D’après [92].

### 3.6 Combinaison des méthodes

Comme nous l’avons répété, les analyses GLW, ADS et GGSZ sont sensibles à des paramètres hadroniques communs, tels  $r_B^{(*)}$  : la combinaison de ces méthodes augmente la sensibilité à la mesure de  $\gamma$  d’un gain supérieur au simple gain statistique. Elle a été réalisée par les collaborations CKMfitter et UTFit. Le résultat obtenu par CKMfitter est montré sur la figure 3.13 (à gauche) : la mesure ainsi obtenue est  $\gamma = (77 \pm 31)^\circ$ .

En ajoutant la contrainte obtenue à partir de  $|\sin(2\beta+\gamma)|$ , la contrainte peut encore être améliorée, comme le montre la figure 3.13 (à droite) et fournit une contrainte sur  $\gamma$  :  $\gamma = (78_{-26}^{+19})^\circ$ . Néanmoins, même en combinant toutes ces méthodes, on voit que l’on est encore loin d’être performant par rapport à l’ajustement global de la matrice *CKM* réalisé sans les mesures de  $\gamma$ , c’est-à-dire uniquement en combinant les résultats des autres paramètres de la matrice *CKM*, qui donne  $\gamma = (61,5 \pm 8,7)^\circ$ .

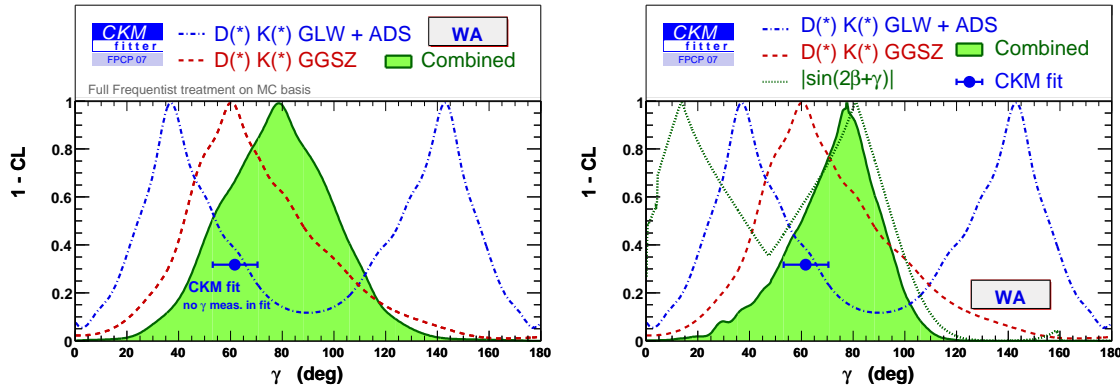


FIGURE 3.13 – Distribution du niveau de confiance de  $\gamma$  obtenue par le groupe CKMfitter, en combinant les analyses GLW, ADS et GGSZ (figure de gauche), et en combinant ces trois méthodes avec la mesure de  $|\sin(2\beta+\gamma)|$  (à droite). D’après [93].

### 3.7 Conclusion

Seule la méthode GGSZ permet à l’heure actuelle une mesure de l’angle  $\gamma$  du triangle d’unitarité. Les autres méthodes sont soit limitées statistiquement, soit souffrent d’interférences faibles, ce qui les rend peu sensibles aux observables nécessaires à la mesure de  $\gamma$ . Pour autant, ces autres méthodes permettent d’améliorer significativement la contrainte sur  $\gamma$  en les combinant aux mesures GGSZ.

En particulier, si la méthode GLW ne permet pas de contraindre  $\gamma$  à elle seule, elle est compétitive avec la méthode de Dalitz dans la mesure de  $x_{\pm}$ . Toutes ces analyses n'ont été réalisées qu'avec une fraction de la statistique disponible aujourd'hui à *BABAR*. Une meilleure contrainte passe par l'utilisation de toute la statistique disponible, et la reconstruction d'un maximum de modes de désintégration. C'est ce que nous nous proposons de faire dans ce travail de thèse, pour les désintégrations  $D^*K$  dans le cadre de la méthode GLW. En effet, l'analyse précédente de ce mode par la Collaboration *BABAR* a été effectuée en utilisant  $113 \text{ fb}^{-1}$ , n'incluait qu'une étude des modes  $CP$  pairs, et reconstruisait le  $D^*$  uniquement dans le mode  $D^0\pi^0$ . Nous étendons donc cette analyse aux modes  $CP$  impairs, reconstruisons le  $D^*$  dans ses deux modes de désintégration  $D^0\pi^0$  et  $D^0\gamma$ , et utilisons les Runs 1 à 5 des données enregistrées par *BABAR*, soit une luminosité intégrée de  $347 \text{ fb}^{-1}$ , correspondant à environ  $381 \times 10^6$  paires de  $B\bar{B}$ .

La mesure que nous présentons dans cette thèse repose sur les données recueillies auprès de l'expérience *BABAR*, située au Stanford Linear Accelerator Center (SLAC). Dans ce chapitre, nous décrivons le dispositif expérimental relatif à cette expérience. Après une brève introduction donnant les principales spécifications physiques ayant déterminé la conception de l'expérience, nous décrivons rapidement les propriétés principales de l'accélérateur linéaire et du collisionneur PEP-II. Enfin, nous détaillons la constitution et le fonctionnement du détecteur *BABAR*.

## 4.1 Spécifications physiques

L'objectif principal [94] de l'expérience *BABAR* étant la mesure des asymétries *CP* dans le système des mésons *B*, le collisionneur PEP-II et le détecteur *BABAR* ont été optimisés dans cette optique. Ils permettent également de s'intéresser à de nombreux thèmes secondaires, tels que l'étude des désintégrations des mésons charmés et beaux, des leptons  $\tau$ , et la recherche de processus rares et de nouvelle physique.

Les taux d'embranchement des désintégrations de *B* étant faibles (inférieurs, voire très inférieurs à  $10^{-3}$ ), une production massive de mésons *B* est nécessaire. Le collisionneur PEP-II a donc été conçu pour délivrer une haute luminosité, de l'ordre de  $3 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Pour cette raison, on le qualifie d'usine à *B*.

Dans les usines à *B*, les mésons *B* sont produits par paires, par le processus  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$ , où la résonance  $\Upsilon(4S)$ , située juste au dessus du seuil de production  $B\bar{B}$  (figure 4.1), se désintègre à 50 % en  $B_u^+B_u^-$  et à 50 % en  $B_d^0\bar{B}_d^0$  [39].

L'utilisation de l' $\Upsilon(4S)$  offre une solution très élégante à la nécessité d'étiqueter un événement dans l'étude des désintégrations de *B* neutres. En effet, l' $\Upsilon(4S)$  possède les nombres quantiques  $J^{PC} = 1^{--}$ , si bien que dans le cas d'une production de *B* neutres, la paire  $B_d^0\bar{B}_d^0$  est produite dans un état cohérent antisymétrique  $L = 1$ . Ainsi, leur fonction d'onde spatiale est antisymétrique, et bien que chacun des *B* neutres puisse osciller, ils doivent toujours rester de saveur opposée, jusqu'à ce que l'un des deux se désintègre : c'est une illustration du *paradoxe* EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) [95]. Pour déterminer la saveur d'un *B* reconstruit dans un état propre de *CP*, appelé  $B_{CP}$ , on détermine d'abord la saveur de l'autre méson  $B_{tag}$ <sup>1</sup> au moment de sa désintégration grâce à ses produits de désintégration (en particulier en utilisant le signe de la charge électrique des leptons ou des kaons émis, comme nous avons pu le voir brièvement dans la section 3.5). A cet instant en particulier, les deux *B* sont de saveur opposée.

<sup>1</sup> Cette procédure qui consiste à trouver la saveur d'un *B* à partir de l'autre *B* s'appelle l'étiquetage, ou tagging, d'où le nom  $B_{tag}$ .

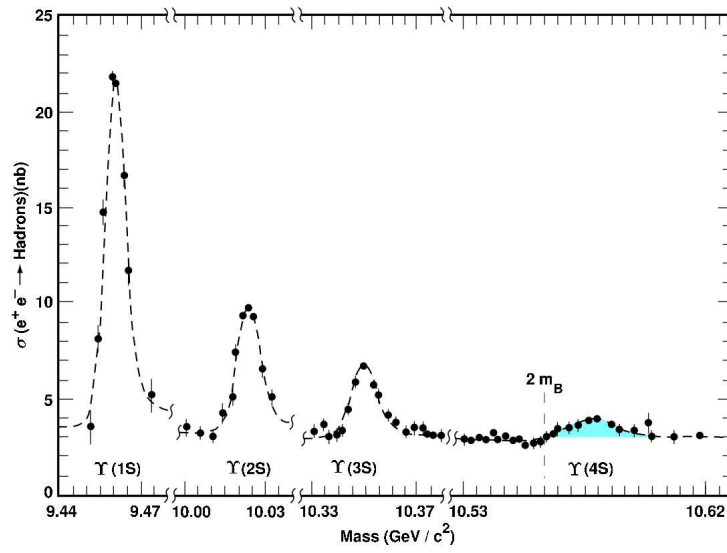


FIGURE 4.1 – Section efficace de la réaction  $e^+e^- \rightarrow \text{hadrons}$  en fonction de l'énergie dans le référentiel du centre de masse. La résonance  $\Upsilon(4S)$  se trouve juste au-dessus du seuil de production de la paire de  $B$ , représenté par le trait vertical en pointillés à  $2 m_B$ .

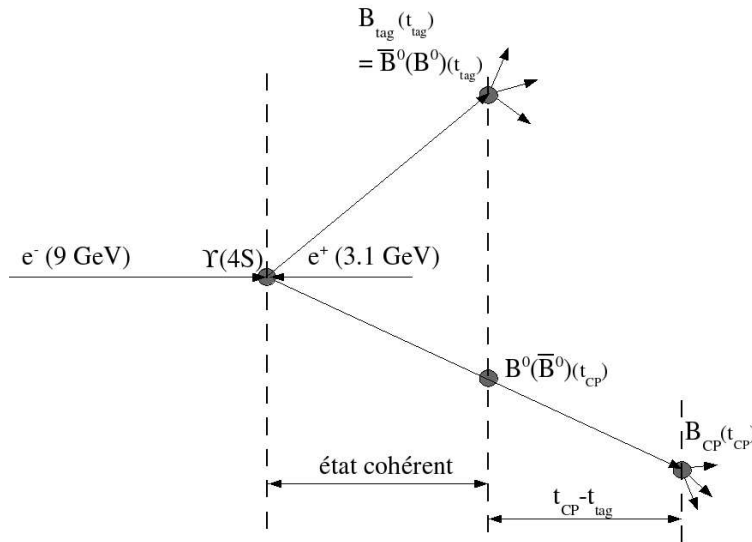


FIGURE 4.2 – Représentation de la production cohérente de la paire  $B_d^0 \bar{B}_d^0$  dans un collisionneur asymétrique.

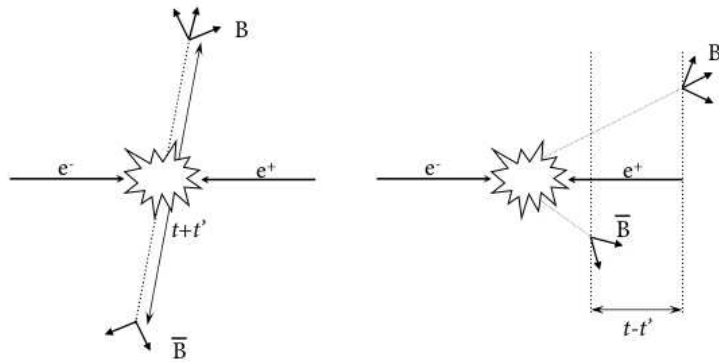


FIGURE 4.3 – Principe de la mesure du temps séparant les deux vertex de désintégration des  $B$  après d'un collisionneur symétrique (à gauche) et d'un collisionneur asymétrique (à droite).

La mesure des asymétries  $CP$  pour les  $B$  neutres nécessite de calculer des taux de désintégration dépendants du temps <sup>2</sup> :

$$\mathcal{A}_{f_{CP}}(\Delta t) = \frac{\Gamma(B_{tag} \rightarrow \bar{B}_d^0(t_{tag}), B_{CP} \rightarrow f_{CP}(t_{tag} + \Delta t)) - \Gamma(B_{tag} \rightarrow B_d^0(t_{tag}), B_{CP} \rightarrow f_{CP}(t_{tag} + \Delta t))}{\Gamma(B_{tag} \rightarrow \bar{B}_d^0(t_{tag}), B_{CP} \rightarrow f_{CP}(t_{tag} + \Delta t)) + \Gamma(B_{tag} \rightarrow B_d^0(t_{tag}), B_{CP} \rightarrow f_{CP}(t_{tag} + \Delta t))} \quad (4.1)$$

On peut montrer que cette asymétrie s'écrit :

$$\mathcal{A}_{f_{CP}}(t) = \frac{1 - |\lambda_{f_{CP}}|^2}{1 + |\lambda_{f_{CP}}|^2} \cos(\Delta m t) - \frac{2\Im m \lambda_{f_{CP}}}{1 + |\lambda_{f_{CP}}|^2} \sin(\Delta m t) \quad (4.2)$$

où  $\lambda_{f_{CP}}$  est donné dans l'équation (2.109), et  $\Delta t \equiv t_{CP} - t_{tag}$  (voir figure 4.2) peut être positif ou négatif selon que  $B_{tag}$  se désintègre avant ou après  $B_{CP}$ . Le temps  $\Delta t = 0$  est le moment où la saveur de  $B_{CP}$  est connue, c'est-à-dire l'instant  $t_{tag}$  où  $B_{tag}$  se désintègre.

Le besoin de mesurer cette différence de temps est la raison pour laquelle le collisionneur PEP-II a été conçu avec des faisceaux asymétriques en énergie (voir section 4.3). En effet, les  $B$  issus de l' $\mathcal{T}(4S)$  sont produits quasiment au repos dans le référentiel du centre de masse ( $\beta = 0,06$ ) et se désintègrent pratiquement sur place, leur impulsion étant de  $p^* = \sqrt{s/4 - m_B^2} = 341$  MeV/ $c$ . En utilisant une machine symétrique, les deux  $B$  sont émis dans des directions opposées, et la distance de séparation est proportionnelle non plus à  $\Delta t$ , mais à  $t_{tag} + t_{CP}$  (figure 4.3). La connaissance du vertex de production de la paire  $B^0 \bar{B}^0$  est alors requise pour en déduire  $t_{CP} - t_{tag}$ . Ceci n'est pas possible expérimentalement, car la résolution actuelle des détecteurs de vertex est bien trop grande par rapport à la faible distance parcourue par les deux  $B$  (de l'ordre de 30  $\mu\text{m}$  chacun) du fait de leur courte durée de vie.

En revanche, l'asymétrie des faisceaux en énergie de PEP-II permet de conférer un *boost*  $\beta = 0,49$  ( $\beta\gamma = 0,56$ ) à l' $\mathcal{T}(4S)$  dans le référentiel du laboratoire. Les  $B$  sont alors émis dans la même direction, quasiment selon l'axe des faisceaux. Ainsi, la différence temporelle  $t_{CP} - t_{tag}$  entre les deux désintégrations est proportionnelle à la distance entre les deux vertex de désintégration<sup>3</sup> :  $\Delta z \approx \langle \beta_z \gamma \rangle c \Delta t$ . Il est donc inutile de connaître la position du vertex de production de la paire  $B^0 \bar{B}^0$  : avec les paramètres du *boost*, la séparation spatiale selon  $z$  des deux vertex est  $\Delta z = \langle \beta_z \gamma \rangle c \tau_B = 260$   $\mu\text{m}$ , mesurable par un détecteur de vertex.

## 4.2 L'accélérateur linéaire

Le LINAC [96] est un accélérateur linéaire de 3,2 km de long, qui permet d'injecter des paquets d'électrons et de positrons dans les anneaux de PEP-II (figure 4.4).

Les paquets d'électrons sont produits par un canon à électrons où règne un vide poussé de  $10^{-12}$  Torr (*e-gun* sur la figure 4.4). Ce canon consiste en un faisceau laser polarisé qui éjecte des électrons de la surface d'un semi-conducteur. Un champ électrique les accélère alors jusque dans la partie linéaire de l'accélérateur. Les paquets de positrons sont produits en déviant une partie des électrons accélérés dans le LINAC sur une cible de tungstène : les collisions produisent des paires  $e^+e^-$ , et les positrons sont collectés et acheminés à l'entrée du LINAC (*positron return line* sur la figure 4.4).

La partie linéaire de l'accélérateur est composée de cavités accélératrices formées par un assemblage de 80000 disques et cylindres de cuivre soudés. Des klystrons produisent des micro-ondes qui engendrent des courants dans ces cavités, créant un champ électrique colinéaire à la direction de l'accélérateur. La taille des cavités est ajustée à la fréquence des micro-ondes de sorte que le champ électrique ait une structure se répétant toutes les trois cavités.

Après les premiers mètres du LINAC, les paquets d'électrons et de positrons ont une énergie d'environ 10 MeV. Ils sont alors envoyés respectivement vers l'anneau de mise en forme nord et sud (*damping ring* sur la figure 4.4), situés de part et d'autre du LINAC. Ces anneaux permettent

<sup>2</sup>L'asymétrie intégrée en temps étant nulle.

<sup>3</sup>L'utilisation de  $\beta_z$ , projection de  $\beta$  selon  $z$ , au lieu de  $\beta$ , prend en compte le léger décalage de 20 mrad dans le plan horizontal entre l'axe de collision et l'axe  $z$ .

de réduire l'émittance<sup>4</sup> des paquets, condition indispensable pour atteindre une haute luminosité. Dans ces anneaux, les particules chargées perdent leur énergie par rayonnement synchrotron (on appelle cela le refroidissement du faisceau), et sont réaccélérées par des cavités RF. Le rayonnement synchrotron ralentit les particules quelle que soit leur direction, alors que les cavités n'accélèrent que les particules ayant la direction désirée. Les paquets sont ensuite réinjectés dans le LINAC pour poursuivre leur accélération.

Quand les électrons et positrons arrivent au bout du LINAC, ils sont déviés dans le Beam Switch Yard (non représenté sur la figure 4.4) par un dipôle magnétique qui les répartit dans différentes lignes ou dans le collisionneur PEP-II.

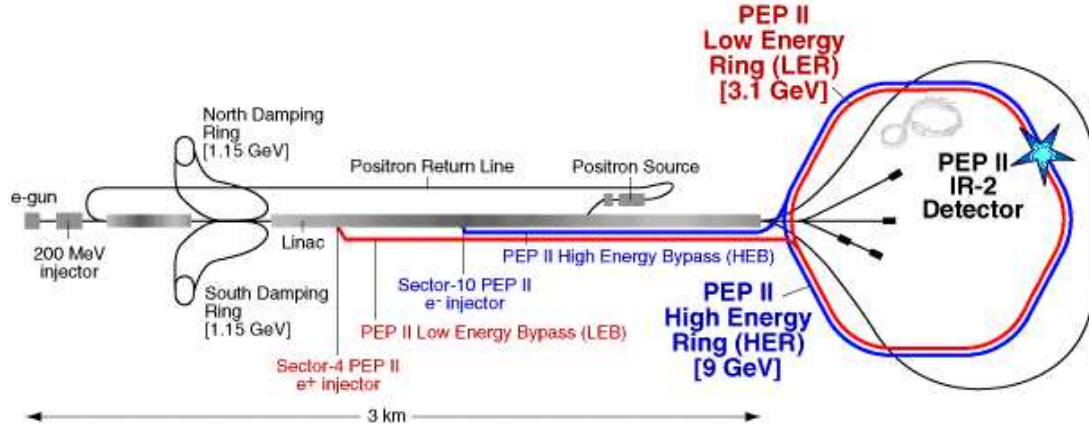


FIGURE 4.4 – Vue du complexe expérimental : l'accélérateur linéaire sur la gauche, le collisionneur PEP-II sur la droite. L'emplacement du détecteur *BABAR* est symbolisé par l'étoile (IR2 étant la région d'interaction).

### 4.3 Le collisionneur PEP-II

Installé à la suite du LINAC, PEP-II [97] est un collisionneur  $e^+e^-$  asymétrique en énergie de 2,2 km de circonférence, destiné à fonctionner à une luminosité de  $3 \times 10^{33} \text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ , et à une énergie dans le référentiel du centre de masse de 10,58 GeV. Il est composé de deux anneaux de stockage situés l'un au dessus de l'autre. L'anneau de haute énergie (HER pour High Energy Ring) contient un faisceau d'électrons de 9 GeV. L'anneau de basse énergie (LER pour Low Energy Ring) contient un faisceau de positrons de 3,1 GeV. Les deux faisceaux sont focalisés et entrent en collision frontale dans la région d'interaction. Ils sont ensuite séparés du plan horizontal par une paire de dipôles magnétiques (voir section 4.3.1). Les caractéristiques des faisceaux sont résumées dans le tableau 4.1.

L'énergie dans le référentiel du centre de masse disponible lors de la collision correspond à la masse de  $\Upsilon(4S)$  (figure 4.1). Cependant, d'autres processus que la production de  $b\bar{b}$  entrent en jeu à 10,58 GeV, et sont des sources de bruit de fond dans l'analyse des désintégrations des mésons  $B$  (voir chapitre 6). Le tableau 4.1 donne les différentes sections efficaces de ces processus. Ces bruits de fond n'étant pas résonants, ils peuvent être étudiés à partir des données recueillies en faisant fonctionner PEP-II 40 MeV en-dessous de la masse du  $\Upsilon(4S)$  (données dites off-peak). Ceci représente environ 10% du temps de prise de données de la machine.

<sup>4</sup>L'émittance est la surface occupée par le paquet dans l'espace des phases. Une émittance faible correspond à un paquet où les particules sont confinées dans un volume spatial réduit et avec des impulsions très proches. Réduire l'émittance permet d'augmenter la luminosité.

Paramètres	Conception	Initial	Actuel
Energie HER/LER (GeV)	9,0/3,1	9,0/3,1	9,0/3,1
Courant HER/LER (A)	0,75/2,15	1,05/1,78	2,6/1,8
Nombre de paquets	1658	800	1722
Espacement entre paquets (ns)	4,2	8,4	4,2
$\sigma_x(\mu\text{m})$	110	120	100
$\sigma_y(\mu\text{m})$	3,3	5,6	5,0
$\sigma_z(\mu\text{m})$	9	9	10
Luminosité ( $10^{33}\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ )	3	4	10
Luminosité ( $\text{pb}^{-1}/\text{jour}$ )	135	240	500

TABLEAU 4.1 – Caractéristiques techniques de PEP-II.

$e^+e^- \rightarrow$	Section efficace (nb)
$u\bar{u}$	1,39
$d\bar{d}$	0,35
$s\bar{s}$	0,35
$c\bar{c}$	1,30
$b\bar{b}$	1,10
$e^+e^-$	40
$\mu^+\mu^-$	1,16
$\tau^+\tau^-$	0,94

TABLEAU 4.2 – Sections efficaces des différents processus  $e^+e^-$  à  $\sqrt{s} = 10,58$  GeV. La section efficace du processus  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  indiquée est évaluée dans l’acceptance de *BABAR*. Par ailleurs, les événements Bhabha, de loin les plus abondants, sont identifiés en ligne au niveau de déclenchement L3 (section 4.4.8) qui n’en retient que quelques pourcents.

#### 4.3.1 Région d’interaction

Les paquets d’électrons et de positrons entrent en collision frontale et sont séparés dans le plan horizontal par deux dipôles B1 suivis d’une série de quadrupôles Q1 (aimant permanents de samarium-cobalt), Q2, Q4 et Q5 (aimants en fer), disposés comme indiqué sur la figure 4.5. Les dipôles, d’un champ moyen de 0,84 T, sont situés de part et d’autre du point d’interaction à  $\pm 21$  cm, c’est-à-dire à l’intérieur du détecteur. Les quadrupôles Q1 sont situés à l’intérieur du champ du solénoïde de *BABAR* (voir section 4.4.6), alors que les quadrupôles Q2, Q4 et Q5 sont situés à l’extérieur de ce champ. L’axe de collision est décalé d’environ 20 mrad dans le plan horizontal afin de minimiser la perturbation des faisceaux par le champ du solénoïde.

La région d’interaction est localisée dans un tube de 27,9 mm de rayon extérieur, composé de deux parois de béryllium de 0,83 mm et 0,53 mm d’épaisseur. Un espace de 1,48 mm entre ces deux parois permet d’assurer leur refroidissement par une circulation d’eau. Afin de réduire le rayonnement synchrotron, les surfaces internes du tube sont recouvertes d’une couche de 4  $\mu\text{m}$  d’or et d’une feuille de tantale de part et d’autre du point d’interaction, au-delà de  $z = +10,1$  cm et  $z = -7,9$  cm. Au final, l’épaisseur du tube du faisceau correspond à 1,06% de longueur de radiation. Le tube des faisceaux, les aimants permanents et le SVT ont été assemblés, alignés puis intégrés dans un tube de soutien en fibre de carbone de 4,5 m de long, et d’une épaisseur équivalente à 0,79% de longueur de radiation.

#### 4.3.2 Injection goutte-à-goutte

L’injection des paquets d’électrons et de positrons dans le collisionneur PEP-II a évolué depuis la mise en service de *BABAR*. Au début de l’expérience, PEP-II fonctionnait en mode “top-up-and-coast” : dans une première phase, on injecte les faisceaux du HER et du LER (“top-up”). Le bruit de fond est alors très important, et la prise de données ne peut avoir lieu sans endommager le détecteur



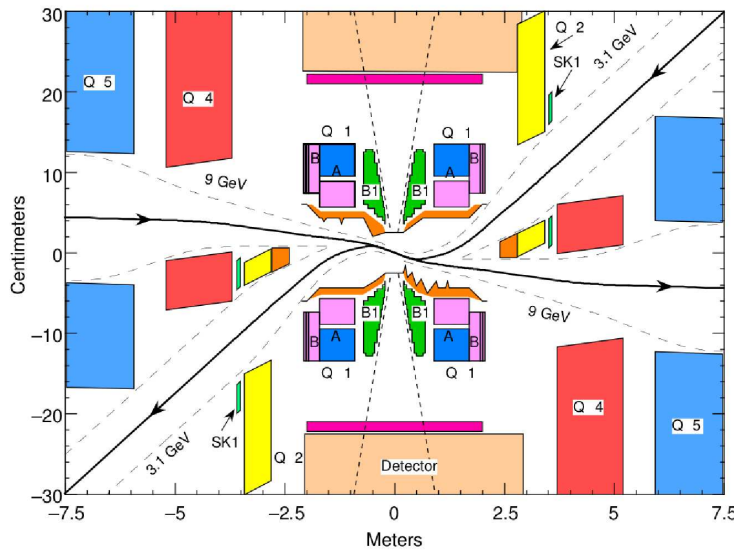


FIGURE 4.5 – Vue schématique de la région d’interaction. Noter la différence d’unités de longueur en abscisses et en ordonnées.

*BABAR*. La tension des dispositifs d’amplification qu’il contient doit donc être diminuée pour assurer sa sécurité. Une fois que la luminosité requise est atteinte, et que les faisceaux sont stabilisés, l’injection est arrêtée, les tensions des dispositifs d’amplification sont amenées à leur valeur nominale, et la prise de données débute. Comme les faisceaux ne sont pas entretenus, la luminosité baisse (c’est la phase de “coast”), et quand elle devient trop faible, on arrête la prise de données afin de réaliser une nouvelle injection. Pour une phase d’injection de quelques minutes, on dispose d’un temps de prise de données de quarante cinq minutes, et la luminosité moyenne obtenue n’est que d’environ 70% de la luminosité maximale.

Dans la recherche d’une luminosité intégrée toujours plus importante, une nouvelle méthode d’injection a été développée, appelée *Trickle Injection* [98], ou injection goutte-à-goutte. Dans ce type d’injection, la prise de données est réalisée de manière quasi-ininterrompue : au lieu d’alterner des phases de remplissage et de laisser la luminosité décroître, les faisceaux du LER et du HER sont injectés une première fois (sans acquisition de données) comme dans le mode ‘top-up-and-coast’. Puis, une fois la luminosité requise atteinte, elle est maintenue à une valeur constante en comblant les paquets par une injection de micro-paquets à fréquence régulière de 5 Hz pour le HER et 10 Hz pour le LER (d’où le nom d’injection goutte-à-goutte).

La prise de données n’est cependant pas tout à fait continue : l’injection dans un paquet perturbe en effet les paquets précédant et suivant, et génère un bruit de fond important pendant une courte durée avant la stabilisation de ces paquets dans l’anneau. L’acquisition est donc synchronisée avec l’injection, de sorte à inhiber la prise de données lors du passage des paquets non stabilisés dans la région d’interaction. Dans le plan 4.6 représentant le nombre de déclenchements d’acquisition de niveau 1 en fonction de la phase (position) et du temps (nombre de révolutions) après injection dans les anneaux, cela se traduit par la présence de la fenêtre rouge qui correspond aux événements ignorés (*BABAR* étant situé à une phase de révolution fixe). Cette fenêtre d’inhibition correspond donc à un temps mort, mais celui-ci est largement compensé par le gain en luminosité.

L’injection goutte-à-goutte a été mise en place en novembre 2003 pour le LER, car l’intensité du faisceau y décroît plus rapidement que pour le HER. L’amélioration fut immédiate, la luminosité intégrée moyenne augmentant de 30%, avec une stabilité du faisceau de positron de l’ordre de 0,1%, et une acquisition de données par *BABAR* atteignant 98% de la luminosité délivrée par PEP-II [99]. L’injection goutte-à-goutte a été étendue au HER en mars 2004. Avec les deux faisceaux fonctionnant en injection goutte-à-goutte, le gain total en luminosité intégrée est estimé à 40% (voir figure 4.7).

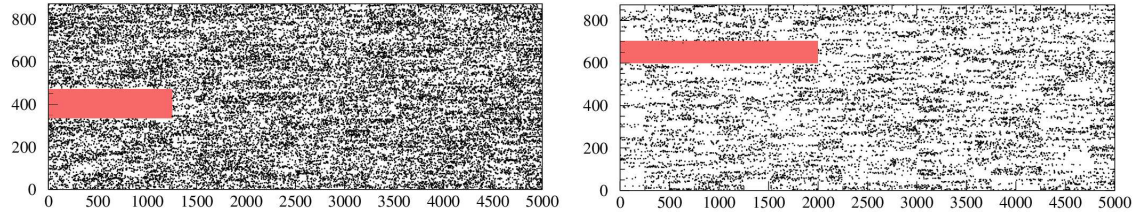


FIGURE 4.6 – Plan de Weaver (à gauche pour le HER, à droite pour le LER). Le nombre de révolutions effectuées par un paquet depuis son injection dans PEP-II est représenté en abscisse. Les ordonnées correspondent à la phase de révolution du paquet, c'est-à-dire à sa position dans l'anneau. La zone rouge correspond à la fenêtre d'inhibition de l'acquisition de données, rendue nécessaire par le bruit de fond important induit par l'injection d'un nouveau paquet, tant que celui-ci n'est pas stabilisé dans l'anneau.

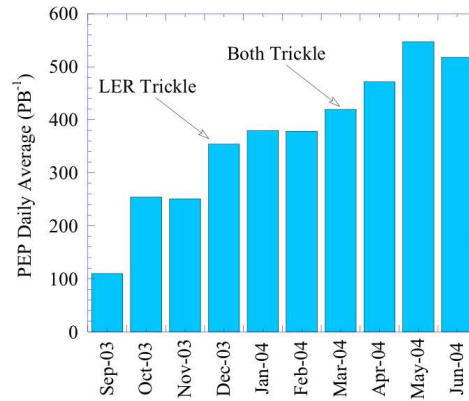


FIGURE 4.7 – Amélioration de la luminosité quotidienne avec l'injection goutte-à-goutte au début de l'injection goutte-à-goutte.

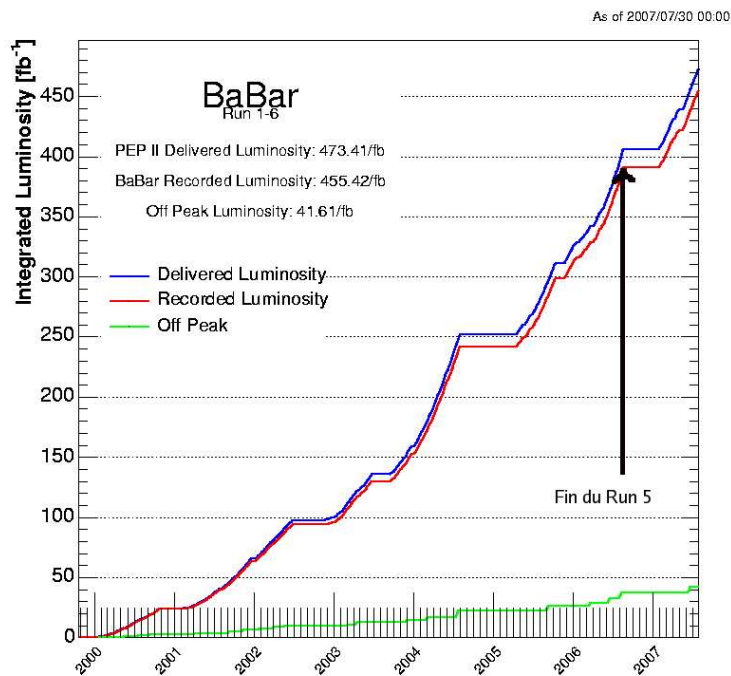


FIGURE 4.8 – Luminosité fournie par PEP-II (en bleu) et enregistrée par *BABAR* (en rouge) du Run 1 jusqu'au Run 6 (pour notre analyse, nous n'utilisons que les Run 1 à 5, délimités par la flèche verticale). En vert est représentée la luminosité intégrée de données off-peak.

## 4.4 Le détecteur *BABAR*

Le détecteur *BABAR* [100] est installé autour de la région d'interaction de PEP-II. Il possède une structure classique à symétrie cylindrique autour de l'axe du faisceau. Néanmoins, afin de prendre en compte le *boost* des particules du fait de l'asymétrie en énergie des faisceaux :

- il est décalé de 0,37 m par rapport au point d'interaction dans la direction du faisceau de basse énergie, afin de maximiser l'acceptance géométrique (voisine de  $4\pi$ ) ;
- il possède une asymétrie avant-arrière : en particulier, l'électronique de la DCH (section 4.4.3) et la SOB (voir section 4.4.4) du DIRC ont été placées à l'arrière du détecteur.

Le système de coordonnées de *BABAR* est défini sur la figure 4.9. C'est un système orthonormé droit dont :

- l'origine est le point d'interaction ;
- l'axe  $z$  est parallèle au champ magnétique du solénoïde et pointe dans la même direction que le faisceau d'électrons. L'arrière du détecteur est le point d'entrée des électrons, et donc l'avant correspond au point de sortie ;
- l'axe  $y$  est l'axe vertical ;
- l'axe  $x$  est l'axe horizontal, pointant vers l'extérieur des anneaux de PEP-II ;
- l'angle  $\theta$  est l'angle polaire par rapport à l'axe  $z$  ;
- l'angle  $\phi$  est l'angle azimutal par rapport à l'axe  $x$ .

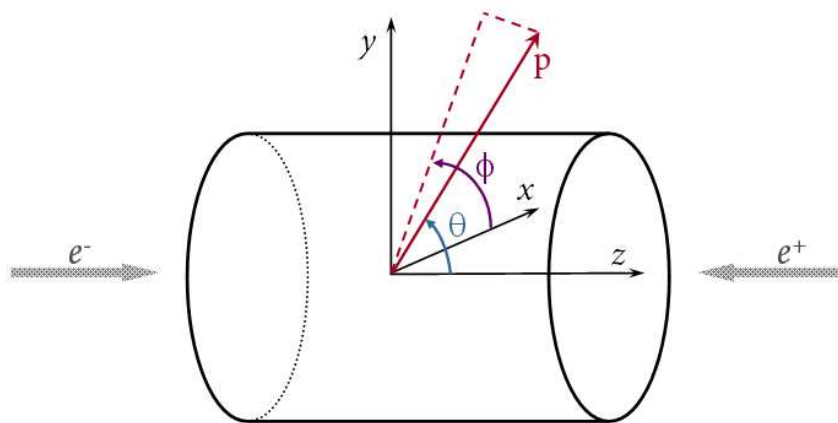


FIGURE 4.9 – Système de coordonnées de *BABAR*.

Une coupe longitudinale et une vue arrière du détecteur (figure 4.10) montrent les éléments constitutifs de *BABAR*. En partant du point d'interaction et en allant vers l'extérieur, on trouve, après le tube du faisceau :

- un *détecteur de vertex* (SVT), qui permet la détermination des vertex des  $B$ , la mesure des impulsions des traces chargées de faible énergie ( $p_t < 120 \text{ MeV}/c$ ), et qui participe à l'identification des particules ;
- une *chambre à dérive* (DCH), qui assure la mesure des impulsions des traces chargées, et qui contribue avec le SVT à l'identification des particules par la mesure de  $dE/dx$  ;
- un *détecteur Čerenkov* (DIRC), pour identifier les hadrons chargés ( $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ ) ;
- un *calorimètre électromagnétique* (EMC), servant à la détection de photons et à l'identification des électrons ;
- un *aimant supraconducteur*, qui fournit un champ de 1,5 T ;
- le *retour de flux instrumenté* (IFR), qui sert à la détection des muons et des  $K_L^0$ .

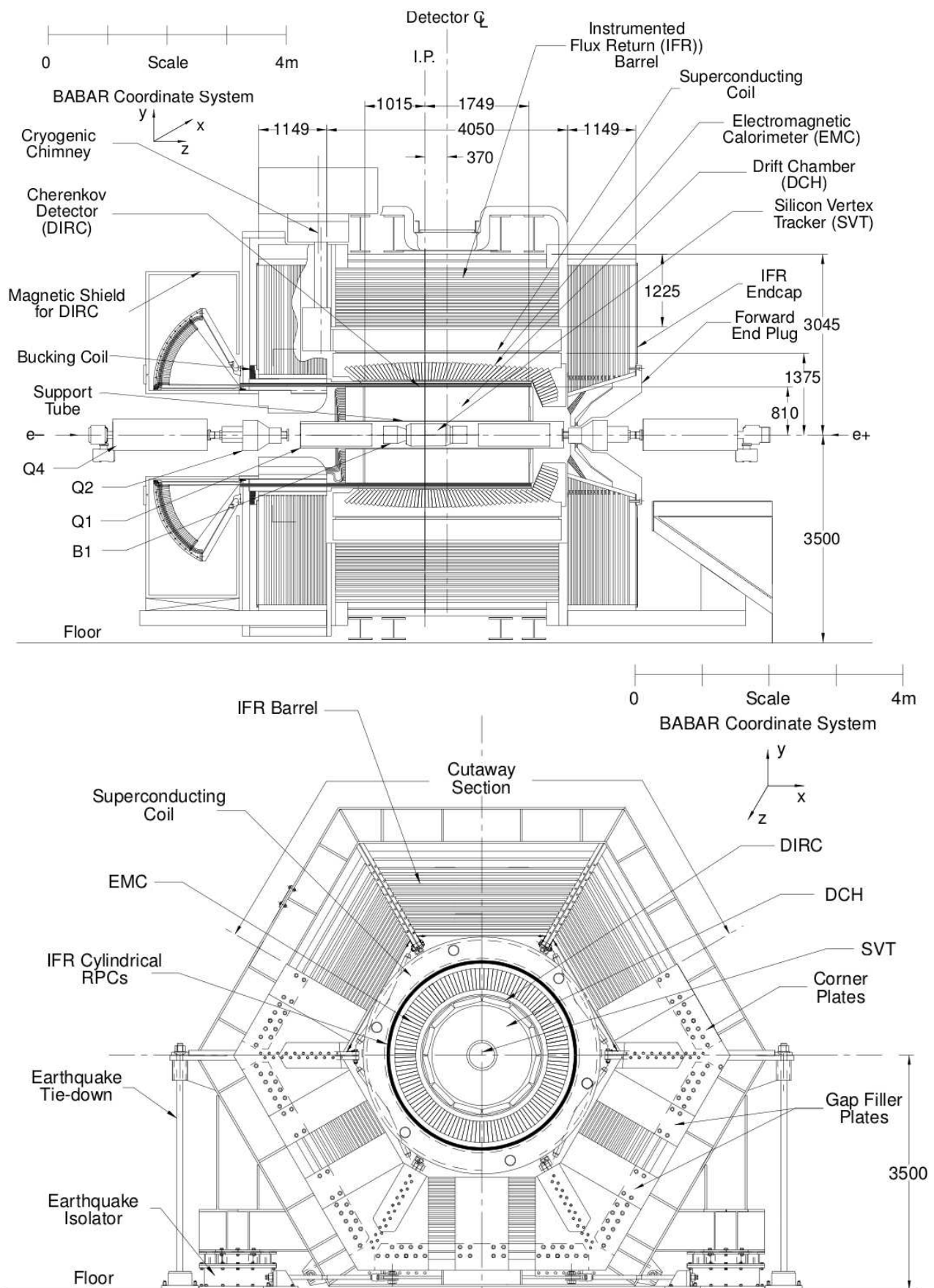


FIGURE 4.10 – Coupes longitudinale (en haut) et transversale (en bas) du détecteur *BABAR*.

Une majeure partie des choix de matériaux et de leur épaisseur utilisés dans ces sous-détecteurs est dictée par le fait que l'impulsion moyenne des particules chargées produites dans les désintégrations d'un  $B$  ou d'un  $D$  est faible (inférieure à 1 GeV/c). La diffusion coulombienne multiple variant en  $1/p$ , elle pourrait gravement affecter la précision de la mesure des paramètres de la trace. Pour éviter cela :

- des matériaux ayant un petit numéro atomique sont systématiquement utilisés : c'est pourquoi, comme nous l'avons vu dans la section 4.3.1, le tube à vide est composé de Be. Nous verrons que les parois de la DCH sont en Be et fibre de carbone, et que son gaz est composé principalement d'hélium ;
- l'épaisseur des matériaux a été minimisée autant que possible (figure 4.11).

Ce dernier point permet, par la même occasion :

- de limiter la quantité de matière en amont de l'EMC, qui pourrait affecter l'efficacité de détection et la résolution en l'énergie des photons de basse énergie ;
- d'obtenir un détecteur compact, permettant ainsi de limiter la taille de l'EMC, et donc le coût du détecteur.

Dans ce qui suit, nous décrivons chacun de ces sous-détecteurs constituant le détecteur *BABAR*, en précisant successivement leur rôle, leurs principales caractéristiques techniques et leurs performances.

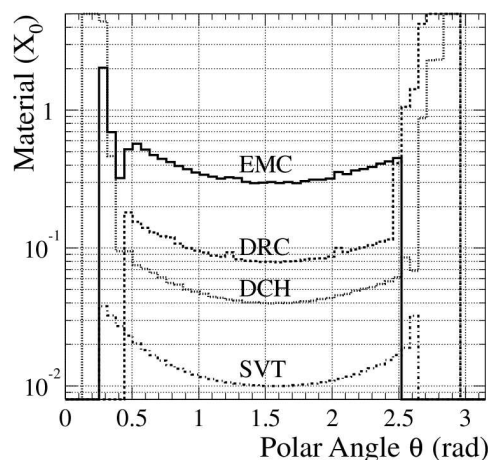


FIGURE 4.11 – Quantité de matière (en unité de longueur de radiation  $X_0$ ) *vue* par une particule de haute énergie, issue du point d'interaction avec un angle polaire  $\theta$ , avant de rencontrer le premier élément de chaque sous-système de *BABAR* (simulation Monte Carlo).

#### 4.4.1 Détecteur de vertex (SVT)

Le SVT (Silicon Vertex Tracker) joue un triple rôle :

- il permet la reconstruction précise des vertex de désintégration près de la région d'interaction, afin de déterminer le temps  $\Delta t$  (section 4.1) entre les deux désintégrations de la paire de  $B$  ;
- il participe à la reconstruction des trajectoires des particules chargées. En particulier, c'est le seul détecteur permettant la trajectographie des particules chargées de faible impulsion transverse ( $p_t < 120$  MeV/c), celles-ci n'atteignant pas la chambre à dérive ;
- il contribue à l'identification des particules (figure 4.15), non seulement par la mesure de leur perte d'énergie par ionisation  $\frac{dE}{dx}$ , mais aussi par la mesure la plus précise de la direction de vol de la trace, indispensable pour obtenir une bonne résolution sur l'angle Čerenkov pour les traces de haute impulsion.

L'architecture du SVT est donnée sur la figure 4.12. Il est constitué de cinq couches cylindriques concentriques (figure 4.13) de plaques de silicium à lecture double face de 300  $\mu\text{m}$  d'épaisseur. Ce nombre de couches a été choisi afin de réaliser la reconstruction des particules de bas  $p_t$ , et de corrélérer les traces de plus haute impulsion avec celles détectées dans la DCH. Les trois couches internes sont composées de six modules droits, la quatrième et la cinquième de 16 et 18 modules respectivement,

en forme d'arche, afin de minimiser la quantité de silicium utilisée tout en maximisant la couverture angulaire. Chaque module est composé de deux demi-modules électriquement isolés l'un de l'autre. Chaque demi-module est composé de deux à quatre détecteurs. Les faces internes des modules ont les pistes orientées perpendiculairement à la direction du faisceau, ce qui permet de mesurer la position  $z$  et l'angle polaire  $\theta$ , pour la détermination de la position du vertex. Les faces externes sont orientées parallèlement afin de mesurer l'angle  $\phi$ , nécessaire pour corrélérer les traces dans le SVT et la DCH. Les couches 4 et 5 sont divisées en deux sous couches de rayons légèrement différents afin d'éviter les zones mortes en  $\phi$ . Au total, le SVT est composé de 340 détecteurs, couvrant une surface de  $0,96 \text{ m}^2$ , avec environ 150000 canaux de lecture.

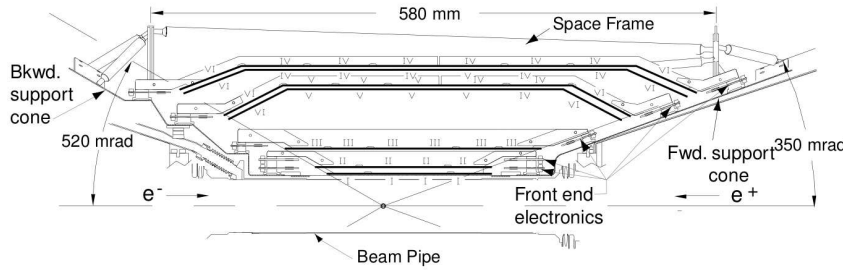


FIGURE 4.12 – Section longitudinale du SVT.

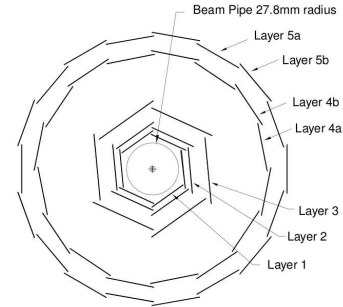


FIGURE 4.13 – Section transverse du SVT.

La conception et les performances du SVT ont été déterminées à la fois par la physique à étudier et par les contraintes imposées par les éléments de la région d'interaction. Tout d'abord, le SVT est l'élément critique pour la mesure des asymétries dépendantes du temps (équation (4.2)). La distance de séparation moyenne entre les deux mésons  $B$  étant de  $260 \mu\text{m}$ , la résolution moyenne sur le vertex le long de l'axe  $z$  doit être meilleure que  $80 \mu\text{m}$  afin d'éviter un impact trop important de la résolution sur la précision de la mesure de ces asymétries. Cependant une meilleure résolution permettant une meilleure reconstruction et une meilleure réjection du bruit de fond, le SVT a été construit avec l'objectif d'atteindre la meilleure résolution possible. Au final, la résolution spatiale obtenue est de  $15 \mu\text{m}$  pour les trois premières couches, et de  $40 \mu\text{m}$  pour les deux dernières.

Par ailleurs, la résolution dans le plan  $x - y$ , perpendiculaire à l'axe du faisceau, doit être meilleure que  $100 \mu\text{m}$  afin de reconstruire aussi bien les états finaux des  $B$  que ceux des  $\tau$  ou des mésons charmés. Ceci est également fondamental dans l'identification des pions lents issus de désintégrations de  $D^*$ .

PEP-II étant une machine asymétrique, la région avant du SVT a été dégagée afin d'assurer une couverture angulaire maximale, en plaçant notamment des composants de la machine, tel que le système de refroidissement, à l'arrière du détecteur. L'acceptance est limitée par le câblage et les supports mécaniques. L'acceptance géométrique du SVT en  $\theta$  dans le référentiel du laboratoire couvre  $20^\circ < \theta < 150^\circ$ , soit  $-0,87 < \cos \theta < 0,94$ , ce qui correspond à 90% de l'angle solide dans le référentiel du centre de masse,  $-0,95 < \cos \theta^* < 0,87$ .

#### 4.4.2 Contrôle du rayonnement (SVTRAD)

Le SVT doit être résistant au rayonnement car c'est le détecteur placé le plus près du faisceau. Il doit supporter 2Mrad de rayonnement intégré. La dose attendue n'est que de 1 krad/jour dans le plan horizontal, et de 0,1 krad/jour en moyenne ailleurs, mais il est quand même important que cette dose soit bien maîtrisée pour ne pas endommager trop vite le SVT. Afin de contrôler la dose instantanée et intégrée, et éventuellement de limiter ou stopper l'injection des faisceaux si le rayonnement devient trop fort, un système de protection, appelé SVTRAD, a été installé. Il est composé de douze photodiodes en silicium, de  $1 \text{ cm}^2$  de surface, et de  $300 \mu\text{m}$  d'épaisseur. Le courant de sortie de chaque diode, après soustraction du piédestal et correction de température, varie linéairement avec la dose de rayonnement instantanée, avec approximativement :  $5 \text{ mR/s} \sim 1 \text{ nA}$ .

Ces diodes sont réparties en deux groupes de six à  $z = +12,1$  cm et  $z = -8,5$  cm (figure 4.14). Elles sont espacées régulièrement autour du faisceau à une distance radiale de 3 cm, de sorte à former trois plans horizontaux : un au dessus du niveau du faisceau, un au même niveau, et un en dessous. Les quatre diodes du plan médian sont dix fois plus exposées au rayonnement que les autres, et sont connectées au système d'arrêt des faisceaux. Les huit autres diodes servent à mesurer avec précision (meilleure que 0,5 mrad/s) le taux de rayonnement délivré au SVT. En 2002, deux détecteurs diamant [101] de la même taille que les diodes ont été rajoutés à l'avant et à l'arrière du tube à vide. Ils fournissent un signal pratiquement sans piédestal, qui par ailleurs ne dépend ni de la température, ni de la dose de rayonnement intégrée. Ils sont ainsi utilisés pour vérifier les valeurs fournies par les douze diodes.

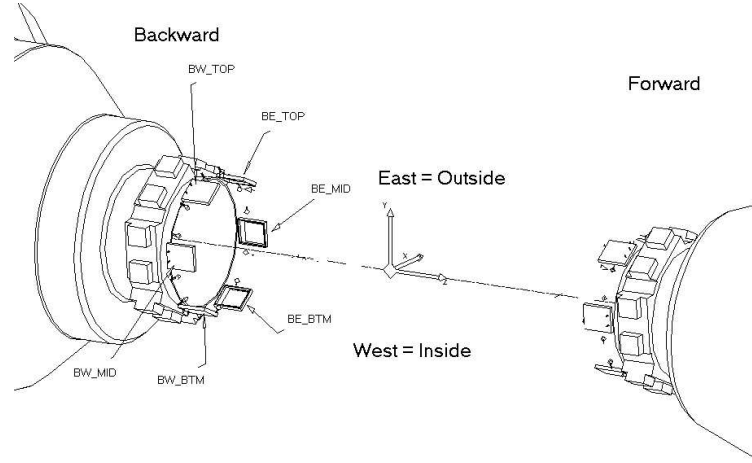


FIGURE 4.14 – Disposition des diodes du SVTRAD.

#### 4.4.3 Chambre à dérive (DCH)

La chambre à dérive (Drift CHamber) a pour principale fonction de détecter les particules chargées et de fournir une mesure très précise de leur impulsion et de leurs angles. Elle permet de compléter les mesures du paramètre d'impact et des directions des particules chargées fournies par le SVT autour du point d'interaction. Elle participe aussi à l'identification des particules par la mesure de la perte d'énergie par ionisation  $\frac{dE}{dx}$ , notamment pour la séparation  $K/\pi$  à basse impulsion, jusqu'à 700 MeV/c. Par ailleurs, c'est le seul détecteur permettant la reconstruction des particules se désintégrant en dehors du SVT, telles que certains  $K_S^0$ . Enfin, elle contribue au système de déclenchement de *BABAR*. C'est le principal trajectographe de *BABAR*, qui fournit jusqu'à 40 mesures de coordonnées par trace, assurant une grande précision de reconstruction pour les traces de  $p_t$  supérieure à 120 MeV/c.

La DCH est un cylindre de 2,8 m de long (figure 4.16). Son rayon intérieur est limité à 23,6 cm par la présence du tube à vide, et son rayon extérieur à 80,9 cm par le DIRC. Tout comme pour le SVT, la partie avant a été dégagée au maximum afin de prendre en compte le *boost* du  $T(4S)$ . De plus, elle est décalée vers l'avant par rapport au point d'interaction.

Le cylindre intérieur est composé de 1 mm de béryllium, correspondant à 0,28% longueur de radiation. Le cylindre extérieur est composé de deux couches de fibre de carbone, correspondant à 0,6%  $X_0$ . L'intérieur est rempli d'un mélange ionisable d'hélium/isobutane dans les proportions 80% : 20%, sous une pression de 1 atm, au sein duquel règne un champ magnétique de 1,5 T créé par l'aimant supraconducteur (solénoïde). L'ensemble *gaz/fil* contribue à 0,2% de  $X_0$ .

La DCH est tendue de 28768 fils, divisant le volume en 7104 cellules de dérive hexagonales (figure 4.17) de  $1,2 \times 1,8$  cm<sup>2</sup> formant 40 couches, regroupées en 10 supercouches de 4 couches chacune.



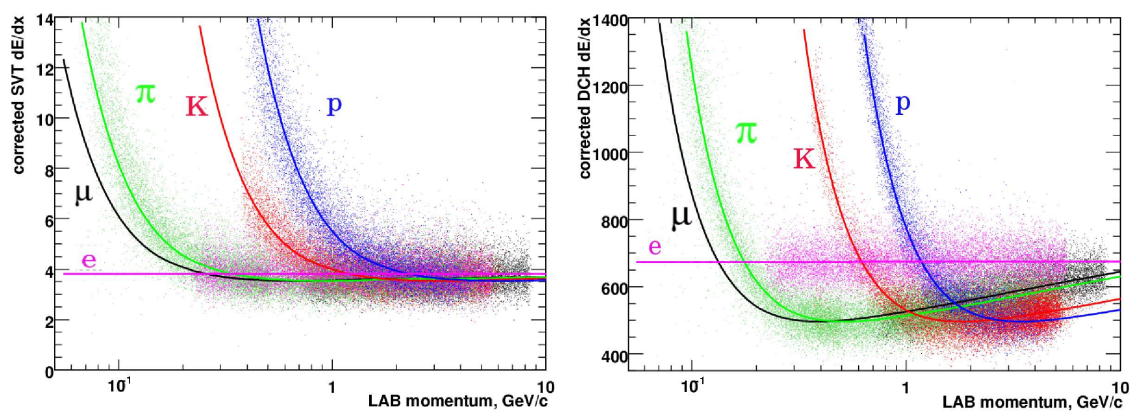


FIGURE 4.15 – Mesure de la perte d'énergie par unité de longueur  $dE/dx$  dans le SVT (à gauche) et dans la DCH (à droite), en fonction de l'impulsion des traces détectées. Les courbes superposées correspondent aux prédictions de la formule de Bethe-Bloch.

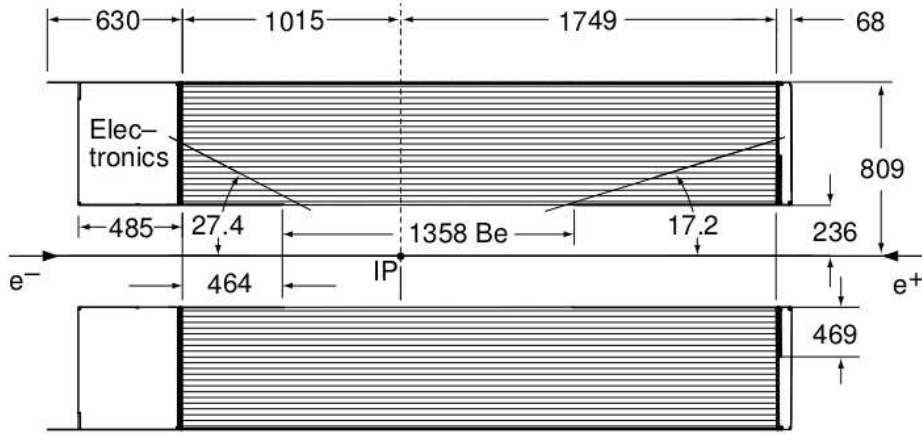


FIGURE 4.16 – Section longitudinale de la chambre à dérive.

Chaque cellule est composée de six fils de champ (appelés *field wire* sur les figures 4.17 et 4.18) en aluminium plaqué or de 80 et 120  $\mu\text{m}$  de diamètre et d'un fil central (fil senseur ou *sense wire* en tungstène-rhénium plaqué-or de 20  $\mu\text{m}$  de diamètre. Pour les cellules situées à une extrémité haute ou basse d'une super-couche, deux fils de garde (*guard wire*) ont été ajoutés pour améliorer les performances électrostatiques de la cellule, et pour ajuster le gain de la cellule en bordure de super-couche à celui des cellules internes. Enfin, deux fils de nettoyage (*clearing wire*) sont disposés dans chaque cellule située à la limite intérieure de la couche 1 et à la limite extérieure de la couche 40, afin de collecter les charges créées lors de la conversion de photons dans les parois de la DCH. Les fils de champ séparant les super-couches sont portés à un potentiel de 340 V, les autres fils de champ étant reliés à la terre. Le fil senseur de chaque hexagone est porté à un potentiel de 1930 V. Ainsi, lors du passage d'une particule chargée dans la DCH, cette particule ionise le gaz, et les électrons arrachés dérivent vers le fil senseur en suivant les trajectoires représentées sur la figure 4.18. Le seuil de détection par cellule de la DCH est de deux électrons primaires, bien en deça des 22 produits en moyenne par une trace. Lorsque les électrons arrivent près du fil senseur, ils voient un champ électrique très important, et ionisent à leur tour le gaz, générant ainsi une avalanche. La valeur de la tension du fil senseur assure l'amplification avec un gain de  $5 \times 10^4$ . Les signaux sont enregistrés par l'électronique de lecture qui mesure la charge déposée et le temps de dérive. La charge déposée permet d'accéder à  $dE/dx$  (figure 4.15). Le temps de dérive permet d'accéder à la position de la trace avec une précision de 140  $\mu\text{m}$ . L'ensemble des positions permet ensuite d'accéder au rayon de courbure de la trace dans le plan orthogonal au champ magnétique. Afin d'obtenir une représentation en trois dimensions de la trajectoire de la particule chargée, les

cellules sont orientées de deux manières : soit axiale A (fil central parallèle au champ magnétique), soit stéréo U ou V (fil central faisant un angle avec le champ magnétique), alternant selon la séquence AUVAUVAUVA. Ceci permet de mesurer la position selon  $z$ , ainsi que les impulsions  $p_z$  et  $p_t$ .

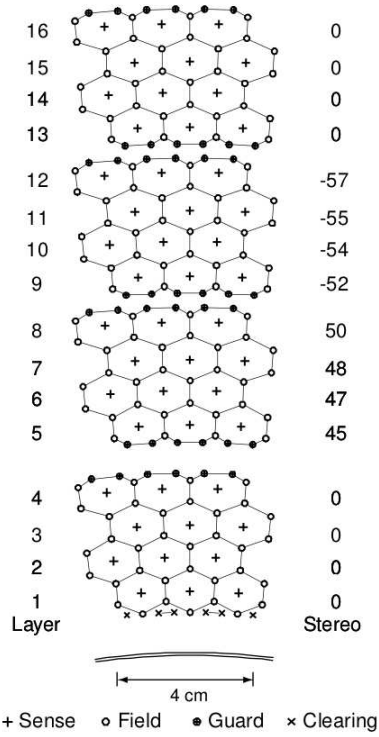


FIGURE 4.17 – Vue schématique de la disposition des cellules de dérive pour les quatre super-couches les plus proches du rayon intérieur (des lignes ont été ajoutées pour faciliter la visualisation des cellules). Le nombre à droite donne l'angle stéréo (mrad) des fils de chaque couche.

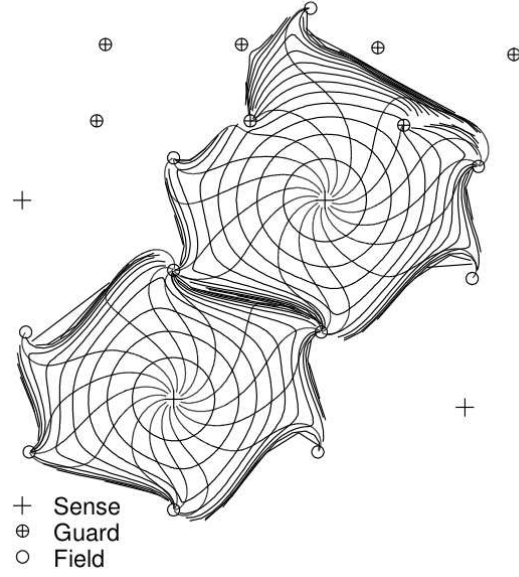


FIGURE 4.18 – Isochrones de cellules à dérive, espacées de 100 ns.

L'acceptance en  $\theta$  de la DCH est de  $[17,2^\circ - 152,6^\circ]$  soit  $-0,89 < \cos \theta < 0,96$ . En raison du champ magnétique axial, seules les particules vérifiant  $p_t > 120 \text{ MeV}/c$  entrent dans la DCH. Une particule devant traverser au moins la moitié de la chambre pour être bien reconstruite, il faut une impulsion transverse  $p_t$  supérieure à  $180 \text{ MeV}/c$ . La résolution de la mesure de l'impulsion transverse de la particule chargée est de :

$$\frac{\sigma_{p_t}}{p_t} = (0,13 \pm 0,01)\% \cdot p_t + (0,45 \pm 0,03)\% \quad (4.3)$$

La résolution relative sur la mesure de  $\frac{dE}{dx}$  est de 7,5%. Ceci permet une séparation  $K/\pi$  jusqu'à  $700 \text{ MeV}/c$  (voir figure 4.15). Dans la région du tonneau, cette capacité d'identification est complémentaire au DIRC, par contre la DCH est le seul détecteur à discriminer les particules selon leur masse dans les régions très à l'avant ou très à l'arrière. La haute luminosité de PEP-II impose un temps mort très court pour la DCH et l'électronique de lecture. La résolution temporelle est de 1 ns.

#### 4.4.4 Identificateur de particules (DIRC)

Le DIRC (Detector of Internally Reflected Čerenkov light) [102] a pour fonction l'identification des particules chargées. En particulier, il est conçu pour fournir une excellente séparation  $K/\pi$ , qui joue un rôle déterminant dans cette thèse, comme nous le verrons dans la section 7.1.3, mais

aussi dans l'étiquetage pour des kaons et dans l'étude des processus rares (tels que  $B^0 \rightarrow K^+\pi^-$  ou  $B^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ ). Pour la distinction des processus  $B \rightarrow K\pi$  et  $B \rightarrow \pi\pi$ , il est capable de séparer les pions des kaons jusqu'à une impulsion de 4 GeV/c. Il participe également à l'identification des muons pour une impulsion inférieure à 750 MeV/c, où l'IFR n'est pas efficace.

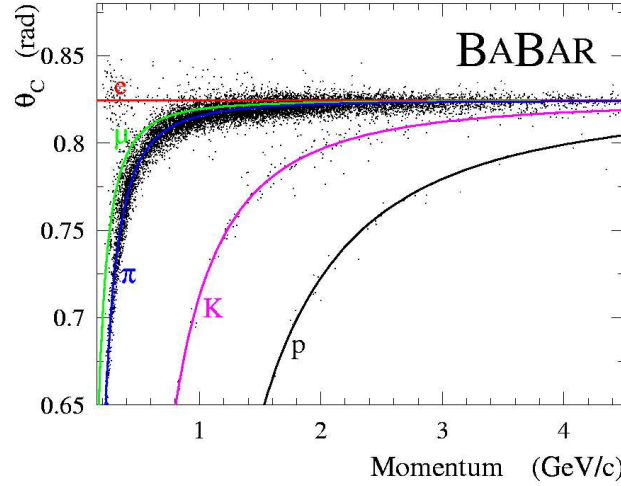


FIGURE 4.19 – Valeur de l'angle Čerenkov en fonction de l'énergie pour différents types de particules chargées.

Le DIRC est un détecteur basé sur l'effet Čerenkov : une particule chargée traversant un milieu d'indice de réfraction  $n$  avec une vitesse  $\beta c$  telle que  $\beta > \frac{1}{n}$  émet un cône de lumière, dite lumière Čerenkov. L'angle d'ouverture  $\theta_c$  du cône, appelé angle Čerenkov, vérifie  $\cos \theta_c = \frac{1}{n\beta}$ . La mesure de l'angle Čerenkov combinée à la mesure de l'impulsion de la trace permet l'identification (voir figure 4.19) de la particule par la **détermination de sa masse** grâce à la relation :

$$p = \frac{m\beta c}{\sqrt{1 - \beta^2}} \quad (4.4)$$

d'où :

$$\cos \theta_c = \frac{1}{n} \sqrt{1 + \left( \frac{mc}{p} \right)^2} \quad (4.5)$$

Le nombre  $N$  de photons émis par une particule est égal à :

$$N = N_0 \frac{e}{\cos \theta_D} \quad (4.6)$$

où  $e$  est l'épaisseur du milieu traversé, et  $\theta_D$  est l'angle entre la trajectoire de la particule chargée et la normale à la surface. Dans le quartz,  $N_0$  vaut environ 137 photons/cm.

La structure du DIRC est présentée sur la figure 4.21. Le milieu utilisé pour provoquer l'effet Čerenkov est un ensemble de 144 barres de quartz parallélépipédiques avec une excellente précision de sorte à conserver la valeur de  $\theta_C$  lors de la propagation du photon. Le quartz est un matériau particulièrement bien adapté, car son indice de réfraction  $n = 1,473$  est grand, il possède une grande longueur d'atténuation, et sa dispersion chromatique est faible dans le domaine des longueurs d'onde mises en jeu (de l'UV au visible). Par ailleurs, il est résistant aux rayonnements. Les barres de quartz sont collées bout à bout par groupe de quatre afin de former un radiateur<sup>5</sup> de 1,7 cm d'épaisseur, 3,5 cm de largeur et 490 cm de long. Ces radiateurs sont regroupés par douze pour former une boîte (figure 4.22), les boîtes étant ensuite réparties pour former un polygone à douze côtés. Les barres baignent dans un flux d'azote sec qui joue un double rôle. D'une part, il permet d'éviter la

<sup>5</sup>C'est-à-dire un milieu où les particules émettent du rayonnement Čerenkov.

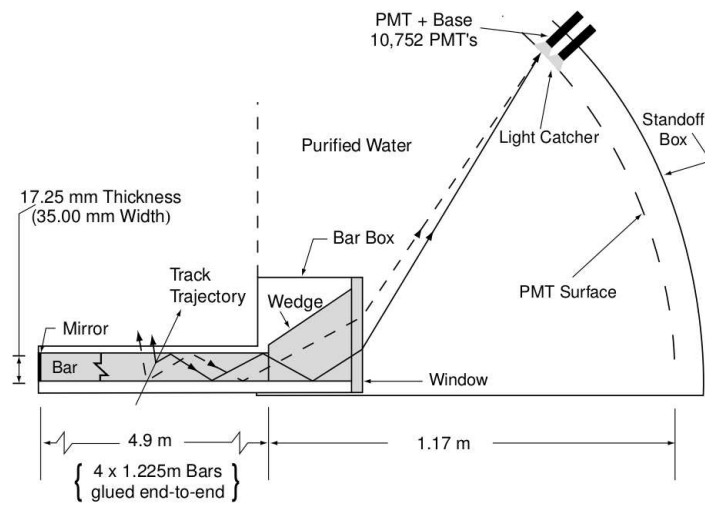


FIGURE 4.20 – Principe de fonctionnement du DIRC.

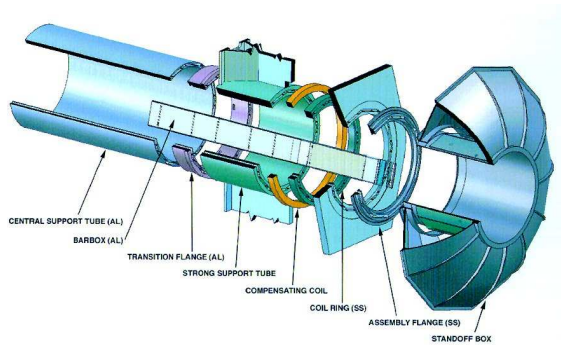


FIGURE 4.21 – Vue éclatée du DIRC.

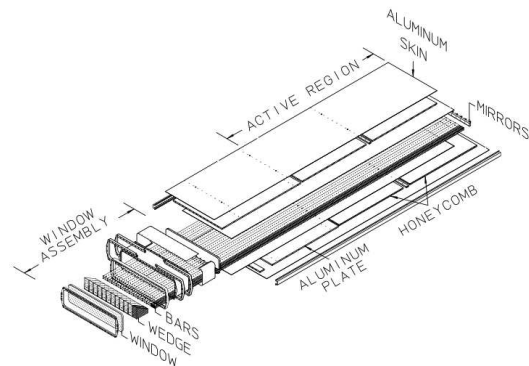


FIGURE 4.22 – Schéma d'une boîte du DIRC.

formation d'humidité par condensation à la surface des barres. D'autre part, son indice de réfraction étant proche de 1, il rend les surfaces des barres bien réfléchissantes.

Une partie de la lumière Čerenkov est capturée et acheminée par réflexions internes dans la barre vers l'arrière du détecteur. Un miroir est placé à l'extrémité avant de chaque barre, ce qui permet de récupérer dans la partie arrière les photons partis vers l'avant. A l'extrémité arrière de chaque barre, un prisme est ajouté pour renvoyer les photons ayant un trop grand angle (vers le haut ou vers le bas) vers le centre, afin de réduire la surface de détection. La surface du prisme la plus proche de l'axe  $z$  est inclinée de 6 mrad afin de réduire la distorsion de l'image réfléchie du fait de la taille finie de l'épaisseur des barres.

La détermination de l'angle d'un photon Čerenkov requiert la mesure de la position d'arrivée du photon, après la traversée d'un volume d'expansion (Standoff Box, ou SOB) composé de  $6 \text{ m}^3$  d'eau purifiée dont l'indice de réfraction  $n = 1,346$  est suffisamment proche de celui des barres pour de minimiser les pertes par réflexion à l'interface eau/quartz. La lumière est ensuite détectée dans le visible et l'UV par un ensemble de 10752 photomultiplicateurs (PMT) de 2,82 cm de diamètre reposant sur une surface toroïdale, situés à 1,2 m de l'extrémité des barres de quartz. Les tubes sont entourés d'un cône capteur de lumière afin de minimiser les pertes entre les PMT : l'efficacité de collecte atteint ainsi 90%. La SOB est protégée du champ magnétique du solénoïde par un blindage en fer doux, et par une bobine dont le champ magnétique compense le champ de fuite du solénoïde qui pourrait affecter les performances des PMT.

L'électronique de lecture enregistre la position des PMT touchés et le temps d'arrivée  $T_0$  des photons sur les PMT : le DIRC constitue en cela un appareil d'imagerie tri-dimensionnelle. Afin d'associer un photon à une trace traversant une barre, on définit, pour chaque PMT touché dans une fenêtre de  $\pm 300$  ns autour du temps de déclenchement, un vecteur pointant du centre de l'extrémité de la barre traversée par la trace en question vers le centre du PMT. Chaque vecteur est ensuite extrapolé dans la barre, et définit les angles  $\theta_C$  et  $\phi_C$  d'un photon, avec une ambiguïté d'ordre 16 (haut/bas, gauche/droite, avant/arrière, réflexion ou non sur le prisme). La mesure de  $T_0$  fournit une mesure indépendante de la propagation du photon, et peut être reliée aux angles  $\theta_C$  et  $\phi_C$ . Néanmoins, pour la reconstruction de l'angle Čerenkov, la résolution de la mesure de  $T_0$  n'est pas compétitive par rapport à la mesure de la position. En revanche, cette information est capitale :

- pour distinguer les photons issus d'une trace, dont la plage de temps d'arrivée est de l'ordre de 50 ns, de ceux provenant du bruit de fond machine, qui ont un temps d'arrivée aléatoire ;
- mais aussi pour discriminer les autres traces du même événement comme sources potentielles du photon.

Enfin, cette information temporelle permet aussi de résoudre l'ambiguïté avant/arrière et sur la réflexion dans le prisme.

Toutes ces informations sont combinées dans un ajustement par maximum de vraisemblance. Chacune des cinq hypothèses de particule chargée stable ( $e$ ,  $\mu$ ,  $\pi$ ,  $K$ ,  $p$ ) est testée et fournit une valeur de vraisemblance. Les vraisemblances sont obtenues par itérations successives de l'ajustement sur tout l'événement en testant les différentes hypothèses pour chaque trace. Quand un nombre de photons suffisant est obtenu, l'ajustement donne la valeur de l'angle Čerenkov  $\theta_C$ , le nombre de photons observés pour le signal celui pour le bruit. Nous verrons que ces vraisemblances jouent un rôle fondamental dans cette thèse, car elles entrent, en plus de la vraisemblance issue du  $dE/dx$  du SVT et de la DCH, dans la définition de la variable utilisée dans notre ajustement pour effectuer la séparation  $K/\pi$  (section 7.1.3).

A la valeur nominale du champ magnétique de 1,5 T, le radiateur du DIRC ne peut être atteint que par des particules d'impulsion supérieure à 250 MeV/ $c$ . Les boîtes de radiateurs couvrent 93% de l'angle azimutal, car elles ne se recouvrent pas. L'acceptance en angle polaire  $\theta$  s'étend sur la plage  $[25,8 - 146,8]^\circ$ . La résolution de la mesure de  $\theta_c$  par le DIRC est de 2,5 mrad par trace.

#### 4.4.5 Calorimètre électromagnétique (EMC)

L'EMC (ElectroMagnetic Calorimeter) permet la détection des gerbes électromagnétiques avec une très bonne efficacité, et une très bonne résolution à la fois angulaire et en énergie, sur la plage [20 MeV-9 GeV]. Ceci permet d'identifier aussi bien les photons de basse énergie issus des désintégrations de  $\pi^0$  et de  $\eta$ , que ceux de haute énergie provenant des processus électromagnétiques et radiatifs. La limite supérieure de la plage d'énergie est fixée par le besoin de mesurer des processus de QED tels  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-$  ou  $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$  pour la calibration et la détermination de la luminosité. La limite inférieure est déterminée par le besoin d'avoir une grande efficacité de reconstruction pour les désintégrations du  $B$  en plusieurs  $\pi^0$  ou  $\eta$ . Le calorimètre sert également à l'identification des électrons : la mesure qu'il effectue de l'énergie déposée  $E$  par une particule chargée, combinée avec la mesure de l'impulsion  $p$ , issue du SVT et de la DCH, permet de définir le rapport  $E/p$ , qui est proche de 1 pour les électrons, et inférieur à 1 pour les hadrons.

Le calorimètre est constitué d'un tonneau cylindrique et d'un bouchon conique à l'avant dont les dimensions sont données sur la figure 4.23. L'ensemble est composé de 6580 cristaux de CsI dopé au Tl (voir figure 4.24). Le dopage permet d'améliorer le rendement lumineux des cristaux. La contrepartie est un temps de décroissance de la scintillation accru, passant de quelques nanosecondes à 1  $\mu s$  (qui est à comparer au temps d'espacement des paquets qui est de l'ordre de 4 ns, d'après le tableau 4.1). Le tonneau comprend 5760 cristaux disposés en 48 anneaux selon l'axe polaire, chaque anneau contenant 120 cristaux identiques selon l'angle azimutal. Le bouchon se compose de 820 cristaux répartis dans 8 anneaux. Le CsI(Tl) assure une très bonne résolution angulaire et surtout une excellente résolution en énergie, grâce à son faible rayon de Molière (3,8 cm) et son grand rendement lumineux (50000  $\gamma$ /MeV). La faible longueur de radiation (1,85 cm) permet de

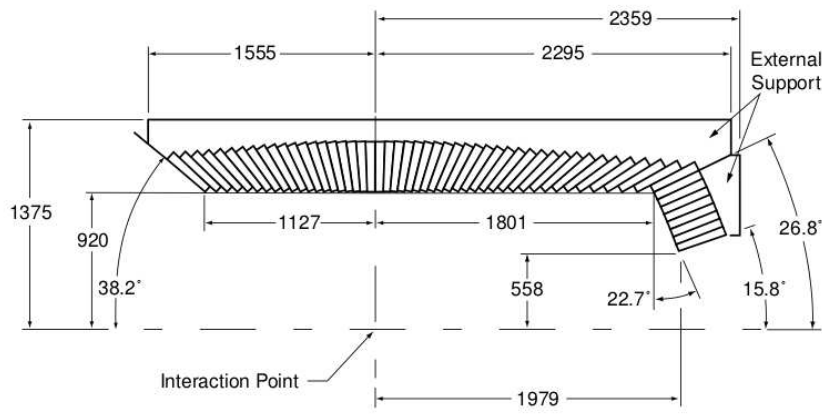


FIGURE 4.23 – Section longitudinale du calorimètre (seule la moitié supérieure est montrée), et arrangement des 56 anneaux de cristaux. Les dimensions sont en mm.

contenir les gerbes dans un volume assez réduit et donc d'avoir un calorimètre compact. Malgré une efficacité des cristaux proche de 100% jusqu'à une valeur inférieure à quelques MeV, l'énergie minimale détectable est de 20 MeV. Cette limite est fixée par le bruit de fond du faisceau et la quantité de matière présente devant le calorimètre. Afin de tenir compte du *boost* du  $T(4S)$ , l'EMC est décalé par rapport au point d'interaction, et la longueur des cristaux augmente de l'arrière à l'avant, passant de  $16,0 X_0$  à  $17,5 X_0$ . La lumière de scintillation est collectée par deux photodiodes collées à l'arrière de chaque cristal.

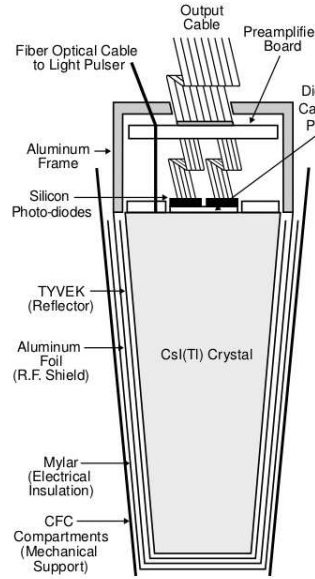


FIGURE 4.24 – Cristal de CsI(Tl) du calorimètre électromagnétique et électronique de lecture.

L'acceptance en  $\theta$  est de  $-0,775 \leq \cos \theta \leq 0,962$  dans le référentiel du laboratoire, et de  $-0,916 \leq \cos \theta^* \leq 0,895$  dans le référentiel du centre de masse, mais la partie physique utile est un peu inférieure à cause des pertes d'énergie pour les gerbes se développant près des bords avant et arrière du calorimètre.

La résolution en énergie pour un photon à un angle polaire de  $90^\circ$  est de :

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{(2,32 \pm 0,30)\%}{E(\text{GeV})^{0,25}} \oplus (1,85 \pm 0,12)\% \quad (4.7)$$

où  $\oplus$  représente la somme en quadrature. Cette résolution est donc excellente, puisqu'elle est de seulement 3% à 1 GeV.

La résolution angulaire est déterminée par la taille transverse des cristaux et la distance moyenne au point d'interaction. Pour les photons arrivant à un angle de  $90^\circ$ , elle est de :

$$\sigma_\phi = \sigma_\theta = \left( \frac{3,87 \pm 0,07}{\sqrt{E(\text{GeV})}} + (0,00 \pm 0,04) \right) \text{ mrad} \quad (4.8)$$

#### 4.4.6 Le solénoïde

Le champ magnétique de *BABAR* est créé par un solénoïde supraconducteur. Sa valeur est de 1,5 T, afin d'obtenir la résolution requise pour la mesure de l'impulsion des particules chargées. Sa valeur est maintenue uniforme, avec une tolérance de quelques pourcents, dans le volume utile à la détermination des paramètres des traces.

Le solénoïde consiste en un câble Rutherford de 10,3 km, composé de fils de niobium-titane de  $40 \mu\text{m}$  de diamètre incrustés dans de l'aluminium. Il est traversé par un courant de 4600A, et son refroidissement à 4,5 K est assuré par une circulation d'hélium liquide.

Afin de limiter les fuites de champ magnétique dans les composants de PEP-II <sup>6</sup> et dans les photomultiplicateurs du DIRC, une bobine de compensation en cuivre a été ajoutée. Elle fonctionne avec un courant de 200 A, et est refroidie à l'eau.

#### 4.4.7 Retour de flux instrumenté (IFR)

L'instrumentation du retour de flux de *BABAR* a évolué au cours du temps. Tout d'abord basée sur des RPC, une détérioration rapide de ces derniers a nécessité le remplacement d'une grande partie d'entre eux par des LST.

##### *Système des RPC*

L'IFR (Instrumented Flux Return) permet l'identification des muons<sup>7</sup> et des hadrons neutres<sup>8</sup> (principalement les  $K_L$  et les neutrons), avec une efficacité de l'ordre de 50%, une bonne pureté, et sur une grande gamme d'angles et d'impulsion. Par ailleurs, l'IFR peut aider au veto des désintégrations charmées et améliorer la reconstruction des  $\nu$ .

L'IFR utilise le retour de flux en acier du solénoïde comme filtre à muons et comme absorbeur de hadrons. Ce retour de flux est divisé en un tonneau et deux bouchons, composés de 18 plaques d'acier, d'épaisseur croissante, allant de 2 cm à l'intérieur, jusqu'à 10 cm pour les plaques extérieures. Les espaces entre les plaques, d'environ 3,5 cm, sont instrumentés de RPC (Resistive Plate Chamber), comme indiqué sur la figure 4.25 : 19 couches de RPC planes dans le tonneau, et 18 couches de RPC planes dans chaque bouchon. Par ailleurs, deux couches de RPC cylindriques sont disposées entre l'EMC et le cryostat du solénoïde pour détecter les particules sortant du calorimètre. Ces RPC cylindriques sont divisées en quatre sections couvrant chacune un quart de la circonférence. Au total, 57 RPC sont disposées dans chacun des six secteurs (sextants) du tonneau, 108 dans chaque moitié de bouchon, et 32 dans chaque couche cylindrique.

Les RPC (figure 4.26) sont composées de deux feuilles de bakélite de 2 mm, traitées à l'huile de lin, et séparées par un espace maintenu à une valeur constante de 2 mm par des espaceurs collés à la bakélite tous les 10 cm. Cet espace est rempli d'un mélange gazeux, composé de 56,4% d'argon, de 38,8% de fréon ( $\text{C}_2\text{H}_2\text{F}_4$ ) et de 4,5% d'isobutane. Les surfaces externes de la bakélite sont recouvertes de plaques de graphite, l'une reliée à la haute tension ( $\approx 8 \text{ kV}$ ) et l'autre à la masse, et sont protégées par un film isolant de mylar.

---

<sup>6</sup> Les aimants Q2, Q4 et Q5 ne doivent pas être exposés à plus de 0,01 T, et les aimants B1 et Q1 à une composante radiale de moins de 0,25 T.

<sup>7</sup> Les muons sont importants pour l'étiquetage des  $B$  neutres dans les désintégrations semi-leptoniques, dans la désintégration de mésons vecteurs, comme le  $J/\psi$ , et dans l'étude des processus rares de  $B$ ,  $D$  ou  $\tau$  impliquant des leptons.

<sup>8</sup> Les  $K_L$  permettent d'étudier des désintégrations exclusives de  $B$ , en particulier des modes  $CP$ .

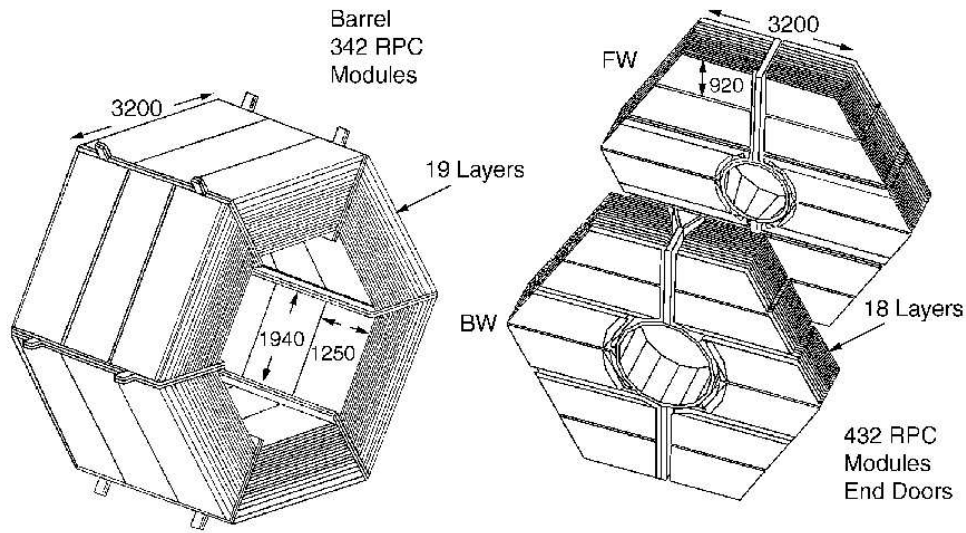


FIGURE 4.25 – Vue générale de l' IFR : à gauche, le tonneau, composé de ses six sextants, à droite, les bouchons avant (FW) et arrière (BW). Les dimensions sont en mm.

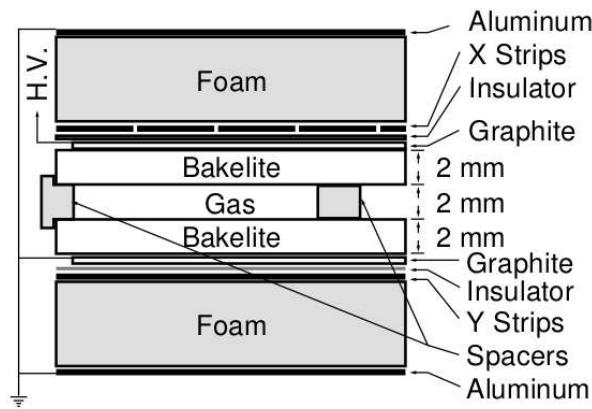


FIGURE 4.26 – Section d'un RPC.

Les RPC fonctionnent en mode avalanche : le passage d'une particule ionisante dans le gaz crée une étincelle entre les deux plaques, ce qui génère un signal capacitif. Ce signal est lu par des pistes en aluminium, disposées en maillage bidimensionnel, selon les coordonnées  $(z, \phi)$  dans le tonneau et selon  $(x, y)$  dans les bouchons : ainsi selon les pistes touchées, on en déduit la position de l'impact. La résistivité des plaques est telle que le champ électrique est instantanément éteint au voisinage de l'étincelle. Ainsi, celle-ci ne se propage pas au reste de la chambre. Par ailleurs, le gaz utilisé absorbe les UV, ce qui empêche les photons de se propager et de générer d'autres avalanches plus loin.

L'efficacité des RPC était stable au tout début du fonctionnement de *BABAR*. Elle a commencé à se dégrader durant l'été 1999, d'abord lentement, puis plus rapidement (figure 4.27). L'origine de ces dégradations est liée à la formation de stalagmites d'huile de lin, générant des contacts entre deux surfaces opposées de bakélite [103] : sous l'effet d'une température excessive<sup>9</sup>, le film d'huile de lin a été détruit, rendant les molécules d'huile mobiles et formant des gouttelettes sur la surface. Le fort champ électrique régnant à la surface de la bakélite a eu pour effet de tirer ces gouttelettes d'une surface à l'autre, créant ainsi un contact.

En 2000, les RPC des bouchons ont été remplacées [104] par des RPC légèrement modifiées et plus

<sup>9</sup>Au cours de l'été 1999, la température dans l'IFR est montée jusqu'à 29-33°C.



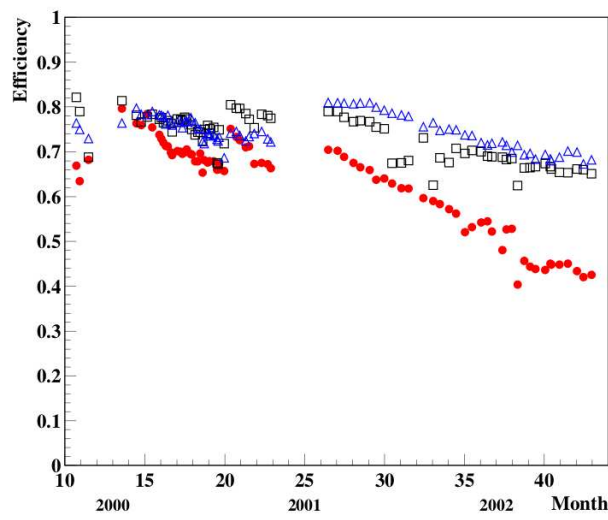


FIGURE 4.27 – Efficacité moyenne des RPC dans le tonneau (cercles), le bouchon avant (triangles) et le bouchon arrière (carrés) en fonction du temps jusqu'à l'été 2002, évaluée à partir de paires  $\mu^+\mu^-$  provenant de collisions lors de l'acquisition de données.

performantes [105]. Pour le tonneau, des LST (Limited Streamer Tube) sont désormais utilisés.

### *Système des LST*

Un LST est composé d'un tube comprenant 7 ou 8 cellules de 17 mm de largeur, 15 mm de haut, et 380 mm de long (figure 4.28). Une électrode en  $\text{CuBe}_2$  plaquée or, de 102  $\mu\text{m}$  de diamètre, est disposée au centre de chaque cellule. Six fils de soutien répartis selon la longueur permettent d'éviter au fil d'anode de se déplacer ou de toucher les parois en PVC du tube. Ces fils sont recouverts d'une peinture au graphite et sont reliés à la masse. Chaque bouchon du tube est pourvu d'ouverture pour permettre la circulation du flux de gaz, composé d'un mélange de 89% de  $\text{CO}_2$ , 3% d'argon, et 8% d'isobutane. L'une des extrémités est équipée de connecteurs haute tension.

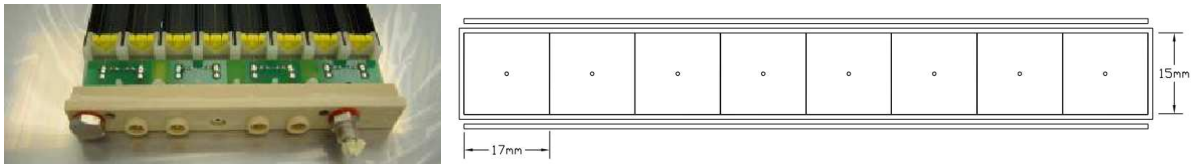


FIGURE 4.28 – Photographie d'un LST (à gauche), et section d'un LST (à droite) montrant les huit cellules qui le composent et le fil au centre de chacune d'elles.

Le principe de fonctionnement des LST est similaire à celui des RPC : une particule chargée passant dans le gaz ionisable déclenche une avalanche, dont le signal est lu par le fil. En même temps, un signal est induit sur un plan monté sous le tube. La charge sur le fil est utilisée pour la lecture de la coordonnée  $\phi$ , et la charge sur le plan est détectée par des pistes perpendiculaires à la direction du fil du tube, donnant ainsi la coordonnée  $z$ . La coordonnée en  $r$  est donnée par le numéro de la couche concernée par l'étincelle. Ceci permet d'avoir une information tridimensionnelle de l'impact. L'installation des LST s'est faite en deux phases. La première s'est déroulée d'août à octobre 2004. Pendant cette période, les RPC de 18 des 19 couches <sup>10</sup> des sextants haut et bas ont été enlevées. Des LST ont été installés dans 12 des 18 couches, les six couches restantes, disposées une couche sur deux à partir de la couche 5, ont été remplies de cuivre afin d'augmenter l'absorption totale, et de compenser la perte de longueur d'absorption entre les couches 18 et 19. La seconde phase

<sup>10</sup>La couche 19 n'est pas accessible.

d'installation a eu lieu d'août à octobre 2006. Elle a permis de changer les 4 autres sextants du tonneau.

#### 4.4.8 Système de déclenchement et d'acquisition (Trigger)

Le système de déclenchement sélectionne les événements  $b\bar{b}$  et  $q\bar{q}$  avec une efficacité élevée et stable, et rejète les bruits de fond provenant des rayons cosmiques et de la machine. Pour *BABAR*, le taux d'écriture d'événements est limité à 300 Hz. A titre indicatif, à la luminosité de conception prévue pour *BABAR*, le taux de bruit de fond induit par le faisceau, et comportant au moins une trace dans la DCH avec  $p_t > 120$  MeV/ $c$  ou un agrégat dans l'EMC avec  $E > 100$  MeV, est de 20 kHz.

Le système de déclenchement est composé de deux niveaux<sup>11</sup> : le niveau 1 et le niveau 3, présentés tour à tour dans ce qui suit. Il a été conçu pour travailler sans altération de la qualité du déclenchement jusqu'à dix fois la luminosité de conception de PEP-II, et avec une détérioration lente au-delà.

##### Système de déclenchement et d'acquisition de niveau 1

Le système de déclenchement et d'acquisition de niveau 1 (Trigger Level 1) est un niveau électronique. Comme indiqué sur la figure 4.4.8, il combine les informations de quatre sous-systèmes : le système de déclenchement de traces chargées nommé DCT (Drift Chamber Trigger), celui de particules neutres appelé EMT (ElectroMagnetic calorimeter Trigger), celui des rayons cosmiques appelé IFT (Instrumented Flux return Trigger) et enfin le système de déclenchement global GLT (Global Level Trigger).

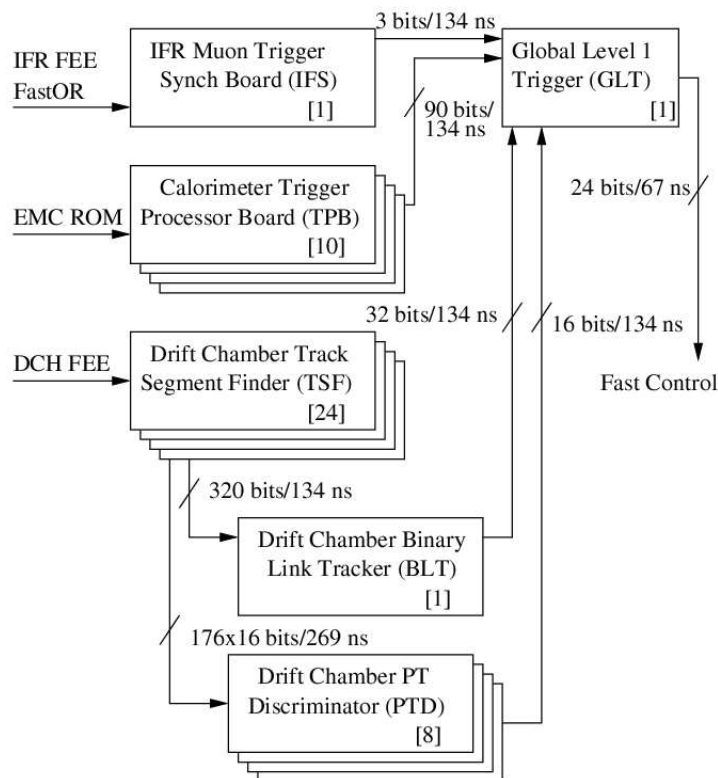


FIGURE 4.29 – Vue schématique du système de déclenchement et d'acquisition de niveau 1.

Les objets utilisés pour le déclenchement sont les traces et les dépôts d'énergie. Les données sur ces objets proviennent directement des détecteurs, et sont stockées sous formes de "primitives"

<sup>11</sup>Il n'y a pas de niveau 2.

aussi appelées cartes- $\phi$  (voir tableaux 4.3 et 4.4). Il s'agit de mots de n-bits qui représentent ces objets et repèrent leur position dans l'espace que l'on a préalablement divisé en région de  $\phi$  de 0 à  $2\pi$ . Ces cartes- $\phi$  sont envoyées par chacun des systèmes de déclenchement au GLT toutes les 134 ns. Le GLT les combine pour former des objets de déclenchement spécifiques, et les envoie au système de contrôle rapide de déclenchement (FCTS). Si le déclenchement est valide, l'acquisition de l'événement est réalisée.

Le système de déclenchement et d'acquisition de niveau 1 fonctionne en mode d'échantillonnage continu : il génère l'information de déclenchement et d'acquisition à intervalle de temps régulier et fixe. Environ  $2\mu\text{s}$  après la collision  $e^+e^-$ , les cartes d'électronique de la DCH et de l'EMC envoient les données brutes au DCT et à l'EMT qui les traitent en  $4 - 5\mu\text{s}$ . Le tout est ensuite envoyé au GLT qui traite les données en  $3\mu\text{s}$ . L'information se propage en  $1\mu\text{s}$  jusqu'au FCTS qui déclenche l'acquisition de l'événement.

TABLEAU 4.3 – Primitives du système de déclenchement et d'acquisition de niveau 1 pour le DCT et l'EMT.

Nom	Description	Origine	Nombre de bits	Seuil
B	Trace courte atteignant la couche 5 de la DCH	BLT	16	120 MeV/c
A	Trace courte atteignant la couche 10 de la DCH	BLT	16	180 MeV/c
A'	Trace de haut $p_t$	PTD	16	800 MeV/c
M	Dépôt d'énergie MIP intégrée sur $\theta$	TPB	20	100 MeV
G	Dépôt d'énergie intermédiaire intégrée sur $\theta$	TPB	20	250 MeV
E	Dépôt de haute énergie intégrée sur $\theta$	TPB	20	700 MeV
X	Dépôt d'énergie MIP dans le bouchon avant	TPB	20	100 MeV
Y	Dépôt de haute d'énergie dans l'arrière du tonneau	TPB	10	1 GeV

Le DCT se déclenche en utilisant les informations sur les impulsions transverses des traces chargées dans la DCH : toutes les 269 ns, les 7104 cellules de la DCH envoient chacune un bit représentant l'information temporelle provenant des signaux des fils de cette cellule. Le DCT est composé de trois parties :

- l'analyseur de segments de traces TSF (Track Segment Finder) : composé de 24 modules, il sert à rechercher les segments de traces, et à déterminer leur position en  $\phi$  et leur temps de dérive. La résolution en position est de  $600\mu\text{m}$  pour une trace traversant 4 couches, et de  $900\mu\text{m}$  pour une trace traversant 3 couches. L'efficacité est de 97% pour les traces issues du point d'interaction, et de 94% pour celles traversant trois ou quatre couches ;
- cette information est ensuite transmise (sous forme de 320 bits) toutes les 134 ns au BLT (Binary Link Tracker), qui lie les segments pour en faire des traces complètes. Les segments sont cartographiés sur une représentation géométrique de la DCH en 320 supercellules correspondant à 32 secteurs en  $\phi$  (donc avec une résolution de  $\frac{2\pi}{32}$ ) et 10 couches radiales. Chaque bit indique si une super-cellule contient un segment. Les traces atteignant la super-couche externe (super-couche 10) sont appelées de classe A (voir tableau 4.3), celles atteignant la super-couche moyenne (super-couche 5) sont appelées de classe B. Les données sont envoyées ensuite au GLT sous forme de cartes- $\phi$  de 16 bits ;
- en parallèle, les segments trouvés dans les supercouches axiales (A1, A4, A7, A10) sont envoyés au discriminateur d'impulsion transverse (PT discriminator) toutes les 269 ns. Composé de 8 modules, il cherche les traces de haute impulsion transverse (c'est-à-dire au-dessus d'un seuil prédéfini). Pour déterminer la présence d'une trace de haute impulsion, on définit une enveloppe en utilisant le point d'interaction, et un segment de trace dans une des super-couches A7 ou A10. Une trace de classe A' est alors trouvée si suffisamment de segments de traces sont situés à l'intérieur de l'enveloppe, et si l'information en  $\phi$  de ces segments est compatible avec celle des autres supercouches axiales.

L'EMT se déclenche en utilisant les gerbes dans l'EMC. Dans ce but, l'EMC est discrétisé en 280 tours ( $7 \times 40$  en  $\theta \times \phi$ ). Chacune des 280 tours du tonneau est composée de 24 cristaux dans un arrangement  $8 \times 3$  en  $\theta \times \phi$ . Le bouchon est divisé en 40 tours, contenant entre 19 et 22 cristaux. Toutes les 269 ns, les énergies dans les cristaux de plus de 20 MeV sont sommées et envoyées à l'EMT. Dix TPB (Trigger Processor Boards) convertissent les données brutes des tours (28 tours par TPB correspondant à un ensemble de  $7 \times 4$  en  $\theta \times \phi$ ) : elles déterminent la quantité des dépôts d'énergie dans les 40 secteurs en  $\phi$ , intègrent sur  $\theta$ , et estiment l'instant du dépôt. Cette information est ensuite envoyée au GLT sous forme de cartes- $\phi$ . Cinq cartes- $\phi$  (appelées M, G, E, X, Y, voir tableau 4.3) sont définies en fonction de la quantité d'énergie du dépôt : M, G, E correspondent à des dépôts d'énergie croissante dans tout le calorimètre alors que X et Y désignent respectivement un dépôt dans le bouchon avant et arrière du cylindre.

L'IFT est employé pour déclencher sur les événements de rayons cosmiques ou  $\mu^+\mu^-$ . Il utilise les traces dans les IFR. Pour cela, les IFR sont divisés en 10 secteurs, 6 sextants du tonneau et 4 correspondant aux moitiés des portes avant et arrière. L'IFT reçoit les signaux de 8 couches sélectionnées dans les secteurs en  $\phi$ . Un algorithme définit les objets de déclenchement pour chaque secteur ayant eu au moins 4 couches sur 8 contenant des coups dans un intervalle de temps de 134 ns. Des modules de synchronisation traitent ces objets de déclenchement et génèrent des mots de 3 bits codant sept conditions exclusives de déclenchement (voir tableau 4.4).

TABLEAU 4.4 – Primitives du système de déclenchement et d'acquisition de niveau 1 pour l'IFT.

Nom	Condition de déclenchement
U1	topologie avec $2\mu$ ou plus autre que U5-U6-U7
U2	1 $\mu$ dans le bouchon arrière
U3	1 $\mu$ dans le bouchon avant
U4	1 $\mu$ dans le tonneau
U5	2 $\mu$ dos-à-dos dans le tonneau+ 1 $\mu$ avant
U6	1 $\mu$ dans le tonneau+1 $\mu$ arrière
U7	2 $\mu$ dos-à-dos dans le tonneau

Le GLT reçoit les informations du DCT et de l'EMT sous forme de cartes- $\phi$ , et tente de combiner les positions angulaires des cartes du calorimètre et de la chambre à dérive (par exemple en appliquant des coupes géométriques telles que des critères dos-à-dos), puis compare les combinaisons avec des formes prédéfinies. Il utilise aussi l'IFT pour déclencher indépendamment sur des rayons cosmiques ou des paires  $\mu^+\mu^-$ . La sortie du GLT est un ensemble de 24 lignes qui sont envoyées au FCTS pour la décision finale du système de déclenchement.

Le taux de fonctionnement du niveau 1 est de 2,5 kHz à une luminosité de  $L = 8 \times 10^{33} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Les différents étages fonctionnent à des intervalles compris entre 4MHz et 15MHz, avec un temps de latence de 2  $\mu\text{s}$ . **L'efficacité est supérieure à 99,9% pour les événements  $B\bar{B}$ .**

### Système de déclenchement et d'acquisition de niveau 3

Le système de déclenchement et d'acquisition de niveau 3 (Trigger Level 3, ou L3) est un niveau logiciel. Il se décompose en trois phases. Tout d'abord, les événements sont classifiés en définissant les lignes d'entrée L3 qui sont des opérations logiques "OU" d'un certain nombre (n'importe lequel) des 32 lignes de sortie du FCTS. Dans un deuxième temps, pour chaque ligne d'entrée L3, des algorithmes de la DCH et de l'EMC sont exécutés si l'état logique de la ligne est "vrai". Des filtres déterminent si les quantités physiques reconstruites satisfont certains critères de sélection particuliers. Ils produisent une sortie qui décrit le statut succès/échec de l'opération. Dans une troisième étape, des lignes de sortie sont formées : chacune est une combinaison logique "OU" de statuts de sortie, et peut être utilisée comme un veto pour rejeter les bruits de fond.

Le code se compose d'une reconstruction partielle, d'une classification de l'événement, ainsi que d'un ensemble de filtres de sélection. Il est exécuté sur une ferme de calcul en ligne dans le cadre de l'OEP (Online Event Processing). Ce niveau fonctionne en affinant les méthodes de sélection du niveau L1, par exemple avec une meilleure détermination des traces ou des filtres sur les bumps de l'EMC qui permettent une meilleure réjection des bruits du faisceau ou des diffusions Bhabha. Il fonctionne avec une fréquence de 300 Hz et une **efficacité supérieure à 99,9% pour les événements  $B\bar{B}$  ayant passé le niveau 1** du système de déclenchement et d'acquisition. Le temps mort total des deux niveaux de déclenchement est de l'ordre de  $1,5 - 2,5\%$ .

## 4.5 Conclusion

Le collisionneur PEP-II et le détecteur *BABAR* ont été optimisés pour étudier la physique des mésons  $B$ . Grâce à des améliorations techniques sur la machine et avec la méthode novatrice d'injection goutte-à-goutte, PEP-II a dépassé sa luminosité de conception d'un facteur quatre, au-delà de  $10^{34} \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}$ . Le détecteur *BABAR* a subi quelques modifications au niveau des RPC, mais reste un détecteur robuste et performant, fonctionnant avec une efficacité moyenne de  $97,5\%$ .

Nous avons vu au chapitre 3 comment la méthode de Gronau-London-Wyler permet d'accéder à l'angle  $\gamma$  du triangle d'unitarité de la matrice  $CKM$  par la mesure des observables  $\mathcal{R}_{CP^\pm}^*$  et  $\mathcal{A}_{CP^\pm}^*$ . Ce chapitre présente dans un premier temps les différents modes choisis pour mener cette analyse. Nous utilisons ensuite ce que nous avons présenté au chapitre 4 pour expliquer le principe de la sélection des particules finales grâce aux informations issues du détecteur *BABAR*, et celui de la reconstruction des arbres de désintégration des  $B$ . Enfin, nous appliquons ces principes aux modes choisis pour l'analyse et effectuons une présélection. La sélection optimisée sera l'objet du chapitre suivant.

## 5.1 Choix des canaux pour l'étude

Cette thèse se situe dans le cadre de la mesure de l'angle  $\gamma$  par la méthode GLW à l'aide des canaux  $B^\pm \rightarrow D^{*0} K^\pm$ , qui requiert la mesure de rapports d'embranchement où le  $D^*$ , et par conséquent le  $D^0$ , se désintègrent vers un état final non état propre de  $CP$ , état propre de  $CP$  pair, ou état propre de  $CP$  impair. La première étape de l'analyse est donc de déterminer quels sont les modes utiles.

Nous avons vu que la méthode GLW souffre de trois limitations (voir section 3.2.3). Nous ne pouvons rien faire contre l'ambiguïté d'ordre 8. En revanche, la limitation statistique liée aux faibles rapports d'embranchement mis en jeu peut être combattue en multipliant le nombre de modes de désintégration du  $D^*$  étudiés. La combinaison des modes permet également de réduire l'incertitude sur les observables mesurées et donc d'améliorer la sensibilité à  $r_B^*$ .

Néanmoins, le choix des modes doit aussi prendre en compte le nombre d'événements attendus avec la luminosité disponible, et les difficultés expérimentales. Ainsi, il est basé sur deux critères :

- les rapports d'embranchement des processus mis en jeu (ceux que nous avons considérés sont regroupés dans le tableau 5.1) ;
- les sources de bruit de fond possibles en fonction du mode de reconstruction.

Nous reconstruisons le  $D^{*0}$  selon ses deux modes de désintégration possibles,  $D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$  et  $D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$ . Le mode en  $D^0 \gamma$  devrait présenter un bruit de fond plus important, car la contrainte sur l'énergie du photon associé au  $D^0$  est moins grande<sup>1</sup> que dans le cas où l'on doit former un  $\pi^0$ . Néanmoins, la prise en compte de ce mode en plus du mode  $D^0 \pi^0$  permet d'augmenter la statistique.

Parmi les trois états finaux non  $CP$  du  $D^0$ , à savoir  $K^- \pi^+$ ,  $K^- \pi^+ \pi^0$  et  $K^- \pi^+ \pi^- \pi^+$ , nous ne considérons que le mode en  $K^- \pi^+$ . En effet, la comparaison de leurs rapports d'embranchement avec ceux des modes propres de  $CP$  montre que l'incertitude de la mesure que l'on cherche à effectuer

<sup>1</sup>La combinatoire est donc plus importante.

TABLEAU 5.1 – Rapports d’embranchement utiles pour le choix des canaux à considérer pour l’analyse (d’après PDG 2006 [39]).

Désintégration	Rapport d’embranchement (%)
$D^{*0}(2007) \rightarrow D^0\pi^0$	$61,9 \pm 2,9$
$D^{*0}(2007) \rightarrow D^0\gamma$	$38,1 \pm 2,9$
$D^0 \rightarrow K^-\pi^+$	$3,80 \pm 0,07$
$D^0 \rightarrow K^-\pi^+\pi^0$	$14,1 \pm 0,5$
$D^0 \rightarrow K^-\pi^+\pi^-\pi^+$	$7,72 \pm 0,28$
$D^0 \rightarrow K^+K^-$	$0,384 \pm 0,01$
$D^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$	$0,1364 \pm 0,0032$
$D^0 \rightarrow K_S^0\pi^0$	$0,75 \pm 0,08$
$D^0 \rightarrow K_S^0\rho^0$	$1,55^{+0,12}_{-0,16}$
$D^0 \rightarrow K_S^0\phi$	$0,458 \pm 0,034$
$D^0 \rightarrow K_S^0\eta'(958)$	$0,91 \pm 0,14$
$D^0 \rightarrow K_S^0\eta$	$0,38 \pm 0,06$
$D^0 \rightarrow K_S^0\omega$	$1,10 \pm 0,2$
$K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$	$69,2 \pm 0,05$
$\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$	$98,798 \pm 0,032$
$\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$	100
$\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$	$89,1 \pm 0,7$
$\eta' \rightarrow \rho^0\gamma$	$29,4 \pm 0,9$
$\eta' \rightarrow \eta\pi^+\pi^-$	$44,5 \pm 1,4$
$\phi \rightarrow K^+K^-$	$49,2 \pm 0,6$

sera dominée par les modes états propres de  $CP$ . Il est donc inutile d’utiliser plusieurs états finaux non  $CP$ , qui ne feraient que compliquer l’analyse sans apporter d’amélioration statistique notable. Le choix du mode  $K^-\pi^+$  est justifié par une quantité de bruit de fond inférieure par rapport aux autres modes.

Pour les modes  $CP$  pairs, nous utilisons les deux voies possibles  $K^+K^-$  et  $\pi^+\pi^-$ , qui ont des rapports d’embranchement du même ordre de grandeur.

En ce qui concerne les modes  $CP$  impairs, nous ne considérons que les trois modes  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$  et  $K_S^0\phi$ . La largeur du  $\rho^0$  étant très grande (voir tableau 5.2), le bruit de fond pour le canal  $K_S^0\rho^0$  serait trop important. Pour le mode  $K_S^0\eta'$ , la reconstruction du  $\eta'$  devrait se faire soit selon  $\rho^0\gamma$  (et encore une fois, la largeur du  $\rho^0$  empêche cette approche), soit selon  $\eta\pi^+\pi^-$  qui est un état final à trois corps et risque donc de présenter une importante combinatoire, accrue par le fait que la reconstruction la plus propre d’un  $\eta$  doit se faire en deux  $\gamma$ . Enfin, le mode en  $K_S^0\eta$  n’est pas considéré car son rapport d’embranchement est faible par rapport aux autres modes  $CP$  impairs, si bien qu’il ne contribuerait que très peu à la mesure.

## 5.2 Sélection des particules finales

La reconstruction des désintégrations exclusives des mésons  $B$  commence par l’identification des particules présentes dans l’état final. A partir de ces particules, on reconstruit des candidats intermédiaires, jusqu’à remonter au candidat  $B$  (les détails de cette approche sont donnés dans la section suivante 5.3). Les particules chargées sont reconstruites comme des traces dans le SVT et la DCH. Selon leur nature, leur identification est réalisée à partir de l’information de la DCH, du DIRC, de l’EMC ou des IFR. Les photons sont reconstruits et identifiés dans l’EMC.

TABLEAU 5.2 – Propriétés des particules intervenant dans l’analyse (d’après PDG 2006 [39]).

Particule	Contenu en quarks	Nombres quantiques	Masse (MeV/ $c^2$ )	Largeur (MeV)
$D^{*0}$	$c\bar{u}$	$I(J^P) = \frac{1}{2}(1^-)$	2006, 7	$< 2, 1$
$D^0$	$c\bar{u}$	$I(J^P) = \frac{1}{2}(0^-)$	1864, 6	
$\rho$	$\frac{u\bar{u}-d\bar{d}}{\sqrt{2}}$	$I^G(J^{PC}) = 1^+(1^{--})$	$775, 5 \pm 0, 4$	$149, 4 \pm 1, 0$
$\omega$	$c_1(u\bar{u}) + c_2(s\bar{s})$	$I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$	$782, 65 \pm 0, 12$	$8, 49 \pm 0, 08$
$\eta'$	$c_1(u\bar{u}) + c_2(s\bar{s})$	$I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$	$957, 78 \pm 0, 14$	$0, 203 \pm 0, 016$
$\eta$	$c_1(u\bar{u}) + c_2(s\bar{s})$	$I^G(J^{PC}) = 0^+(0^{-+})$	$547, 51 \pm 0, 18$	$0, 0013 \pm 0, 00007$
$\phi$	$c_1(u\bar{u}) + c_2(s\bar{s})$	$I^G(J^{PC}) = 0^-(1^{--})$	$1019, 460 \pm 0, 019$	$4, 26 \pm 0, 05$

### 5.2.1 Identification des particules neutres

La détection des photons est réalisée dans l’EMC. On définit pour cela le concept d’agrégat qui représente un ensemble de cristaux contigus ayant tous une énergie supérieure à une énergie seuil (0,5 MeV) et dont l’énergie totale est supérieure à une autre énergie seuil (20 MeV). Il caractérise la répartition du dépôt d’énergie généré par l’interaction d’une particule.

Lorsque deux particules ont une faible séparation angulaire, elles peuvent créer des dépôts d’énergie qui se superposent et ne générer qu’un seul agrégat. Afin de localiser et caractériser séparément les deux dépôts, des régions avec des maxima locaux, appelées bump, sont définies. Elles correspondent à un dépôt relatif à une seule particule et qui ne contient qu’un seul maximum.

On réalise l’identification de la nature de la particule ayant déposé son énergie à l’aide des formes transverses des gerbes :

- les particules interagissant par interaction électromagnétique présentent une distribution régulière à symétrie cylindrique, avec une décroissance exponentielle de l’énergie à partir du centre.
- dans le cas d’interactions hadroniques, les distributions sont irrégulières, et génèrent souvent plusieurs agrégats.

On caractérise la distribution en énergie par les moments de Zernicke  $A_{mn}$  [106] et la distribution latérale en énergie, désignée  $LAT$  [107] :

$$LAT = \frac{\sum_{i=3}^N E_i r_i^2}{\sum_{i=3}^N E_i r_i^2 + E_1 r_0^2 + E_2 r_0^2} \quad (5.1)$$

où :

- l’agrégat est composé de  $N$  cristaux ordonnés en énergie  $E_1 > E_2 > \dots > E_N$  ;
- $r_0$  est la distance moyenne entre deux cristaux (typiquement 5 cm) ;
- $r_i$  est la distance du centre du cristal  $i$  au centre de l’agrégat.

Le  $LAT$  mesure le profil radial en énergie d’un agrégat, tandis que le moment de Zernicke  $A_{42}$  mesure l’asymétrie de l’agrégat par rapport à son maximum. Les gerbes électromagnétiques ont un  $LAT$  piqué autour de 0,25 et un  $A_{42}$  proche de zéro. En revanche, les gerbes hadroniques possèdent une distribution plus dispersée pour le  $LAT$  et prennent des valeurs de  $A_{42}$  sur une plage plus large.

Les photons sont identifiés comme des agrégats n’ayant pas de trace associée, avec une énergie minimale de 30 MeV et un  $LAT$  inférieur à 0,8. Ceci permet de rejeter les agrégats formés par les débris hadroniques et les photons provenant du bruit de fond machine.

On distingue deux domaines dans les désintégrations des  $\pi^0$  :

- en deçà de 1 GeV, les photons sont suffisamment séparés pour produire deux agrégats différents. Le  $\pi^0$  est alors reconstruit à l’aide des quadrivecteurs des deux photons.
- au delà de 1,5 GeV, la séparation entre les photons est plus faible et rend les deux agrégats indistincts. La division de l’agrégat en bumps devient difficile.



A très haute énergie, les deux photons peuvent même entrer dans des cristaux adjacents ou pire, dans le même cristal, rendant la séparation impossible. On a alors recours à l'utilisation du second moment  $S$  de l'agrégat, défini par :

$$S = \frac{\sum_{i=0}^n E_i (\Delta\theta_i)^2}{\sum_{i=0}^n E_i} \quad (5.2)$$

avec :

$$\Delta\theta_i = \begin{pmatrix} \theta_{clus} - \theta_i \\ \phi_{clus} - \phi_i \end{pmatrix}$$

et

$$\theta_{clus} = \frac{\sum_{i=0}^n E_i \theta_i}{\sum_{i=0}^n E_i}; \phi_{clus} = \frac{\sum_{i=0}^n E_i \phi_i}{\sum_{i=0}^n E_i} \quad (5.3)$$

Ce second moment permet une bonne séparation des distributions à moyenne et haute énergie.

### 5.2.2 Identification des particules chargées

Tous les sous-détecteurs de *BABAR* participent, de façon complémentaire, à l'identification des leptons et hadrons chargés : le SVT et la DCH fournissent des mesures de  $dE/dx$ , le DIRC est un imageur Čerenkov, le calorimètre électromagnétique discrimine les électrons des autres traces en fonction de l'énergie déposée et de la forme de la gerbe électromagnétique. Les IFR caractérisent les muons et hadrons en fonction de leur forme d'interaction longitudinale et transverse.

#### Hadrons chargés

L'identification est réalisée à l'aide du SVT, de la DCH et du DIRC. La distinction entre  $K$  et  $\pi$  est fonction de l'impulsion des particules. Le SVT et la DCH donnent les mesures de  $dE/dx$  et fournissent une bonne séparation  $K/\pi$  jusqu'à 700 MeV/ $c$ . Au delà, c'est le DIRC qui fournit la meilleure sélection.

La plupart des protons sont produits avec une impulsion faible. Au dessus du seuil des kaons, le DIRC permet une séparation  $p/K$ . Les mesures de  $dE/dx$  fournissent une bonne séparation  $p/\pi$  jusqu'à 1,4 GeV/ $c$ , et  $p/K$  jusqu'à 1 GeV/ $c$ .

#### Electrons

Leur identification est réalisée à l'aide du calorimètre, mais aussi du DIRC, du SVT et de la DCH pour les basses impulsions. Dans le calorimètre, deux méthodes sont utilisées pour l'identification :

- la mesure de  $E/p$ , où  $E$  est l'énergie de la gerbe mesurée dans le calorimètre, et  $p$  l'impulsion mesurée de la trace correspondante. Les électrons déposent toute leur énergie dans l'EMC, donc ce rapport doit être proche de 1. En revanche, les muons et hadrons ne laissent qu'une partie de leur énergie, et voient donc ce rapport chuter. Ce rapport fournit une bonne séparation au delà de 400 MeV/ $c$ .
- la distribution spatiale du dépôt en énergie, qui est différente entre électrons, muons et hadrons.

#### Muons

Les IFR permettent d'identifier les muons, en assurant la séparation  $\mu/h$  ( $h = \pi, p, K$ ) grâce à la forme de la gerbe. La séparation est réalisée par un algorithme utilisant plusieurs variables discriminantes fonctions de la profondeur de pénétration de la trace dans le fer et de la taille transverse des gerbes.

Les performances d'identification des IFR diminuent à faible impulsion. En deça de 400 MeV/ $c$ , le champ magnétique et les pertes d'énergie dans les sous-détecteurs empêchent même aux particules chargées d'atteindre les IFR. Le DIRC peut être utilisé pour  $p > 250$  MeV/ $c$ , le SVT et la DCH pour des impulsions plus faibles.

En pratique, différents critères sont définis : **veryloose**, **loose**, **tight**, **verytight**, et chaque critère utilise une plage d'impulsion pour chaque détecteur afin de réaliser l'identification à l'aide d'un algorithme dédié.

### 5.3 Reconstruction des mésons $B$

Après avoir choisi les modes à étudier, il faut réaliser la reconstruction de ces désintégrations à partir de l'information fournie par le détecteur *BABAR*. Dans cette section, nous présentons d'abord les concepts généraux de la reconstruction d'un arbre de désintégration, puis nous expliquons les différents critères de sélection qui ont été utilisés dans cette analyse pour reconstruire les modes GLW qui nous intéressent.

Lors de la désintégration d'un méson  $B$ , seules les particules finales sont détectées, soit sous forme de traces (électrons, muon, kaons, pions, protons), soit sous forme d'agrégats (pour les photons). Les principes physiques sur lesquels reposent cette détection et l'identification de ces particules finales ont été présentés au chapitre 4. Pour obtenir l'arbre complet de la désintégration, on met en oeuvre des algorithmes de reconstruction qui utilisent les informations issues du détecteur.

Du point de vue de la reconstruction, on considère que les particules appartiennent à différentes catégories selon leur nature :

- une particule reconstruite est une particule qui correspond soit à une trace reconstruite soit à un agrégat dans le calorimètre,
- un composite est une particule ayant des particules filles (au contraire des particules reconstruites) ;
- une résonance est un composite ayant une longueur de désintégration trop petite pour être mesurée par le détecteur de vertex ;
- les particules manquantes sont des particules non composites pour lesquelles le détecteur n'a fourni aucune information (comme pour un neutrino par exemple).

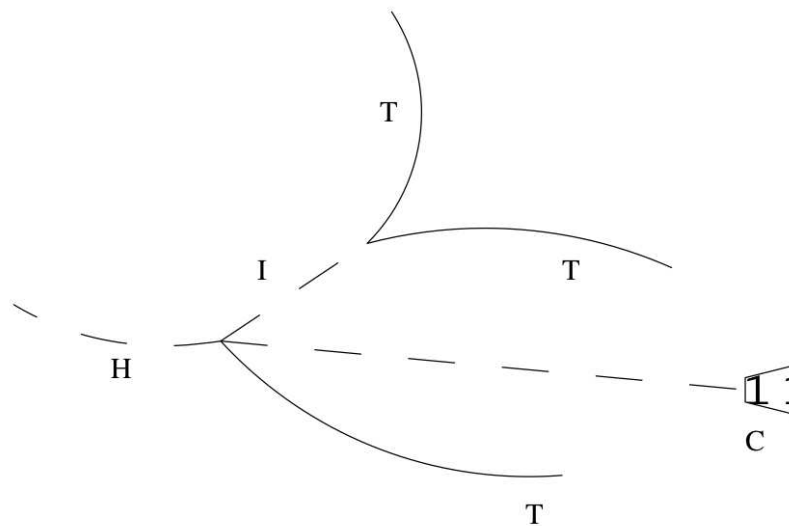


FIGURE 5.1 – Représentation schématique d'un arbre de désintégration avec trois particules chargées reconstruites comme des traces (T), un photon reconstruit comme un agrégat de calorimètre (C), et deux particules composites I (pour interne) et H (pour head). Cette dernière désigne la particule en tête de l'arbre de désintégration.

La reconstruction d'un mode de désintégration d'un  $B$  est basée sur une approche aval-amont, dans laquelle on commence par reconstruire les particules composites à partir desquelles émergent les particules reconstruites de l'état final. Ces composites sont ensuite utilisés pour reconstruire les particules plus en amont dans l'arbre de désintégration. A chaque vertex de désintégration, les paramètres de la particule composite sont déterminés à l'aide d'un ajustement des moindres carrés [108] à partir des paramètres de ses particules filles, et contenant éventuellement des contraintes cinématiques particulières.

Les degrés de liberté de l’ajustement sont les impulsions de toutes les particules, et les positions des vertex. Les particules reconstruites sont représentées par leur vecteur impulsion  $\vec{p} \equiv (p_x, p_y, p_z)$ . Leur masse n’est pas un paramètre de l’ajustement mais est attribuée en fonction de l’hypothèse faite sur la nature de cette particule dans l’arbre que l’on cherche à reconstruire. Les composites sont pour leur part représentés par un quadri-vecteur énergie-impulsion  $(E, \vec{p})$ , et la position  $\vec{M} \equiv (x, y, z)$  du vertex de désintégration. Par ailleurs, si ce composite n’est pas en tête de l’arbre de désintégration, on lui assigne un paramètre de temps de désintégration  $\mathcal{T} \equiv l/|\vec{p}|$ , où  $l$  est sa longueur de désintégration. Une résonance n’a pas de temps de désintégration, et partage le même vertex de désintégration que sa mère. Dans le cadre du code de reconstruction *BABAR*, les particules ayant une longueur de désintégration  $c\tau < 1 \mu\text{m}$ , telle que les  $J/\psi$ , les  $\pi^0$ , les  $D^*$ , sont considérées comme des résonances. Deux types de contraintes sont utilisées dans l’ajustement :

- la nature des particules reconstruites constitue ce que l’on appelle les contraintes externes ;
- on utilise aussi des contraintes internes, afin d’éliminer les degrés de liberté redondants : par exemple, la contrainte de vertex permet d’exprimer la relation entre un vertex de désintégration d’un composite et le vertex de production de ses filles. La contrainte d’impulsion permet d’assurer la conservation de l’impulsion à chaque vertex.

Des contraintes optionnelles peuvent également être utilisées : la contrainte de masse par exemple, utilisée lorsque la largeur d’un composite est très petite devant la résolution expérimentale, consiste à imposer au composite que sa masse soit égale à la valeur connue [39]. On peut également utiliser des contraintes d’énergie de faisceau, de temps de vie, de position de faisceau (dans laquelle on combine la matrice de covariance du vertex avec celui du point d’interaction). L’application de ces contraintes permet d’obtenir de meilleures résolutions sur les différentes observables des particules (masse, énergie, position, impulsion).

## 5.4 Présélection

Les critères présentés dans cette section ont été définis dans les études précédentes des modes GLW. Ils sont appliqués au niveau de la reconstruction des événements. Il s’agit de coupures larges permettant de réduire le nombre d’événements sélectionnés tout en ayant une très grande efficacité de sélection du signal.

### 5.4.1 Sélection des traces

Les critères de définition des traces ont déjà été évoqués dans la section 5.2.2.

Lors de la reconstruction, les traces sont regroupées dans une catégorie générale, appelée **Charged Tracks**, puis sont classées en différentes listes selon les critères cinématiques qu’elles vérifient. Trois exemples de liste sont donnés dans le tableau 5.3 : **GoodTracksVeryLoose**, **GoodTracksLoose** et **GoodTracksTight**.

Du point de vue de l’identification de la nature ( $K$ ,  $\pi$ ,  $e$ , *etc*) de la trace, on utilise des sélecteurs de particules : un sélecteur est une variable qui peut prendre deux valeurs (0 ou 1) qui combine les informations utiles à l’identification ( $\frac{dE}{dx}$ , angle Čerenkov, *etc*) issues des différents sous-systèmes de *BABAR*. Le fait que les traces vérifient ou non une coupe sur un sélecteur permet de les classer en différentes catégories, qui correspondent à une probabilité d’être un  $K$ , un  $\pi$ , *etc*. Cette notion de sélecteur est très importante pour la suite.

### 5.4.2 Sélection des photons

Tout comme les traces, les photons sont des particules finales en terme de reconstruction. Ils sont également regroupés dans une liste globale, appelée **CalorNeutral**, et sont ensuite répartis dans différentes listes selon leur propriétés<sup>2</sup>. Les deux listes qui nous sont utiles pour la suite sont **GoodPhotonLoose** et **GoodPhotonDefault**. Leur définition est présentée dans le tableau 5.4.

---

<sup>2</sup>Voir en particulier la section 5.2.1 pour comprendre les valeurs utilisées dans **GoodPhotonDefault**.

Liste	Propriétés
<b>GoodTracksVeryLoose</b>	Impulsion transverse : $0,0 < p_t < 10,0$ GeV/c Distance de plus proche approche ( <i>DOCA</i> ) dans le plan <i>xy</i> : $DOCA < 1,5$ cm Distance de plus proche approche ( <i>DOCA</i> ) selon l'axe <i>z</i> : $-10 < DOCA < 10$ cm Aucun nombre de coups minimum dans la DCH
<b>GoodTracksLoose</b>	Critères identiques à <b>GoodTracksVeryLoose</b> sauf : Impulsion transverse : $0,1 < p_t < 10,0$ GeV/c Minimum de 12 coups dans la DCH
<b>GoodTracksTight</b>	Impulsion transverse : $0,1 < p_t < 10,0$ GeV/c Distance de plus proche approche ( <i>DOCA</i> ) dans le plan <i>xy</i> : $DOCA < 1,0$ cm Distance de plus proche approche ( <i>DOCA</i> ) selon l'axe <i>z</i> : $-3 < DOCA < 3$ cm Minimum de 20 coups dans la DCH

TABLEAU 5.3 – Critères de définition des listes de traces.

Liste	Propriétés
<b>GoodPhotonDefault</b>	Energie minimale : 0,030 GeV LAT < 0,8
<b>GoodPhotonLoose</b>	Energie minimale : 0,100 GeV LAT < 0,8

TABLEAU 5.4 – Critères de définition des listes de photons.

### 5.4.3 Sélection des $\pi^0$

Les candidats  $\pi^0$  sont reconstruits dans le mode  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ . Ils sont regroupés dans différentes listes, en particulier :

- **pi0VeryLoose**, qui contient l'ensemble des combinaisons de photons de **GoodPhotonLoose** ayant une masse invariante  $0,090 < m_{\pi^0} < 0,165$  GeV/ $c^2$ , sur lesquelles un ajustement non contraint est appliqué;
- **pi0SoftLoose**, qui contient l'ensemble des combinaisons de photons de **GoodPhotonLoose** ayant une masse invariante  $0,100 < m_{\pi^0} < 0,160$  GeV/ $c^2$ , et telles que le  $\pi^0$  possède une impulsion dans le référentiel du centre de masse supérieure à 0,45 GeV/ $c$ .

Nous utilisons deux ensembles de critères pour reconstruire les  $\pi^0$  dans cette analyse :

- les  $\pi^0$  utilisés pour former un  $D^0$  ou un  $\omega$  proviennent de la liste **pi0DefaultMass**, qui contient les  $\pi^0$  de **pi0VeryLoose** avec  $0,115 < m_{\pi^0} < 0,150$  GeV/ $c^2$ ;
- les  $\pi^0$  utilisés pour former un  $D^{*0}$  proviennent de la liste **pi0SoftDefaultMass**, qui regroupe les  $\pi^0$  de **pi0SoftLoose** ayant une masse invariante  $0,115 < m_{\pi^0} < 0,150$  GeV/ $c^2$  sur lesquels un ajustement contraint en masse, en impulsion, et en vertex est effectué.

### 5.4.4 Sélection des $K_S^0$

Les candidats  $K_S^0$  sont reconstruits dans le mode  $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$ . Pour former ces candidats, on combine les traces de charges opposées telles que la masse invariante de la paire soit comprise dans la plage  $[0,3-0,7]$  GeV/ $c^2$  avant l'ajustement, et qui ont une masse ajustée vérifiant  $|m_{K_S^0} - m_{K_S^0}^{PDG}| < 25$  MeV/ $c^2$  après l'ajustement avec contraintes géométriques.

### 5.4.5 Sélection des $\phi$

Les candidats  $\phi$  sont reconstruits dans le mode  $\phi \rightarrow K^+K^-$ . Les deux kaons proviennent de la liste **KLHNotAPionGTVL** : ce sont des traces de la liste **GoodTracksVeryLoose** qui passent le sélecteur de kaons **KLHNotAPion**. Seuls les candidats ayant une masse  $|m_\phi - m_\phi^{PDG}| < 30$  MeV/ $c^2$  après un ajustement avec contrainte géométrique sont retenus.

### 5.4.6 Sélection des $\omega$

Les candidats  $\omega$  sont reconstruits dans le mode  $\omega \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$ . Les deux pions sont choisis au sein de **GoodTracksVeryLoose**. Comme nous l'avons dit dans la section 5.4.3, le  $\pi^0$  est pris dans **pi0SoftDefaultMass**. Seuls les candidats ayant une masse  $|m_\omega - m_\omega^{PDG}| < 50 \text{ MeV}/c^2$  après un ajustement avec contrainte géométrique sont retenus.

### 5.4.7 Sélection des $D^0$

Les candidats  $D^0$  sont reconstruits dans les modes :

- non état propre de  $CP$  :  $K^-\pi^+$  ;
- états propres de  $CP$  pairs :  $K^+K^-$ ,  $\pi^+\pi^-$  ;
- états propres de  $CP$  impairs :  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\phi$ ,  $K_S^0\omega$ .

Pour les modes  $K^-\pi^+$ ,  $K^+K^-$  et  $\pi^+\pi^-$ , les deux traces sont choisies dans **GoodTracksVeryLoose**. Pour les modes  $CP$  impairs, on combine les composites sélectionnés précédemment. L'ajustement utilise une contrainte géométrique et une contrainte de masse.

### 5.4.8 Sélection des $D^{*0}$

Les candidats  $D^{*0}$  sont reconstruits dans les modes  $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$  et  $D^{*0} \rightarrow D^0\gamma$ . Les photons proviennent de la liste **GoodPhotonDefault**. Les  $\pi^0$  proviennent de **pi0SoftDefaultMass**. Pour les deux modes, un ajustement contraint en masse est réalisé. Une sélection avant l'ajustement permet de réduire le nombre de candidats :

- $|m_{D^*} - m_{D^*}^{PDG}| < 0,5 \text{ GeV}/c^2$  et  $\Delta m \equiv (m_{D^*} - m_{D^0}) \in [0,13;0,17] \text{ GeV}/c^2$  pour le mode  $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$  ;
- $|m_{D^*} - m_{D^*}^{PDG}| < 0,5 \text{ GeV}/c^2$  et  $\Delta m \in [0,08;0,18] \text{ GeV}/c^2$  pour le mode  $D^{*0} \rightarrow D^0\gamma$ .

Après ajustement, on ne garde que les candidats qui vérifient :

- $\Delta m \in [0,13;0,17] \text{ GeV}/c^2$  pour le mode  $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$  ;
- $\Delta m \in [0,08;0,18] \text{ GeV}/c^2$  pour le mode  $D^{*0} \rightarrow D^0\gamma$ .

### 5.4.9 Sélection des $B^\pm$

La désintégration du  $\Upsilon(4S)$  en deux particules de même masse  $B^+$  et  $B^-$  impose deux contraintes dans le référentiel du centre de masse :

- l'énergie des produits de désintégration de chaque méson  $B$  est égale à  $E_{beam}^* = \frac{\sqrt{s}}{2}$  ;
- la masse reconstruite des produits de désintégration doit être égale à la masse du  $B$ .

Ces deux contraintes permettent de distinguer le signal du bruit de fond.

Nous utilisons deux variables cinématiques presque non corrélées pour la sélection du signal :

- la première est :

$$\Delta E = \frac{2p_B \cdot p_0 - s}{2\sqrt{s}} \quad (5.4)$$

où  $\sqrt{s}$  est l'énergie dans le référentiel du centre de masse,  $p = (E, \vec{p})$  représente une quadri-impulsion, et les indices 0 et  $B$  correspondent respectivement au système  $e^+e^-$  et au méson  $B$  reconstruit. Exprimée dans le référentiel du centre de masse  $\Delta E$  devient :

$$\Delta E = E_B^* - E_{beam}^* \quad (5.5)$$

la différence entre l'énergie  $E_B^*$  du candidat  $B$  reconstruit et l'énergie des faisceaux dans le référentiel du centre de masse  $E_{beam}^*$  ;

- la deuxième est la masse substituée en énergie  $m_{ES}$  :

$$m_{ES} = \sqrt{\left(\frac{s}{2} + \vec{p}_0 \cdot \vec{p}_B\right)^2 / E_0^2 - p_B^2} \quad (5.6)$$

où  $\vec{p}_i$  ( $i = 0, B$ ) sont les impulsions mesurées dans le référentiel du laboratoire.

La variable  $m_{ES}$  est utilisée à la place de la masse reconstruite  $m_B^{rec} = \sqrt{E_B^{*2} - p_B^{*2}}$  du  $B$  car cette dernière est très corrélée à  $\Delta E$ , puisque l'énergie reconstruite  $E_B^*$  intervient dans les deux variables. La variable  $m_{ES}$  a été construite en deux étapes [109, 110] :

- on définit tout d'abord la masse  $m_{SE}$  où l'énergie reconstruite  $E_B^*$  est substituée par l'énergie des faisceaux :

$$m_{SE}^2 = E_{beam}^{*2} - p_B^{*2} \quad (5.7)$$

Le second terme est la somme de toutes les impulsions des traces du candidat  $B$ . La corrélation entre  $m_{SE}$  et  $\Delta E$  est faible ;

- il reste néanmoins une hypothèse de masse dans le terme  $p_B^*$  que l'on veut éliminer pour éviter une corrélation avec  $\Delta E$  qui soit liée à la nature des particules. Cette dépendance en masse provient du terme  $E$  de la transformation de Lorentz utilisée dans le calcul des impulsions pour passer du référentiel du laboratoire à celui du  $\Upsilon(4S)$  :

$$\begin{aligned} p_x^* &= p_x \\ p_y^* &= p_y \\ p_z^* &= \gamma(p_z - \beta E) \end{aligned} \quad (5.8)$$

Pour éliminer cette dépendance, on utilise la transformation de Lorentz inverse  $p_z = \gamma(p_z^* + \beta E^*)$ , puis on remplace  $E^*$  par  $E_{beam}^*$ . On définit alors  $p_z'^* \equiv \frac{p_z}{\gamma} - \beta E_{beam}^* = p_z^* + \beta \Delta E$ . La masse invariante ainsi calculée est la variable  $m_{ES}$ , qui est identique à  $m_{SE}$  à des termes correctifs en  $\Delta E$  près :

$$m_{ES}^2 = m_{SE}^2 - 2p_z^* \beta \Delta E - (\beta \Delta E)^2 \quad (5.9)$$

$m_{ES}$  ne dépendant pas de la masse des particules, on peut l'exprimer donc sous la forme de l'équation (5.6) où seules les impulsions mesurées dans le laboratoire interviennent.

Les événements du signal ont une distribution de  $m_{ES}$  piquée à la masse du  $B$  et une distribution de  $\Delta E$  centré sur une valeur qui dépend de la trace chargée partenaire du  $D^{*0}$ . Ceci permet donc de séparer les événements  $B \rightarrow D^{*0}K$  de  $B \rightarrow D^{*0}\pi$  puisque les masses des partenaires diffèrent. Dans cette thèse, nous utilisons l'hypothèse  $K$  pour la trace rapide : les événements  $D^*K$  piquent donc à 0 GeV, et les événements  $D^*\pi$  à environ 0,050 GeV (voir section 7.1.2).

La résolution de  $m_{ES}$  est donnée par :

$$\sigma_{m_{ES}}^2 \approx \sigma_B^2 + \left( \frac{p}{M_B} \right)^2 \sigma_p^2 \quad (5.10)$$

où  $\sigma_B$  est l'incertitude (de l'ordre de 2,5 MeV) sur l'énergie du  $B$ , qui dépend des variations d'énergie du faisceau pour chaque événement. Le terme  $\sigma_p$  est l'incertitude (de l'ordre de 15 MeV) sur la mesure de l'impulsion du  $B$  dans le référentiel du  $\Upsilon(4S)$ . Dans le référentiel du  $\Upsilon(4S)$ , on a  $p/M_B \approx 0,06$ , et donc  $\sigma_{m_{ES}}^2$  est dominé par les fluctuations d'énergie du faisceau.

La résolution sur  $\Delta E$  est :

$$\sigma_{\Delta E}^2 = \sigma_B^2 + \sigma_E^2 \quad (5.11)$$

où  $\sigma_E$  est l'incertitude (de l'ordre de 15 MeV) sur la mesure de l'énergie. Elle est donc dominée par la résolution de cette dernière.

Les mésons  $B^\pm$  sont reconstruits en combinant des candidats  $D^{*0}$  avec les traces de la liste **GoodTracksVeryLoose**. Aucun sélecteur n'est appliqué sur la trace, car on reconstruit le  $B$  à la fois en  $B \rightarrow D^*K$  et  $B \rightarrow D^*\pi$ , afin de pouvoir mesurer l'observable GLW  $R_{CP\pm}$  comme le rapport de  $R_\pm$  sur  $R$  (voir les équations (3.29) et (3.30)).

Une présélection large avant ajustement est appliquée : on ne conserve que les candidats vérifiant  $m_{ES} \in [5, 15; 5, 3] \text{ GeV}/c^2$  et  $\Delta E \in [-0, 3; 0, 3] \text{ GeV}$ .

Puis un ajustement avec une contrainte de faisceau sur le vertex de production et une contrainte géométrique est réalisé. Seuls les candidats vérifiant  $m_{ES} \in [5, 15; 5, 3] \text{ GeV}/c^2$  et  $\Delta E \in [-0, 3; 0, 3] \text{ GeV}$  après ajustement sont retenus.

Lors de la reconstruction, il est fréquent que plusieurs candidats  $B$  soient sélectionnés dans un seul événement. Nous choisissons alors l'un d'entre eux, appelé *meilleur candidat*, afin de n'avoir qu'un candidat par événement. Cette procédure n'est appliquée qu'une fois que les coupes ont été appliquées, aussi traitons-nous la sélection du meilleur candidat dans le chapitre suivant.

## 5.5 Conclusion

Nous mettons en oeuvre vingt quatre modes de désintégration pour mener cette analyse. Nous reconstruisons le  $B^\pm$  à la fois en  $D^*K$  et  $D^*\pi$ , afin de pouvoir normaliser les rapports d'embranchement de  $D^*K$  par ceux de  $D^*\pi$  dans les observables GLW, et ainsi d'éliminer certaines incertitudes systématiques liées aux corrections sur l'identification des particules. Nous utilisons les deux voies de reconstruction du  $D^*$ , à savoir  $D^0\pi^0$  et  $D^0\gamma$ , afin d'augmenter la statistique. Nous considérons six états finaux pour le  $D$  : un état final  $K\pi$  non état propre de  $CP$ , les deux états finaux  $CP$  pairs  $K^+K^-$  et  $\pi^+\pi^-$ , et trois états finaux  $CP$  impairs  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$  et  $K_S^0\phi$ .

En plus de l'utilisation d'un échantillon de données plus important d'un facteur trois, cette analyse étend l'étude GLW précédente de *BABAR* [69] qui ne comprenait que la voie  $D^* \rightarrow D\pi^0$ , et aucun état final de  $CP$  impair.

Lors de la reconstruction, nous avons exploité les informations issues du détecteur afin de reconstruire les arbres de désintégration des événements enregistrés par *BABAR* (ou simulés par une méthode de Monte Carlo), dans l'optique de sélectionner les événements contenant un mode de désintégration qui nous intéresse. Mais comme nous l'avons vu, il n'est pas possible d'identifier avec certitude un mode de désintégration : d'une part parce qu'il n'existe pas de méthode permettant d'identifier la nature des particules de façon certaine, d'autre part parce que le dispositif expérimental possède une résolution limitée sur les paramètres qu'il mesure. Un événement reconstruit n'est donc pas nécessairement un événement de signal, mais peut être un événement de bruit de fond. L'analyse doit donc être construite de sorte à maximiser la sensibilité au signal, et les différentes sources de bruit de fond passant la sélection doivent être bien comprises.

## 6.1 Les différentes sources de bruit de fond

Comme nous avons pu le voir dans le tableau 4.2, la collision  $e^+e^-$  à 10,58 GeV ne produit pas exclusivement une paire  $b\bar{b}$  : elle peut produire également une paire de quarks plus légers ou une paire de leptons, qui peuvent être source de bruit de fond. On classe le bruit en trois catégories :

- la première source regroupe la production de paires de quarks  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$ , ou  $c\bar{c}$ , appelée le *continuum*. C'est une source de bruit de fond importante : sa suppression est l'objet de la section 6.2.
- la deuxième catégorie est le bruit de fond leptonique. Il se compose de trois sources :
  1. les événements Bhabha  $e^+e^- \rightarrow e^+e^-(\gamma)$  sont les plus abondants. Ils sont constitués de deux traces émises dos-à-dos dans le référentiel du centre de masse, et sont éventuellement accompagnés de photons qui peuvent se convertir dans le tube à vide ou dans le SVT ;
  2. la création de paires de muons  $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-(\gamma)$ , qui présente une topologie similaire. Néanmoins, le muon étant plus lourd, l'émission de photons est moins importante ;
  3. la création de paires de taus  $e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-(\gamma)$ , où les  $\tau$  se désintègrent avec émission d'un neutrino, selon  $\tau \rightarrow X\nu_\tau$ , où  $X$  est un état leptonique ou hadronique.

Cette deuxième catégorie de bruit de fond est très facile à rejeter du fait de la topologie très simple des événements. Seules les désintégrations de  $\tau$  pourraient éventuellement imiter un événement de signal, mais dans ce cas la topologie des événements ressemble fortement à celle du continuum, et l'utilisation des outils de suppression du continuum permet de les éliminer.

- la troisième catégorie de bruit de fond regroupe tous les événements dans lesquels une paire de  $B$  est produite, mais où aucun ne se désintègre vers un mode qui nous intéresse. En effet, les canaux de désintégration du  $B$  sont très nombreux du fait que les  $B$  sont composés de deux quarks de la troisième famille, la plus lourde. On appelle ce bruit de fond le bruit *générique*. C'est la source principale de bruit dans cette analyse. Ses différentes composantes sont étudiées dans la section 6.4.2.



## 6.2 Suppression du continuum $q\bar{q}$

Dans tous les canaux étudiés, une grande partie du bruit de fond provient de combinaisons aléatoires de particules produites par les processus d'hadronisation de quarks générés lors de la production  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  avec  $q = u, d, s$  ou  $c$ . Afin de réduire ce bruit de fond, on utilise la différence topologique entre les événements  $B\bar{B}$  et  $q\bar{q}$  (voir figure 6.1) : dans le référentiel du  $\Upsilon(4S)$ , les événements du continuum ont une structure en jets qui partent dos-à-dos dans le référentiel du centre de masse, alors que les événements issus de la désintégration d'un méson  $B$  ont une structure plus sphérique du fait que les  $B$  sont produits presque au repos dans ce même référentiel. Il existe plusieurs variables permettant d'effectuer une discrimination entre le signal et le bruit. Nous décrivons celles que nous avons considérées dans la section 6.2.1. Prises indépendamment, elles ne permettent pas une discrimination très forte. Il est essentiel de les combiner entre elles dans des outils multivariables. Ceci est abordé dans la section 6.2.2.

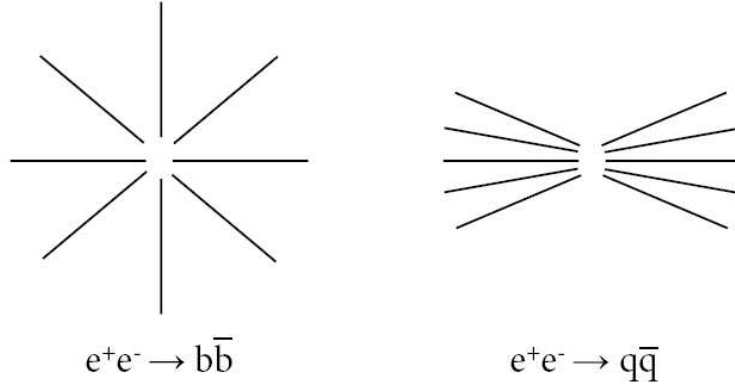


FIGURE 6.1 – Schéma de la répartition angulaire dans le référentiel du centre de masse d'un événement  $B\bar{B}$  plutôt sphérique (à gauche), et de continuum en forme de jet (à droite).

### 6.2.1 Variables topologiques des événements

La mesure de la symétrie sphérique d'un événement permet de discriminer le signal du continuum. Ainsi une particule qui se désintègre en deux particules d'impulsions opposées possède une symétrie sphérique plus faible que si elle se désintégrait en plusieurs particules avec des impulsions aléatoires.

#### Moments de Fox-Wolfram

Dans le cadre de l'étude des réactions  $e^+e^- \rightarrow hadrons$ , des variables topologiques, appelées moments de Fox-Wolfram, notés  $H_l$ , sont définies [111, 112] :

$$H_l \equiv \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l \left| \sum_i Y_l^m(\Omega_i) \frac{|\vec{p}_i|}{\sqrt{s}} \right|^2 = \sum_{i,j} \frac{|\vec{p}_i||\vec{p}_j|}{E_{Tot}^2} P_l(\cos \theta_{ij}) \quad (6.1)$$

où  $Y_l^m(\Omega)$  sont les harmoniques sphériques. La somme entre les valeurs absolues est effectuée sur tous les hadrons issus de la réaction  $e^+e^- \rightarrow hadrons$ . Les termes  $\Omega_i$  sont les angles des impulsions de ces hadrons.  $\theta_{ij}$  est l'angle entre les impulsions  $\vec{p}_i$  et  $\vec{p}_j$  et  $E_{Tot} \equiv \sqrt{s}$  est l'énergie totale de l'événement. Les  $P_l$  sont les polynômes de Legendre<sup>1</sup>. La conservation de l'énergie-impulsion implique  $H_1 = 1$  et  $H_0 \approx 1$ .

<sup>1</sup> On rappelle leur définition :  $P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \frac{d^l}{dx^l} (x^2 - 1)^l$ .

A partir de ces moments, on définit le second moment de Fox-Wolfram  $R_2$  par :

$$R_2 \equiv \frac{H_2}{H_0} \quad (6.2)$$

Lorsque l'événement est composé de deux jets, ceux-ci partent dos-à-dos, et forment un angle  $\theta_{ij}$  voisin de  $\pi$ . Or les polynômes de Legendre sont nuls pour  $l$  impairs et valent 1 pour  $l$  pair et  $\theta_{ij} = \pi$ . Les événements du continuum prennent donc des valeurs de  $R_2$  proches de 1, alors que les événements  $B\bar{B}$  plus sphériques ont des valeurs de  $R_2$  plus faibles.

### La poussée (Thrust)

On définit la poussée  $T$  [113, 114] par :

$$T \equiv \max_{|\vec{T}=1|} \frac{\sum_i |\vec{T} \cdot \vec{p}_i|}{\sum_i |\vec{p}_i|} \quad (6.3)$$

où  $\vec{T}$  est un vecteur unitaire définissant l'axe de poussée de l'ensemble des particules  $i$  considérées (tout l'événement, ou seulement le candidat  $B$ , ou le reste de l'événement). Il pointe dans la direction maximisant la somme des impulsions longitudinales des  $i = 1, \dots, n$  particules. La poussée  $T$  peut prendre des valeurs entre 0,5 pour des événements disymétriques et jusqu'à 1 pour des événements isotropes.

A partir de la poussée, on définit l'angle de poussée  $\theta_{thrust}$  comme étant l'angle entre l'axe de poussée du  $B$  et l'axe de poussée du reste de l'événement pris dans le référentiel du centre de masse du  $\Upsilon(4S)$ . Pour un événement du continuum avec une structure en double jet, la poussée du  $B$  est colinéaire à la poussée du reste de l'événement. En revanche, pour un événement  $B$ , ces deux axes de poussée ne sont pas corrélés. Ainsi,  $\cos \theta_{thrust}$  pique à 1 pour du continuum alors que sa distribution est uniforme pour du signal.

### Monômes et polynômes de Legendre

La collaboration CLEO a considéré [115] les polynômes  $\mathcal{L}_i$  définis par :

$$\mathcal{L}_i = \sum_i^{roe} p_i^* \mathcal{P}_j(\cos \theta_i^*) \quad (6.4)$$

où les  $\mathcal{P}_j(x)$  sont les polynômes de Legendre, et  $roe$  désigne le reste de l'événement (*rest of event*). En particulier,  $\mathcal{P}_1(x) = x$  et  $\mathcal{P}_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$ . Les monômes  $L_j$  :

$$L_j = \sum_i^{roe} p_i^* \times |\cos \theta_i^*|^j \quad (6.5)$$

présentent un grand pouvoir de séparation. Des recherches de combinaisons de  $L_j$  ont été effectuées afin d'optimiser la discrimination, et il s'avère que c'est le couple  $L_0, L_2$  qui offre le meilleur pouvoir discriminant. Les monômes  $L_0$  et  $L_2$  sont reliés aux polynômes  $\mathcal{L}_j$  par :

$$\mathcal{L}_0 = L_0 \quad (6.6)$$

$$\mathcal{L}_2 = \frac{1}{2}(3L_2 - L_0) \quad (6.7)$$

si bien que l'on peut utiliser indifféremment  $L_0, L_2$  (ce qui est le cas de cette analyse) ou  $\mathcal{L}_0, \mathcal{L}_2$ .

## Variables cinématiques

Ces variables ne sondent plus la topologie de l'événement, mais plutôt les différences de propriétés entre les processus  $e^+e^- \rightarrow \Upsilon(4S) \rightarrow B\bar{B}$  et  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  ( $q = u, d, s, c$ ).

La première variable cinématique que l'on considère exploite les propriétés de la désintégration du  $\Upsilon(4S)$ . Il s'agit du cosinus de l'angle entre l'impulsion du candidat  $B$  et l'axe  $z$  dans le référentiel du centre de masse du  $\Upsilon(4S)$ , que l'on note  $\cos P_{CM} \equiv \cos(\vec{P}_B, \vec{z})$ . La forme de la distribution attendue pour les événements  $B\bar{B}$  est dictée par la conservation du moment cinétique : la distribution angulaire de la désintégration du  $\Upsilon(4S)$ , de moment cinétique  $J = 1$ , vers une paire de  $B$  qui ont tous deux un moment cinétique nul, s'écrit :

$$\frac{d\sigma}{d\cos\theta d\phi} \propto |D_{m,0}^J(\phi, \theta, 0)| \quad (6.8)$$

où  $J$  est le moment cinétique du  $\Upsilon(4S)$ ,  $m$  est l'ensemble des projections de  $J$  sur l'axe de quantification, et les fonctions  $D_{m,0}^J$  sont les opérateurs des rotations finies [116]. Le  $\Upsilon(4S)$  étant formé à partir de la collision  $e^+e^-$ , l'électron et le positron doivent avoir une hélicité opposée, et par conséquent les seules valeurs de  $m$  autorisées sont  $-1$  et  $+1$ . La distribution angulaire est donc fonction<sup>2</sup> de  $d_{1,0}^1 = -\frac{\sin\theta}{\sqrt{2}}$  et  $d_{-1,0}^1 = -d_{1,0}^1$ . La distribution de  $\cos\theta_B$  suit alors une allure en  $|d_{1,0}^1|^2 + |d_{-1,0}^1|^2 \propto \sin^2(\vec{P}_B, \vec{z})$  pour les événements  $B\bar{B}$ . En revanche, pour les événements  $q\bar{q}$ , le candidat  $B$  provient d'une mauvaise combinaison de particules, et la distribution est uniforme.

Une autre variable cinématique utile est  $\cos\theta_T \equiv \cos(\vec{T}_B, \vec{z})$ , le cosinus de l'angle entre l'axe de poussée du candidat  $B$  et l'axe  $z$ , qui exploite les propriétés de la désintégration du  $B$ . Cette fois-ci ce sont les événements de signal qui ont une distribution uniforme car le méson  $B$  a un spin nul, et ne favorise aucune direction pour sa désintégration. Pour le continuum, une distribution en  $1 + \cos^2(\vec{T}_B, \vec{z})$  est attendue, encore une fois pour satisfaire la conservation du moment cinétique : les deux quarks sont produits avec des hélicités opposées, et la distribution angulaire est donnée par la somme des quatre termes  $|d_{\pm 1, \pm 1}^1|^2 \propto 1 + \cos^2(\vec{T}_B, \vec{z})$  ;

## Angles d'hélicité

Dans le cas d'une désintégration à deux corps  $A \rightarrow B + X$ ,  $B \rightarrow C + D$ , on définit l'angle d'hélicité  $\theta_h$  de  $B$  comme étant l'angle entre l'impulsion de  $A$  et l'impulsion de  $C$  dans le référentiel de  $B$  au repos.

Nous pouvons utiliser deux angles d'hélicité pour identifier le signal dans les modes que nous étudions. Le  $D^0$  ayant un spin nul, ses produits de désintégration ne suivent aucune distribution angulaire particulière, et sont donc émis de façon plutôt sphérique. La distribution de l'angle d'hélicité du  $D^0$  est donc plate pour du signal. Il n'en va pas de même pour le bruit de fond pour lequel les produits de désintégration peuvent présenter une dépendance angulaire avec la direction du faux  $D^0$ , générant ainsi une distribution de l'angle d'hélicité du  $D^0$  non plane.

La désintégration  $B \rightarrow D^*K$  est une désintégration d'un pseudoscalaire vers une paire vecteur-pseudoscalaire. L'hélicité doit être nulle dans la direction du  $D^*$ . Ce dernier ne peut donc être émis qu'avec un moment  $L = 1$  et  $L_z = 0$ . Ainsi pour du signal :

- dans le cas des modes  $D^* \rightarrow D\pi^0$ , la distribution angulaire du  $\pi^0$  dans le référentiel du centre de masse du  $D^*$  suit donc une distribution en  $\cos^2\theta_h$  ;
- dans le cas des modes  $D^* \rightarrow D\gamma$ , la distribution angulaire du  $\gamma$  dans le référentiel du centre de masse du  $D^*$  suit donc une distribution en  $\sin^2\theta_h$ .

Dans le cas du bruit de fond, ces distributions sont la superposition de différentes désintégrations et ne présentent pas une telle structure.

Une représentation graphique de ces différentes variables pour le signal et le bruit de fond est donnée sur la figure 6.2.

---

<sup>2</sup>La relation entre les fonctions  $d_{m,m'}^j$  et  $D_{m,m'}^j(\alpha, \beta, \gamma)$  est :  $D_{m,m'}^j(\alpha, \beta, \gamma) = e^{-i\alpha m} d_{m,m'}^j(\beta) e^{-i\gamma m'}$ . La définition des  $d_{m,m'}^j$  pour les valeurs de  $j$ ,  $m$  et  $m'$  les plus communes sont données dans le PDG06 [39], page 318.

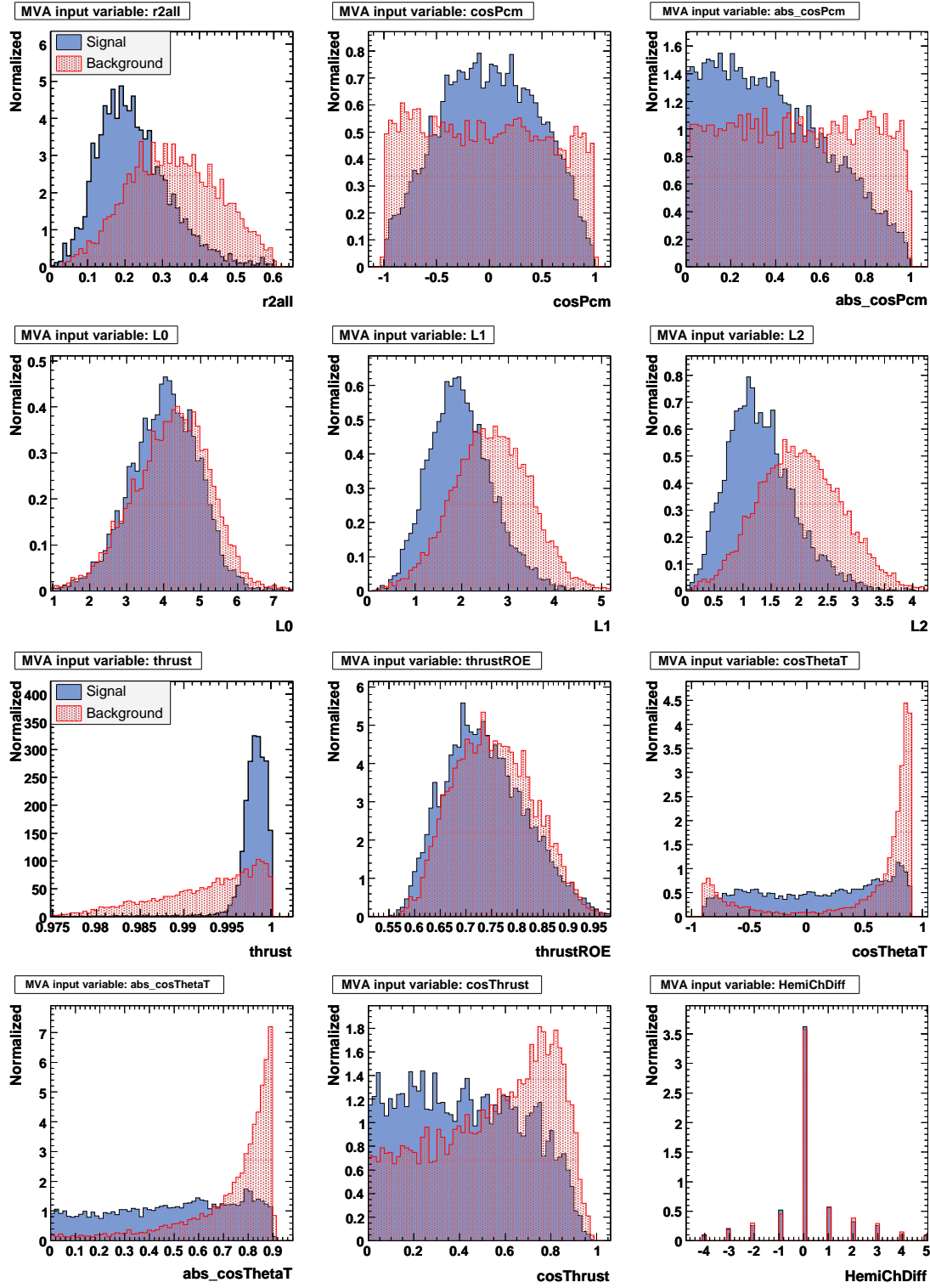


FIGURE 6.2 – Distributions de différentes variables topologiques pour le signal (en bleu) et pour le continuum (en rouge), pour le mode  $B \rightarrow D^{*0}K$ ,  $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$ .

## 6.2.2 Outils multivariables de séparation signal/bruit

### Principe

On désire séparer les événements de signal des événements du bruit de fond. Pour chaque événement, cela revient à postuler deux hypothèses, notées  $S$  pour le signal et  $B$  pour le bruit, et à trouver un moyen de classer l'événement dans une des deux catégories. On peut représenter un événement par l'ensemble des mesures des  $n$  observables physiques, et traduire celles-ci sous forme d'une variable aléatoire  $n$ -dimensionnelle  $\vec{x}$  prenant des valeurs  $(x_1, \dots, x_n)$ . Cette variable  $\vec{x}$  est distribuée selon  $f(\vec{x}|S)$  pour du signal et  $f(\vec{x}|B)$  pour du bruit de fond. Afin de décider si un événement appartient au signal ou au bruit, on peut construire un test statistique  $\vec{t}(\vec{x})$ . Chacune des deux hypothèses implique une fonction densité de probabilité pour  $\vec{t}(\vec{x})$ ,  $g(\vec{t}|S)$  et  $g(\vec{t}|B)$ . La décision sur la nature de l'événement est réalisée en choisissant une valeur critique de  $\vec{t} = \vec{t}_c$  qui sépare deux régions, celle du bruit de celle du signal : on classe l'événement dans l'hypothèse  $S$  si  $\vec{t}$  appartient à la région signal définie par  $\vec{t}_c$ , sinon on le classe dans le bruit. Le problème réside alors dans le choix de  $\vec{t}_c$ . Le lemme de Neyman-Pearson [117] spécifie que le test statistique donnant le maximum de pureté du signal à efficacité fixée est donné par le rapport de vraisemblance :

$$\vec{t}(\vec{x}) = \frac{f(\vec{x}|S)}{f(\vec{x}|B)} \quad (6.9)$$

Pour construire ce test, il faut donc disposer des fonctions de densité de probabilité  $f(\vec{x}|S)$  et  $f(\vec{x}|B)$ , qui doivent être déterminées à l'aide d'échantillons Monte Carlo. Dans le cas où le nombre  $n$  de composantes de  $\vec{x}$  est grand, ceci est très compliqué car il faut un nombre d'événements très important<sup>3</sup>. La solution adoptée est alors de prendre une forme fonctionnelle différente pour  $\vec{t}(\vec{x})$ , comme un discriminant de Fisher, ou un réseau de neurones.

### Discriminant de Fisher

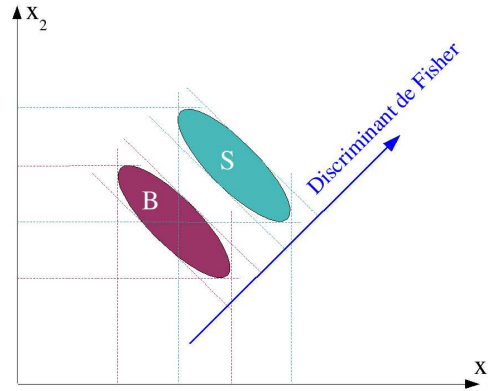


FIGURE 6.3 – Principe du discriminant de Fisher : une coupe rectangulaire sur  $(x_1, x_2)$  ne permet pas de distinguer les populations  $S$  et  $B$ . L'utilisation d'une combinaison linéaire de  $(x_1, x_2)$ , en l'occurrence ici  $(x_1 + x_2, x_1 - x_2)$ , qui revient à projeter les populations sur l'axe bleu, permet de séparer  $S$  et  $B$ .

Le discriminant de Fisher est une quantité statistique permettant de distinguer deux classes d'événements  $X$  et  $Y$  (typiquement, du signal et du bruit de fond). C'est une combinaison linéaire de variables discriminantes. En notant  $x_i$  les  $N$  variables discriminantes avec  $i$  variant de 1 à  $N$ , le discriminant de Fisher  $\mathcal{F}$  s'écrit :

$$\mathcal{F} = \sum_{j=1}^N \alpha_j x_j \quad (6.10)$$

<sup>3</sup>A titre d'exemple, pour un ensemble de  $M$  bins pour une variable aléatoire de dimension  $n$ , le nombre total de pas est  $M^n$ . Avec un choix de 50 pas, et juste deux variables il faudrait 250000 (nombre qui est déjà plus grand que ce que l'on dispose dans nos simulations.) événements pour au moins avoir en moyenne 100 événements par pas.

On peut montrer [117] que la meilleure séparation entre les deux hypothèses est obtenue pour un ensemble de coefficients  $\alpha_i = \alpha_1, \dots, \alpha_N$  noté  $\alpha = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \dots \\ \alpha_n \end{pmatrix}$ , qui vérifie :

$$\alpha = U^{-1}(\bar{x} - \bar{y}) \quad (6.11)$$

où  $\bar{x}$  et  $\bar{y}$  sont les moyennes de  $x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \dots \\ x_n \end{pmatrix}$  et  $y = \begin{pmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_n \end{pmatrix}$  sur les classes  $X$  et  $Y$  respectivement, et  $U$  la matrice de dispersion :

$$U = \frac{\sum_{k=1}^N [(x_k - \bar{x}_k)(x_k - \bar{x}_k)^T + (y_k - \bar{y}_k)(y_k - \bar{y}_k)^T]}{N} \quad (6.12)$$

D'un point de vue graphique (voir figure 6.3), le discriminant de Fisher détermine des axes de projection dans l'hyper-espace des variables d'entrée  $x_i$  qui maximisent la séparation entre les deux catégories  $X$  et  $Y$ , tout en minimisant la dispersion au sein d'une catégorie. Il est optimal pour des variables gaussiennes linéairement corrélées (c'est-à-dire qui possèdent une distribution bidimensionnelle qui se répartit autour d'une droite). En revanche, il n'apporte aucun pouvoir discriminant pour une variable ayant la même moyenne pour le signal et pour le bruit, même si les distributions pour ces deux catégories sont très différentes. Ainsi, il est souvent utile d'utiliser des variables discriminantes transformées : par exemple, pour une variable discriminante  $x$  définie sur  $[-1; 1]$ , telle que la distribution pour une catégorie suive une loi en  $x^2$  et que la distribution de l'autre catégorie suive une loi uniforme, alors la valeur moyenne est nulle dans les deux cas, et  $x$  n'apporte aucun pouvoir discriminant. En revanche, la transformation  $x \rightarrow |x|$  génère une variable avec un grand pouvoir discriminant. Ceci est illustré dans la section 6.2.3. Dans le cas de corrélations non linéaires entre variables, on peut utiliser un réseau de neurones ou un arbre décisionnel.

## Réseau de neurones

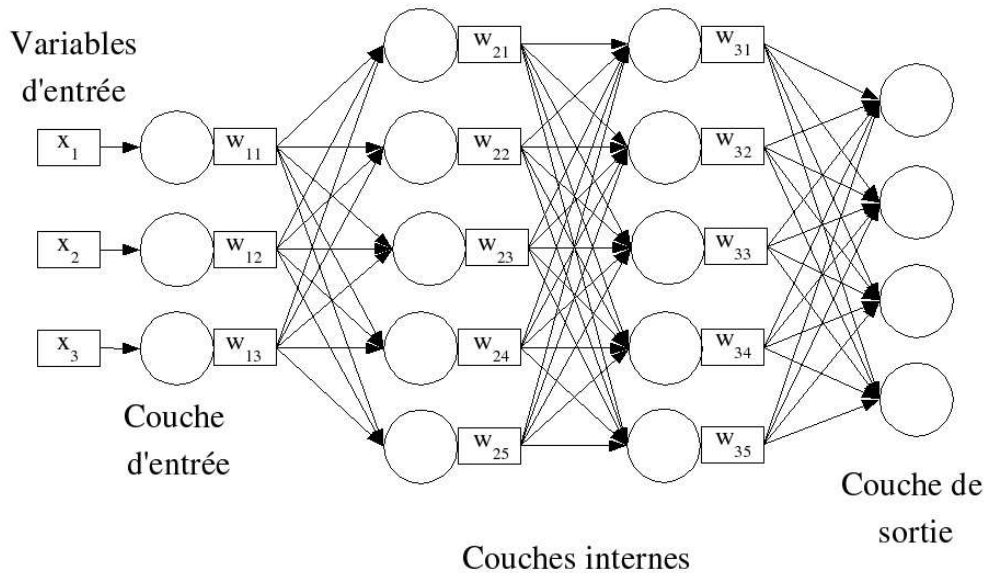


FIGURE 6.4 – Schéma de principe d'un réseau de neurones avec 3 variables d'entrée, quatre variables de sortie et deux couches internes. Les coefficients de pondération sont représentés par les  $w_{ij}$ .

Dans le cas où les fonctions de densité de probabilité  $f(\vec{x}|H_0)$  et  $f(\vec{x}|H_1)$  ne sont pas gaussiennes, ou si elles n'ont pas une matrice de covariance commune, alors le discriminant de Fisher n'a plus les propriétés optimales. On utilise alors une paramétrisation plus générale pour  $t(\vec{x})$  : un réseau de neurones. C'est un ensemble de noeuds (ou neurones) interconnectés, chacun produisant une

réponse à un signal précis. A partir d'un ensemble de variables d'entrée  $x_i$ , le réseau génère une réponse sous forme d'une valeur d'une variable de sortie permettant de discriminer le signal du bruit. L'interconnection peut se faire de différentes manières. Le cas le plus général est de connecter chaque neurone avec les autres, soit  $n^2$  connections pour un réseau à  $n$  noeuds. Il est néanmoins plus simple d'organiser les noeuds en couches, en n'autorisant que des connections entre les neurones d'une couche vers une autre : ce réseau de neurones est alors qualifié de perceptron. Dans le cas d'un perceptron à une couche, on a :

$$t(\vec{x}) = s \left( a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i \right) \quad (6.13)$$

où  $s$  est une fonction d'activation. Différentes fonctions peuvent être employées : fonction linéaire, sigmoïde<sup>4</sup>, tangente hyperbolique. C'est cette fonction d'activation qui introduit le caractère non linéaire du réseau de neurone. Quand on est en présence de plus d'une couche, on parle de perceptron multi-couches. Pour un perceptron à deux couches, on a :

$$t(\vec{x}) = s \left( a_0 + \sum_{i=1}^n a_i h_i(\vec{x}) \right) \quad (6.14)$$

avec :

$$h_i(\vec{x}) = s \left( w_{i0} + \sum_{j=1}^n w_{ij} x_j \right) \quad (6.15)$$

La première couche d'un perceptron multi-couches est appelée couche d'entrée, la dernière est la couche de sortie. Les éventuelles couches entre celle d'entrée et celle de sortie sont appelées couches internes. Dans le cas de la classification d'événements en deux catégories (signal et bruit) à partir d'un ensemble de  $n$  variables discriminantes  $x_i$ , la couche d'entrée possède  $n$  neurones, et la couche de sortie est la variable de sortie (contrairement à la figure 6.4 qui montre quatre variables de sortie). Chaque connection entre la sortie d'un neurone et l'entrée d'un neurone de la couche suivante est pondérée, et ce poids est multiplié à la valeur de sortie du neurone pour constituer la valeur entrante dans le neurone suivant. Les valeurs des coefficients de pondération permettant une séparation signal/bruit optimale sont déterminées à l'aide d'un échantillon d'entraînement, semblable mais disjoint de l'échantillon sur lequel on veut effectuer la séparation signal/bruit.

## Arbre décisionnel boosté

Un arbre décisionnel est un classificateur qui, à partir d'un ensemble de variables  $x_i$  et d'un échantillon d'entraînement  $E$ , permet de discriminer des événements d'un échantillon  $E'$  et de les classer en catégories. Son principe est schématisé figure 6.5. Il consiste à prendre une succession de décisions binaires<sup>5</sup> en utilisant une seule variable à la fois parmi les  $x_i$ , jusqu'à ce qu'un critère d'arrêt soit atteint. Plus concrètement, dans le cas d'une séparation de type signal/bruit, on réalise une coupe sur la variable  $x_i$  permettant la meilleure séparation signal/bruit afin de définir deux populations, ou feuilles, l'une riche en signal, l'autre riche en bruit de fond. Sur chacune de ces feuilles, le même algorithme est de nouveau appliqué, menant à un ensemble de quatre feuilles. On réitère ce processus pour toutes les feuilles jusqu'à ce qu'une pureté en signal et en bruit de fond fixées à l'avance soit atteintes. On aboutit ainsi à deux populations de feuilles, l'une composée de feuilles contenant majoritairement du signal, l'autre de feuilles avec principalement du bruit de fond. Il est important de noter que l'obtention de la pureté désirée va se faire de manière plus ou moins rapide : les branches ne contiennent donc pas forcément le même nombre de décisions. Par ailleurs, une même variable peut-être utilisée plusieurs fois dans une même branche.

Des fluctuations statistiques peuvent exister dans l'échantillon d'entraînement, si bien que pour deux variables présentant des pouvoirs discriminants semblables, une fluctuation peut mener à prendre une décision selon l'une plutôt que l'autre, alors que c'est l'autre qui aurait été choisie sans cette fluctuation. Dès lors, toute la structure de l'arbre en dessous de ce noeud est altérée, et la réponse de

---

<sup>4</sup>  $x \rightarrow \frac{1}{1+e^{-kx}}$

<sup>5</sup> Chaque décision est représentée par un arbre binaire, d'où le nom d'arbre décisionnel.

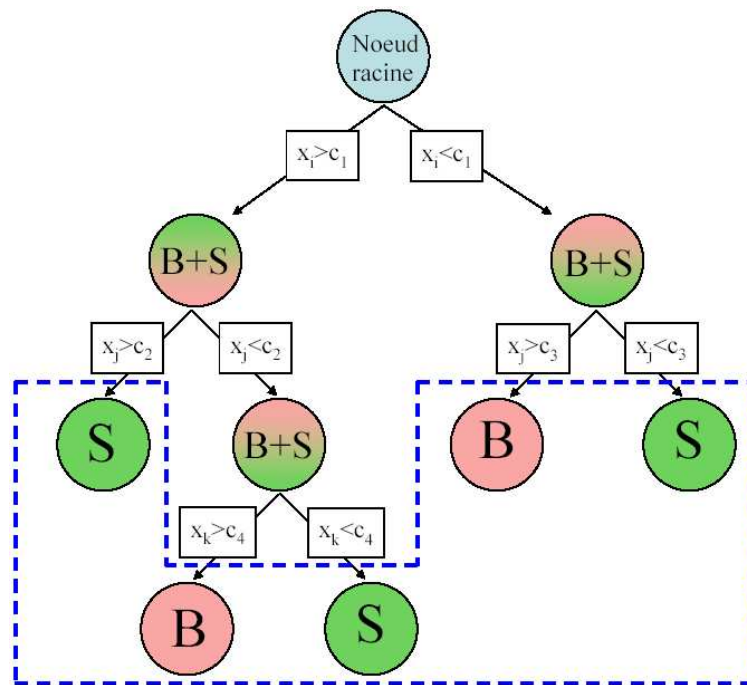


FIGURE 6.5 – Schéma de principe d'un arbre décisionnel. La zone encadrée par les pointillés bleus représente l'ensemble des feuilles finales. Elles se répartissent en deux catégories S pour signal, et B pour bruit, en fonction de la majorité des événements qu'elles contiennent.

l'arbre peut en être affectée de façon importante. Afin de limiter ces instabilités, on utilise plutôt un *arbre décisionnel boosté*, qui est une extension d'un arbre décisionnel simple : à partir d'un échantillon d'entraînement  $E$ , on entraîne un classificateur qui définit un arbre, et à partir de cet arbre, on définit une pondération pour les événements de l'échantillon  $E$ , qui définit un nouvel échantillon d'entraînement  $E''$ , sur lequel on entraîne de nouveau le classificateur, et ainsi de suite, générant à chaque étape un nouvel arbre. Le classificateur final utilise alors les différents classificateurs intermédiaires. La décision est prise non plus à partir d'un seul arbre, mais en prenant l'ensemble des arbres. On obtient ainsi un classificateur qui définit le type (signal ou bruit) d'une région en fonction de la majorité pondérée des événements qui la constituent.



### 6.2.3 Suppression

Cette étude est réalisée avec TMVA [118].

#### Choix des variables topologiques

Plusieurs critères doivent être considérés pour effectuer le choix des variables topologiques et cinématiques à utiliser dans les outils multivariés. Tout d'abord, il faut prendre en compte les corrélations entre variables, et ce, à deux niveaux :

- d'une part, il faut éviter d'utiliser des variables topologiques qui pourraient être corrélées à des variables que l'on utilise dans la fonction de densité de probabilité dans l'ajustement par maximum de vraisemblance (chapitre 7). En effet, comme nous le verrons plus loin, cet ajustement est effectué en supposant que les variables utilisées sont décorrélées afin d'exprimer la fonction de densité de probabilité  $n$ -dimensionnelle comme un produit de  $n$  fonctions de densité de probabilité unidimensionnelles. Or l'outil multivariable est une variable potentielle pour effectuer l'ajustement<sup>6</sup>. L'emploi d'une coupe sur une variable très corrélée à une variable d'ajustement pourrait biaiser l'ajustement. Cette corrélation ne pouvant être strictement nulle, on considère qu'une valeur absolue du coefficient de corrélation  $|\rho|$  inférieur à 10% est acceptable ;
- d'autre part, les variables utilisées dans l'outil multivariable peuvent être corrélées entre elles. Il faut juste s'assurer que deux variables ne sont pas trop corrélées, sinon cela signifierait qu'elles sont redondantes, car contenant la même information. On considère que deux variables sont redondantes si  $|\rho| > 0,9$ . Dans ce cas, une seule des deux variables est incluse dans l'outil multivariable.

Enfin, le pouvoir de discrimination d'une variable doit être significatif.

Les matrices de corrélation entre les différentes variables topologiques et certaines variables potentielles entrant dans l'ajustement ( $m_{ES}$ ,  $\Delta E_K$  et la variable d'identification de la trace rapide  $\mathcal{L}_{K/\pi}$  (voir section 7.1.3)) ont été calculées et étudiées pour tous les canaux. Elles ont donné des résultats similaires : un exemple de valeurs typiques des corrélations est donné pour le mode  $B \rightarrow D^{*0}K$ ,  $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$  sur la figure 6.6, pour le signal et pour le bruit.

A partir de l'étude de ces matrices de corrélation, plusieurs variables ont été rejetées. Tout d'abord, la poussée<sup>7</sup> de l'événement est corrélée à 80 % avec  $m_{ES}$ . De plus,  $L_1$  est redondante avec  $L_2$ . L'usage au sein de *BABAR* est d'utiliser  $L_2$  plutôt que  $L_1$ . Les valeurs absolues des variables ont un pouvoir discriminant plus important que leur valeur algébrique (on s'y attendait, comme on l'a déjà évoqué dans la section 6.2.2) : pour  $\cos P_{CM}$ , ce pouvoir est de 0,0 alors qu'il est de 0,04 pour sa valeur absolue. De même, pour  $\cos \theta_T$  et  $|\cos \theta_T|$ , de pouvoir respectifs 0,07 et 0,18. Enfin, la différence de charge entre hémisphères ne présente aucun pouvoir discriminant.

Ainsi, cette étude nous mène à considérer six variables pour construire nos outils multivariés :  $L_0$ ,  $L_2$ ,  $R_2$ ,  $|\cos P_{CM}|$ ,  $|\cos \theta_{thrust}|$ ,  $|\cos \theta_T|$ .

#### Comparaison des outils multi-variables

Les différentes propriétés utiles au choix entre les différents outils multivariés sont considérées dans le tableau 6.1 (d'après [118]).

Le discriminant de Fisher est intéressant, mais est peu performant dans le cas de corrélations non linéaires comme nous l'avons déjà évoqué. Le réseau de neurones est performant même en présence de non-linéarités, mais manque de simplicité dans son interprétation, et est souvent considéré comme une boîte noire. Tout comme l'arbre décisionnel boosté, il souffre par ailleurs du problème de dimensionnalité, c'est-à-dire de l'augmentation du besoin en statistique et en temps de calcul pour un nombre croissant de variables d'entrée. En général, on préfère la simplicité (donc le discriminant de Fisher), mais uniquement s'il n'y a pas de perte de pouvoir discriminant. Par ailleurs, le sur-entraînement, qui est le fait de déterminer un trop grand nombre de paramètres par rapport à la taille de l'échantillon d'entraînement, peut constituer un écueil, en particulier pour les arbres décisionnels boostés.

<sup>6</sup>Comme nous le verrons au chapitre 7, cette variable n'est finalement pas retenue pour effectuer l'ajustement.

<sup>7</sup>Appelée *thrust* dans les matrices.

TABLEAU 6.1 – Propriétés des différents outils multivariables considérés dans l’analyse. ★★ signifie très bon, ★ signifie bon, et ○ signifie mauvais. D’après [118].

Critère	Fisher	Réseau de neurones	Arbre décisionnel boosté
Performance : corrélations nulle ou linéaires	★★	★★	★
Performance : corrélations non linéaires	○	★★	★★
Vitesse d’entraînement	★★	★	○
Vitesse de réponse	★★	★★	★
Robustesse au sur-entraînement	★★	★	○
Problème de dimensionnalité	★★	★	★
Transparence	★★	○	○

Dans cette étude, nous avons considéré les trois outils multivariables, construits à partir des six variables choisies dans la section 6.2.3. Au préalable, une coupe rejetant les événements avec  $\cos \theta_T > 0,9$  et ceux avec  $R_2 > 0,6$  a été appliquée afin de ne pas entraîner ces outils sur une zone principalement constituée de bruit de fond. Un entraînement basé sur 10000 événements est réalisé afin de calculer les coefficients entrant dans ces outils. Les distributions obtenues sur 10000 événements (différents de ceux utilisés pour l’entraînement) pour ces trois outils multivariables sont données sur la figure 6.7.

A partir de ces distributions, on peut comparer le pouvoir de séparation signal/bruit de chacun des outils multivariables, en étudiant la suppression du bruit de fond en fonction de l’efficacité de sélection du signal. Ces courbes sont données figure 6.8.

Les trois outils présentent des performances assez similaires. Néanmoins, l’arbre décisionnel est l’outil multivariable le moins performant, et nécessite un temps d’entraînement bien plus long. Il a donc été abandonné. Le discriminant de Fisher a des performances légèrement moins bonnes que le réseau de neurones, mais c’est un outil plus simple, plus intuitif et beaucoup moins gourmand en temps de calcul. Ainsi, la décision du choix entre ces deux outils est repoussé à l’étape d’optimisation (voir section 6.3).

Afin d’optimiser les performances du réseau de neurone, différentes configurations ont été testées, en changeant le nombre de noeuds dans les deux couches internes : la configuration par défaut est de prendre 6 noeuds (c’est-à-dire autant que de variables en entrée), nous avons également essayé avec 4, 5, 8 et 11 noeuds dans chaque couche (configurations désignées respectivement 6 : 4 : 4 : 2, 6 : 5 : 5 : 2, 6 : 7 : 7 : 2, et 6 : 8 : 8 : 2 sur la figure 6.9). Les distributions résultantes sont données sur la figure 6.9. Elles varient légèrement d’une configuration à l’autre, mais les différences de performance de suppression de bruit en fonction de l’efficacité de sélection du signal sont négligeables.

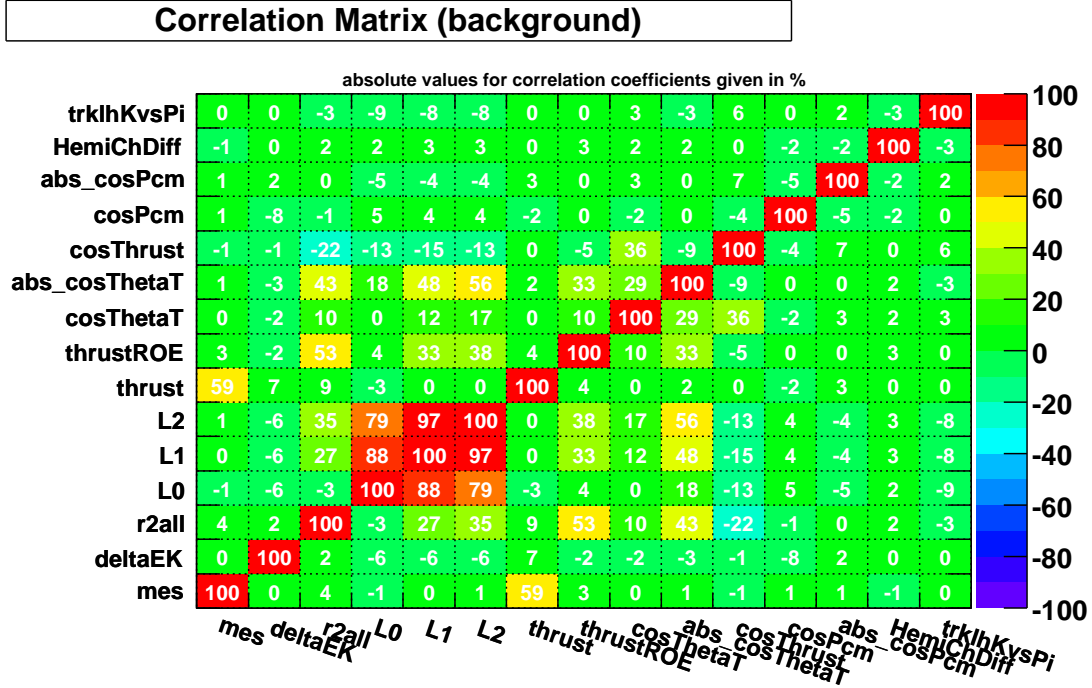
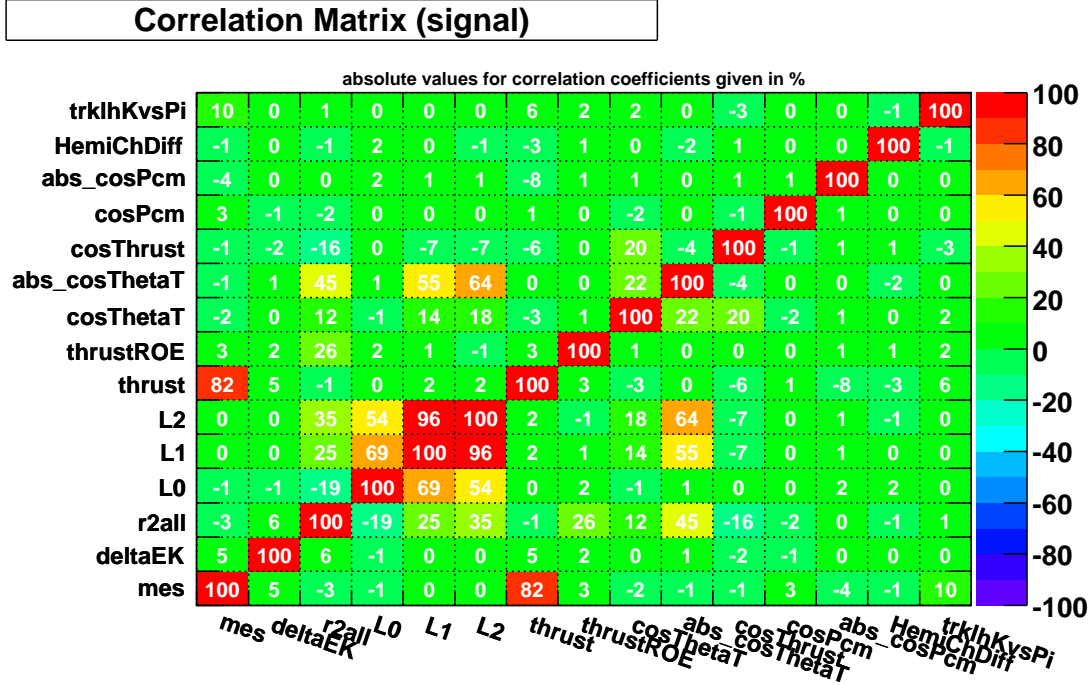


FIGURE 6.6 – Matrices de corrélation pour le signal (figure du haut) et pour le continuum (figure du bas), pour le mode  $B \rightarrow D^{*0}K$ ,  $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$ .

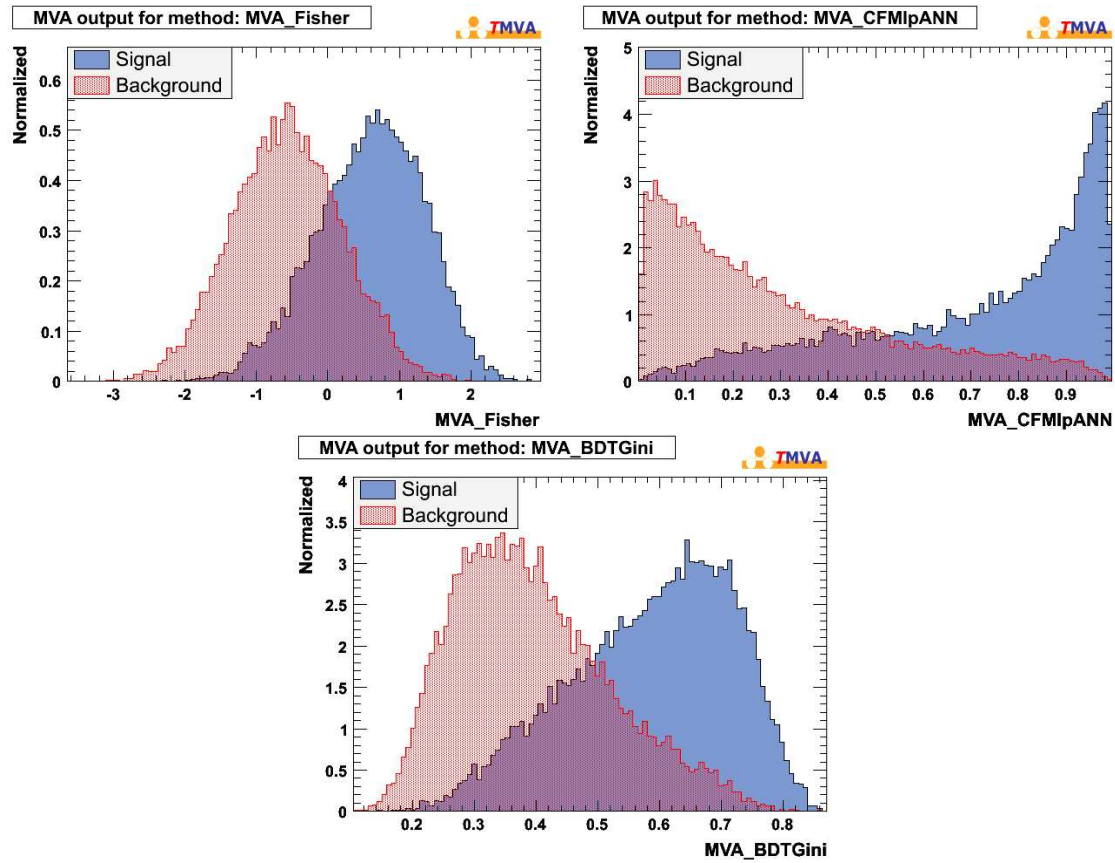


FIGURE 6.7 – Distributions du discriminant de Fisher, du réseau de neurones et de l’arbre décisionnel boosté, pour le signal (en bleu) et pour le continuum (en rouge), pour le mode  $B \rightarrow D^{*0}K$ ,  $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$ . Les trois outils multivariables ont été entraînés sur 10000 événements. Les résultats sont montrés pour un échantillon de 10000 événements, disjoint de celui utilisé pour l’entraînement.

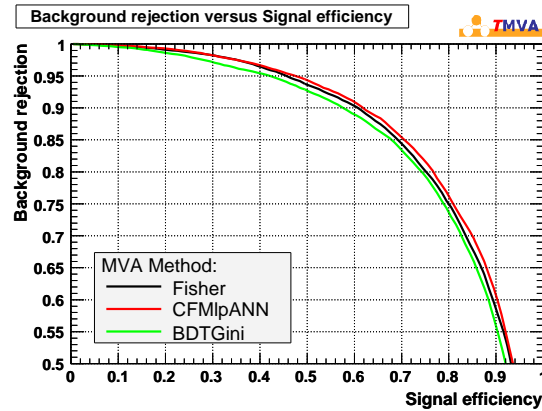


FIGURE 6.8 – Suppression du bruit en fonction de l’efficacité de sélection du signal pour le discriminant de Fisher (courbe noire), le réseau de neurones (courbe rouge) et l’arbre décisionnel (courbe verte).

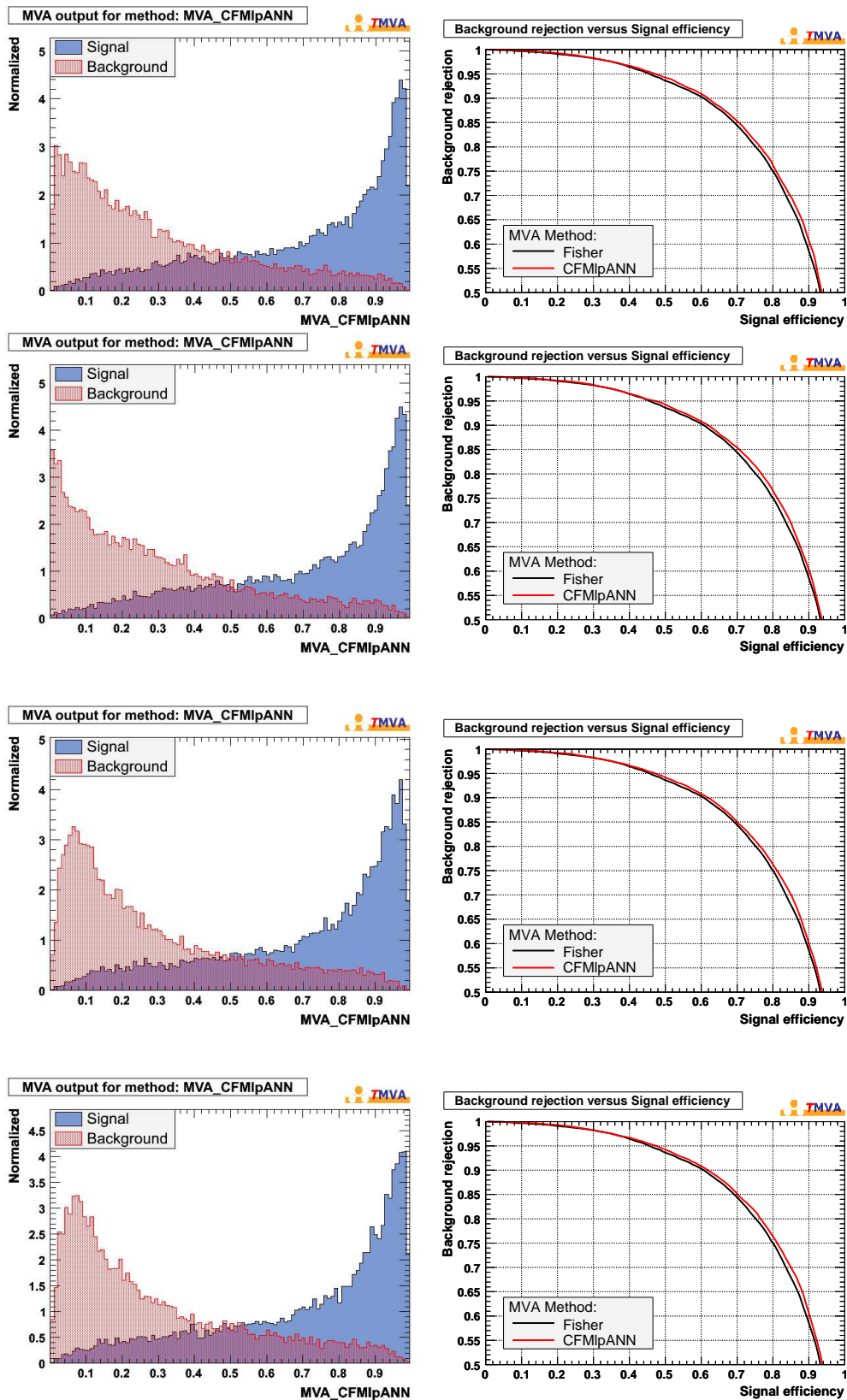


FIGURE 6.9 – Distribution (à gauche) et performance (à droite) de différentes configurations du réseau de neurones (courbes rouge). Du haut vers le bas, les configurations sont : 6 : 4 : 4 : 2, 6 : 5 : 5 : 2, 6 : 7 : 7 : 2, 6 : 8 : 8 : 2 (voir texte pour l'explication de cette désignation). La courbe noire présente le discriminant de Fisher, qui ne change pas en fonction des configurations du réseau de neurone, et qui sert donc de point de comparaison entre les différentes configurations du réseau de neurones.

## 6.3 Optimisation de la sélection sur le Monte Carlo

Dans la partie précédente, nous avons construit et optimisé un outil multivariable<sup>8</sup> permettant, par l'emploi d'une coupe, de supprimer une partie importante du continuum. Pour autant, cette coupe ne permet pas de supprimer le bruit de fond générique que l'on ne peut pas distinguer du signal à partir de la forme de l'événement. Par conséquent, on utilise un ensemble de coupes sur d'autres observables, afin de rejeter les candidats ayant une forte probabilité d'avoir été mal reconstruits. Cette sélection vise à obtenir une pureté de signal et une efficacité maximales, tout en minimisant la quantité de bruit de fond. Autrement dit, la sélection a pour but de trouver l'ensemble des valeurs de coupes à appliquer qui maximisent la sensibilité  $s$  [119], définie par :

$$s = \frac{S}{\sqrt{S+B+1}} \quad (6.16)$$

où  $S$  et  $B$  représentent respectivement le nombre d'événements de signal et de bruit après application des coupes. La valeur  $\sqrt{S+B+1}$  est une approximation symétrisée de l'incertitude d'une loi de Poisson (la présence du 1 permettant de plus au programme d'optimisation de ne pas se bloquer en  $S=B=0$ ).

### 6.3.1 Principe

Notons  $\vec{x}$  l'ensemble des variables sur lesquelles on applique un ensemble de  $n$  coupes  $\lambda_i$  désignées par le vecteur  $n$ -dimensionnel  $\vec{\lambda}$ . Considérons par ailleurs un ensemble d'événements de signal et bruit, et notons respectivement  $S(\vec{\lambda})$  et  $B(\vec{\lambda})$  le nombre d'événements de ces échantillons qui survit à la sélection par la coupe  $\vec{\lambda}$ .

A chaque coupe  $\vec{\lambda}$  correspond un point  $P(\vec{\lambda})$  dans le plan  $(S, B)$ . La variation de l'une des coupes  $\lambda_i$  déplace le point  $P(\vec{\lambda})$  le long d'une courbe dans le plan  $(S, B)$ , comme représenté sur la figure 6.10. En faisant varier une à une chacune des coupes  $\lambda_i$ , on obtient un faisceau de courbes. Lorsque toutes les coupes peuvent varier en même temps,  $P(\vec{\lambda})$  peut se déplacer dans une région du plan, délimitée par la courbe optimale  $O$  qui est l'ensemble des minima de  $B$  à  $S$  fixé ou, de façon équivalente, l'ensemble des maxima de  $S$  à  $B$  fixé. L'optimisation de la sélection vise donc à déterminer  $O$  et à choisir  $\lambda$  de sorte à avoir  $S(\lambda), B(\lambda)$  sur  $O$  et  $s$  maximal.

### 6.3.2 Algorithme

L'outil que nous utilisons pour notre optimisation a été développé, validé et utilisé dans la référence [120]. Nous expliquons son principe dans ce qui suit.

Plutôt que de travailler à efficacité fixée et de déterminer la courbe optimale  $O$  point par point en faisant varier la position des  $\lambda_i$  et en minimisant  $B(\lambda)$ , nous cherchons directement le point optimum en maximisant  $s(\vec{\lambda})$ . On procède en deux étapes :

- étape 1 : on se place dans l'hyper-espace défini par l'ensemble des observables de la sélection, et l'on définit un point de départ  $D$  dans cet espace. On génère<sup>9</sup> une distribution gaussienne de valeurs d'observable centrée sur  $D$  : chacune de ces valeurs définit une valeur de coupe pour l'observable considérée. On cherche alors le point  $D'$  ayant la plus grande valeur de  $s(\vec{\lambda})$ . On prend ce point comme nouvelle valeur de départ et l'on effectue une nouvelle génération de coupes. On réitère ce processus jusqu'à obtenir la stabilité : on considère alors que la gaussienne est à peu près centrée autour de l'optimum ;
- étape 2 : on divise la largeur de la gaussienne par deux, on recommence l'étape 1, et l'on poursuit jusqu'à ce que la largeur de la gaussienne soit suffisamment petite pour que  $s(\lambda)$  n'augmente plus.

On s'assure que l'optimum trouvé est satisfaisant en faisant varier le nombre de points générés dans l'étape 1.

---

<sup>8</sup>Deux en fait : le discriminant de Fisher, et le réseau de neurone, la décision ayant été repoussée à cette section pour effectuer le choix entre ces deux outils.

<sup>9</sup>On génère  $10^4$  valeurs.

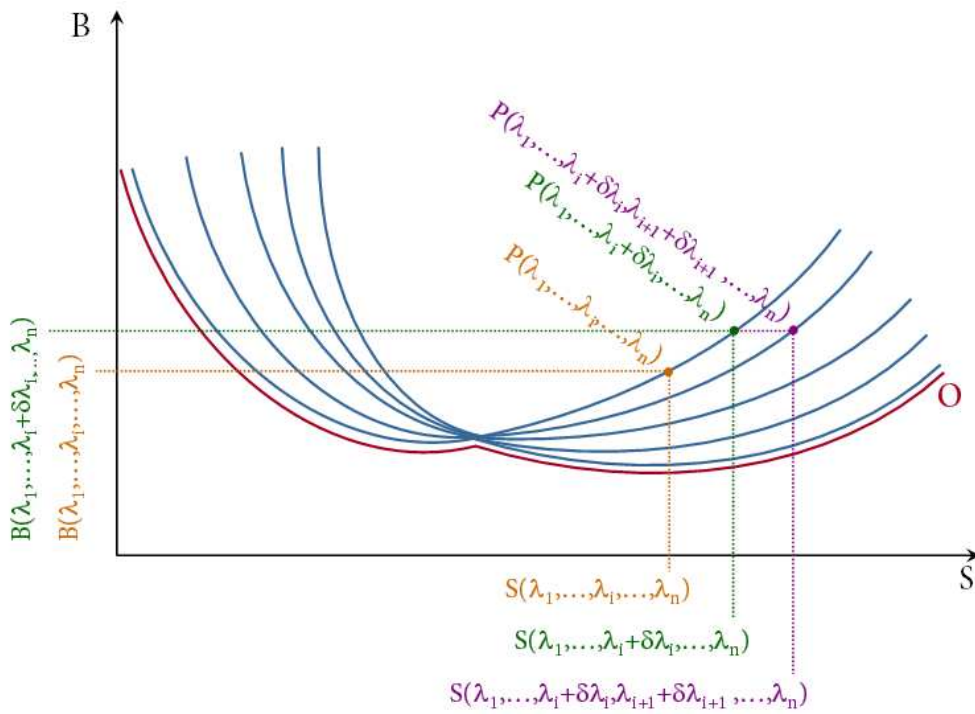


FIGURE 6.10 – Illustration du concept de la courbe d'optimum  $O$ , obtenue en faisant varier les coupes une à une.

### 6.3.3 Choix des variables et vérification de l'utilité des coupes

Afin d'utiliser un maximum d'information et d'atteindre la meilleure suppression de bruit possible, nous sommes amenés à considérer un très grand nombre de variables. Pourtant, toutes n'offrent pas un grand pouvoir discriminant. Ainsi, nous utilisons la méthode des multiplicateurs de Lagrange qui permet :

- d'éliminer les variables inutiles ;
- de trouver des variables non incluses dans la sélection et qui pourtant amélioreraient la sensibilité.

Considérons un point  $Q$  du plan  $(S, B)$  appartenant à la courbe optimale.  $Q$  est un minimum de  $B$  à  $S = S_0$  donné donc, d'après le théorème des multiplicateurs de Lagrange :

$$\vec{\nabla}(B - \mu(S - S_0)) = 0 \quad (6.17)$$

soit, puisque  $S_0$  est constant :

$$\vec{\nabla}B - \mu\vec{\nabla}S = 0 \quad (6.18)$$

donc :

$$\frac{(\frac{\partial S}{\partial x})_{x=\lambda_i}}{(\frac{\partial B}{\partial x})_{x=\lambda_i}} = \mu; \forall i \in [1, \dots, n] \quad (6.19)$$

où  $\lambda_i$  est la coupe relative à la variable  $x$ . Ceci montre que le rapport du spectre signal sur bruit est une constante à la position des coupes, égale à  $\mu$ . Ainsi, une coupe est utile et bien placée si le rapport signal sur bruit est supérieur à  $\mu$  pour les valeurs de  $x$  qui passent les coupes, et inférieur sinon. Par ailleurs, une variable oubliée aurait une partie spectre qui passerait en dessous de la valeur  $\mu$ , et une autre partie qui passerait au dessus.

### 6.3.4 Résultats de l'optimisation

#### Optimisation par canal

Les rapports d'embranchement des canaux  $B \rightarrow D^*K$  sont environ un ordre de grandeur plus faibles que ceux des modes  $B \rightarrow D^*\pi$ . C'est donc la sensibilité au signal  $D^*K$  qui détermine la

Nom de la variable	Description de la variable
$m_{ES}$	masse substituée du candidat $B$
$\Delta E_K$	$\Delta E$ avec hypothèse $K$ pour la trace rapide
$m_{D^0}$	masse non contrainte du $D^0$
$\Delta m \equiv m_{D^{*0}} - m_{D^0}$	différence de masse entre le $D^{*0}$ et le $D^0$
$K_{id}$	sélecteur de kaon pour la trace rapide
$\mathcal{F}$	discriminant de Fisher
$m_{K_S^0}$	masse non contrainte du $K_S^0$
$s_{K_S^0}$	signifiance de la distance de vol du $K_S^0$ à partir du point d'interaction
$m_\omega$	masse non contrainte du $\omega$
$m_{\pi^0}$	masse non contrainte du $\pi^0$ (issu du $D^0$ dans le mode $K_S^0\pi^0$ )
$ \cos(\theta_\omega) $	Valeur absolue du cosinus de l'angle entre la normale au plan de désintégration du $\pi^0$ et la direction du $D^0$ dans le référentiel du $\omega$ .
$m_\phi$	masse non contrainte du $\phi$
$h_{1,id}$	sélecteur de $K$ ou de $\pi$ , selon le cas, pour la trace $h_1$ , pour les modes $D^0 \rightarrow h_1 h_2$
$h_{2,id}$	sélecteur de $K$ ou de $\pi$ selon le cas, pour la trace $h_2$ , pour les modes $D^0 \rightarrow h_1 h_2$

TABLEAU 6.2 – Variables utilisées dans la sélection optimisée.

Nom de la variable	Description de la variable
$\cos(\theta_{D^{*0}})$	angle d'hélicité du $D^{*0}$
$\cos(\theta_{D^0})$	angle d'hélicité du $D^0$
$\cos(\theta_{K_S^0})$	angle d'hélicité du $K_S^0$
$\cos(\theta_\phi)$	angle d'hélicité du $\phi$
$\cos(\theta_{Flight0.1mmK_S^0})$	angle entre l'impulsion du $K_S^0$ et sa ligne de vol
$m_{\pi^0}$	Coupe additionnelle sur la masse du $\pi^0$ de $D^{*0} \rightarrow D^0\pi^0$ . (coupe actuelle à $m_{\pi^0} \in [0, 115; 0, 150]$ GeV/ $c^2$ )
$\cos(\theta_\gamma)$	angle du $\gamma$ issu du $D^{*0}$ dans le référentiel du laboratoire (afin d'éliminer la limite de la zone avant de l'EMC.)
$NN$	réseau de neurones : performances similaires au discriminant de Fisher.

TABLEAU 6.3 – Quelques une des variables non utilisées dans la sélection optimisée.

performance de l'analyse : nous avons par conséquent optimisé les coupes pour maximiser la sensibilité de ces modes. Les variables jugées utiles à la sélection sont regroupées dans le tableau 6.2. Le tableau 6.3 liste celles qui ont été considérées mais qui, faute d'améliorer la sensibilité, ont été abandonnées.

Le programme d'optimisation ayant du mal à gérer la variable de signifiance  $s_{K_S^0}$  de la longueur de vol du  $K_S^0$  et les entiers tels que les sélecteurs de particules, nous avons déterminé les coupes sur ces variables en utilisant la propriété de la valeur du rapport signal sur bruit évoquée dans la section 6.3.3. Nous avons choisi :

- $s_{K_S^0} > 2$  ;
- la trace rapide doit passer le sélecteur de kaons **KLHVeryTight** ;
- pour les filles du  $D$  dans les canaux  $K\pi$ ,  $KK$ ,  $\pi\pi$ , on requiert **KLHNotPion** pour les kaons et **piLHVeryLoose** pour les pions.

Par ailleurs, nous demandons que les candidats  $B$  aient une probabilité du  $\chi^2$  du vertex non nulle afin d'éliminer les candidats vraiment mal reconstruits. Les valeurs des coupes sur les autres variables sont résumées dans le tableau 6.4. Pour faciliter la comparaison entre les modes, ils sont également représentés graphiquement sur la figure 6.11.

L'utilisation de discriminant de Fisher ou du réseau de neurone donne des performances similaires. Par conséquent, nous choisissons le discriminant de Fisher, qui est un outil plus simple et plus transparent (voir tableau 6.1). La coupe en  $m_{ES}$  est assez stable en fonction des canaux considérés, avec quelques variations pour la valeur inférieure de la coupe pour les canaux à faible statistique. Les coupes sur les masses des filles du  $D^0$  pour les modes  $CP$  impairs sont également stables. En revanche, la valeur des coupes en  $\Delta E$ ,  $\Delta m$ ,  $m_{D^0}$ ,  $\mathcal{F}$  et  $|\cos\theta_\omega|$  dépendent fortement du canal



considéré, que ce soit du point de vue du mode de reconstruction du  $D^*$  ou celui du  $D^0$ . Pour cette raison, aucune coupe commune n'est définie : pour toute la suite de l'analyse, les coupes sont appliquées mode par mode.

TABLEAU 6.4 – Valeurs numériques des coupes.  $X$  désigne  $\phi, \pi^0$ , ou  $\omega$  selon les circonstances. Les masses sont en  $\text{GeV}/c^2$  et  $\Delta E_K$  est en  $\text{GeV}$ .

Mode	$m_{\text{ES}}$	$\Delta E_K$	$m_{D^0}$	$\Delta m$	$m_{K_S^0}$	$m_X$	$ \cos(\theta_\omega) $	Fisher
$(K\pi)\pi^0$	5,2726 – 5,2852	-0,094 – 0,046	1,835 – 1,889	< 0,166	–	–	–	-0,756 <
$(K\pi)\gamma$	5,2739 – 5,2844	-0,031 – 0,030	1,838 – 1,884	0,117 – 0,162	–	–	–	-0,561 <
$(KK)\pi^0$	5,2732 – 5,2854	-0,073 – 0,048	1,843 – 1,879	< 0,163	–	–	–	-0,939 <
$(KK)\gamma$	5,2738 – 5,2842	-0,030 – 0,038	1,844 – 1,884	0,122 – 0,158	–	–	–	-0,308 <
$(\pi\pi)\pi^0$	5,2732 – 5,2840	-0,061 – 0,030	1,845 – 1,875	< 0,145	–	–	–	-0,206 <
$(\pi\pi)\gamma$	5,2759 – 5,2838	-0,020 – 0,028	1,852 – 1,878	0,126 – 0,151	–	–	–	0,042 <
$(K_S^0\pi^0)\pi^0$	5,2719 – 5,2850	-0,072 – 0,065	1,822 – 1,899	< 0,165	0,485 – 0,511	0,117 – 0,149	–	0,011 <
$(K_S^0\pi^0)\gamma$	5,2738 – 5,2847	-0,033 – 0,043	1,828 – 1,903	0,119 – 0,157	0,488 – 0,504	0,118 – 0,148	–	0,119 <
$(K_S^0\phi)\pi^0$	5,2706 – 5,2842	-0,083 – 0,050	1,850 – 1,889	< 0,163	0,485 – 0,505	1,012 – 1,037	–	-0,587 <
$(K_S^0\phi)\gamma$	5,2721 – 5,2868	-0,029 – 0,038	1,845 – 1,880	0,123 – 0,159	0,488 – 0,511	1,007 – 1,041	–	-0,961 <
$(K_S^0\omega)\pi^0$	5,2733 – 5,2845	-0,043 – 0,038	1,832 – 1,881	< 0,148	0,491 – 0,512	0,751 – 0,807	0,255 <	-0,523 <
$(K_S^0\omega)\gamma$	5,2747 – 5,2838	-0,040 – 0,035	1,846 – 1,889	0,120 – 0,152	0,488 – 0,507	0,755 – 0,802	0,410 <	-0,248 <

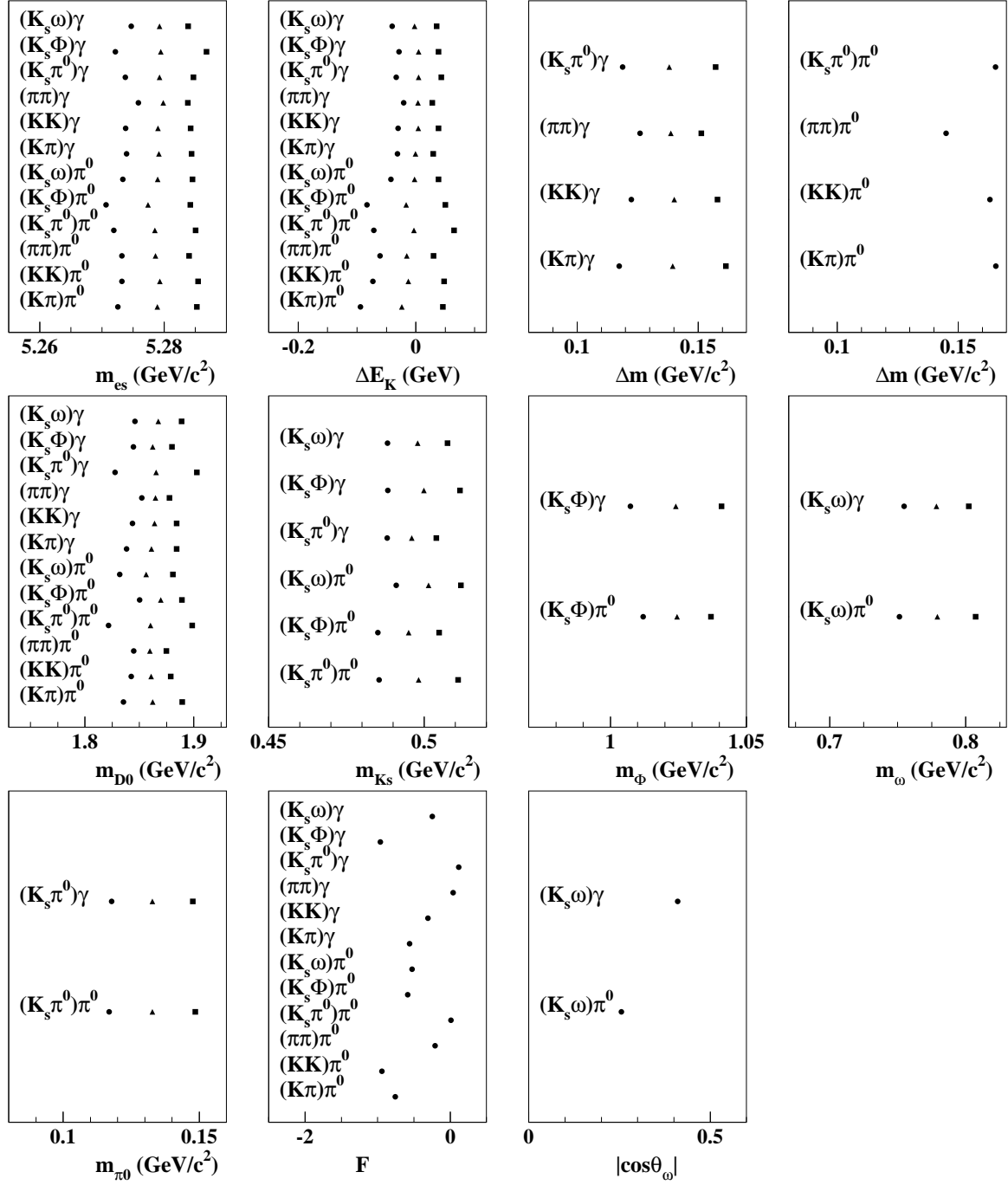


FIGURE 6.11 – Coupes issues de l'optimisation pour différentes variables (cercle=coupe inférieure, carré=coupe supérieure, triangle=valeur centrale). Les coupes pour  $\Delta m$  pour les modes  $D^0\pi^0$  et  $D^{*0}\gamma$  sont données séparément.

TABLEAU 6.5 – Résumé de l’optimisation de la sélection mode par mode.  $N_{Gen}$  et  $N_{Rec}$  sont respectivement les nombres d’événements Monte Carlo de signal générés et reconstruits, et  $\epsilon$  est l’efficacité.  $S$  et  $B$  sont les nombres d’événements de signal et de bruit après optimisation, et  $s$  est la sensibilité.

		$N_{Gen}$	$N_{Rec}$	$\epsilon(\%)$	$S$	$B$	$s$
$D^* \rightarrow D^0 \pi^0$	$K\pi$	271000	54488	$20,11 \pm 0,08$	715,1	465,9	20,80
	$KK$	271000	49342	$18,21 \pm 0,07$	66,4	40,7	6,39
	$\pi\pi$	271000	34437	$12,71 \pm 0,06$	16,4	5,9	3,40
	$K_S^0 \pi^0$	175000	13960	$7,98 \pm 0,06$	59,3	28,2	6,30
	$K_S^0 \phi$	175000	15709	$8,98 \pm 0,07$	13,5	3,8	3,15
	$K_S^0 \omega$	100000	3577	$3,58 \pm 0,06$	24,0	12,2	3,94
		$N_{Gen}$	$N_{Rec}$	$\epsilon(\%)$	$S$	$B$	$s$
$D^* \rightarrow D^0 \gamma$	$K\pi$	271000	54736	$20,20 \pm 0,08$	442,2	298,0	16,24
	$KK$	175000	31195	$17,83 \pm 0,09$	39,9	28,3	4,80
	$\pi\pi$	198000	22249	$11,24 \pm 0,07$	8,9	3,4	2,44
	$K_S^0 \pi^0$	175000	13227	$7,56 \pm 0,06$	34,6	9,6	5,15
	$K_S^0 \phi$	175000	18339	$10,48 \pm 0,07$	9,7	2,9	2,62
	$K_S^0 \omega$	175000	5944	$3,40 \pm 0,04$	13,8	12,6	2,64

## Performances

Les performances de l’optimisation de la sélection en terme de sensibilité sont résumées dans le tableau 6.5. Une incertitude statistique est inhérente à la valeur des coupes. Elle provient :

- du nombre limité de pas dans l’algorithme d’optimisation (section 6.3.2) ;
- de la limitation du nombre d’événements dans les échantillons Monte Carlo utilisés.

La première contribution a été estimée en faisant varier le nombre de pas dans l’algorithme. L’effet est en fait négligeable, car il affecte la sensibilité à seulement  $10^{-3} - 10^{-4}$ . La limitation statistique des échantillons Monte Carlo n’est pertinente que pour le bruit de fond. En effet, nous utilisons des échantillons exclusifs pour le signal, qui correspondent à une luminosité bien supérieure à celle du bruit de fond et à celle des données. En revanche, pour le bruit, le nombre d’événements survivant à la sélection est plus petit, et la sensibilité obtenue pour le bruit ne devra pas être comparée à celle obtenue sur les données.

## Sélection du meilleur candidat $B$

La sélection permet de réduire significativement le nombre d’événements de bruit de fond. Néanmoins, comme nous le montrons dans le tableau 6.6, une forte proportion d’événements possède plusieurs candidats  $B$  reconstruits passant les coupes. Cette multiplicité provient d’un effet de combinatoire, par exemple au niveau de la reconstruction des  $\pi^0$  où plusieurs candidats peuvent être formés à partir des nombreux photons détectés dans un événement, ou au niveau de la trace rapide, pour laquelle un mauvais  $K$  ou  $\pi$  peut être utilisé.

Afin de ne conserver qu’un seul candidat  $B$  par événement, certaines analyses de *BABAR* choisissent le candidat  $B$  au hasard. Ici, nous utilisons un algorithme qui choisit le meilleur candidat comme étant celui qui possède la plus grande probabilité  $p_B$  du  $\chi^2$  du vertex de désintégration du  $B$  (obtenu lors de l’ajustement des moindres carrés effectué pour former les candidats  $B$ ), voir section 5.4.9), appelée probabilité du  $B$  dans ce qui suit. Cette variable ne présente pas de corrélation avec  $\Delta E_K$  comme le montre la figure 6.12. L’efficacité de cet algorithme est évaluée en comptant quelle fraction des candidats ainsi sélectionnés correspond au vrai candidat  $B$  généré. Cette efficacité est comprise entre 60% et 70% pour les modes  $D^0 \pi^0$ , et entre 70% et 80% pour les modes  $D^0 \gamma$ , ce qui est satisfaisant (voir tableau 6.7). Aucune corrélation significative entre la probabilité du  $B$  et  $\delta E_K$  n’est observée (voir figure 6.12). Nous n’appliquons aucune priorité entre les modes, l’étude de la section 6.4 montrant l’inutilité de l’emploi d’un veto.

TABLEAU 6.6 – Multiplicité des candidats par événement après l'application des coupes optimisées.

$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$	Mode	$uds$	$c\bar{c}$	$B^+ B^-$	$B^0 \bar{B}^0$	$D^* K$	$D^* \pi$
	$K\pi$	1,25	1,33	1,41	1,40	1,59	1,60
	$\pi\pi$	1,17	1,07	1,20	1,20	1,26	1,25
	$KK$	1,17	1,41	1,40	1,39	1,58	1,58
	$K_S^0 \pi^0$	1,43	1,33	1,44	1,39	1,62	1,62
	$K_S^0 \omega$	1,41	1,31	1,60	1,55	1,55	1,60
	$K_S^0 \phi$	1,25	1,29	1,47	1,48	1,66	1,66
$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$	Mode	$uds$	$c\bar{c}$	$B^+ B^-$	$B^0 \bar{B}^0$	$D^* K$	$D^* \pi$
	$K\pi$	1,09	1,1	1,15	1,15	1,21	1,21
	$\pi\pi$	1,06	1,00	1,09	1,07	1,09	1,09
	$KK$	1,11	1,08	1,11	1,12	1,17	1,16
	$K_S^0 \pi^0$	1,07	1,17	1,16	1,17	1,21	1,21
	$K_S^0 \omega$	1,03	1,03	1,20	1,21	1,24	1,24
	$K_S^0 \phi$	1,18	1,04	1,15	1,19	1,25	1,25

TABLEAU 6.7 – Taux d'identification correcte du candidat  $B$  par l'algorithme de sélection du meilleur candidat pour les événements  $D^*(D^0 \pi^0)K$  (colonne centrale) et  $D^*(D^0 \pi^0)K$  (colonne de droite), déterminés sur des événements Monte Carlo de signal.

Mode	Taux d'identification correcte (%) (Modes $D^0 \pi^0$ )	Taux d'identification correcte % (Modes $D^0 \gamma$ )
$K\pi$	63, 2	77, 7
$\pi\pi$	72, 3	81, 0
$KK$	65, 0	80, 6
$K_S^0 \pi^0$	62, 9	78, 0
$K_S^0 \omega$	56, 5	68, 5
$K_S^0 \phi$	60, 4	76, 4

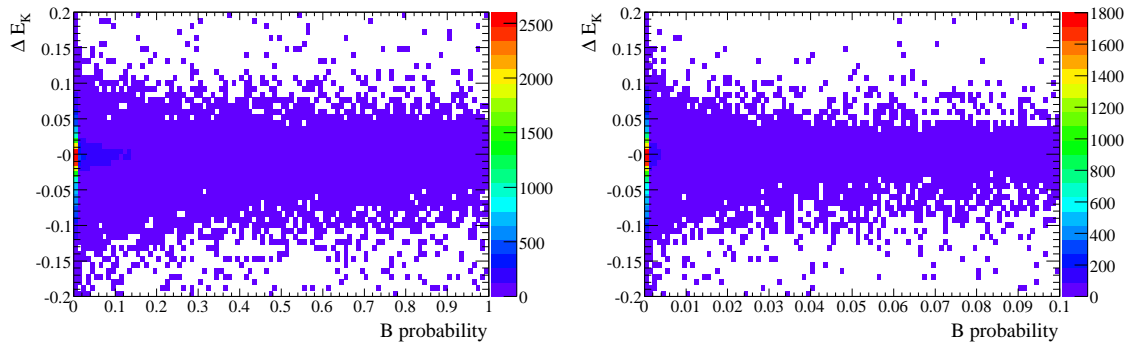


FIGURE 6.12 – Distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) en fonction de la probabilité du candidat  $B$  (à gauche), et zoom dans la région de probabilité  $[0 - 0,1]$  (à droite), pour le mode  $D^* K(D^0 \pi^0)$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$ .

## 6.4 Composition du bruit après la sélection optimisée

La sélection optimisée a permis de rejeter une grande partie du bruit de fond. Dans cette partie, nous présentons l'étude du bruit de fond résiduel après application de ces coupes optimisées et sélection du meilleur candidat. Dans un premier temps, nous donnons la composition du bruit en continuum et en générique. Dans un deuxième temps, nous identifions les principales sources de bruit de fond  $B^+B^-$ . Enfin nous présentons l'analyse du feed-across (pollution entre les canaux reconstruits).

### 6.4.1 Composition du bruit résiduel

La composition du bruit de fond en continuum et en générique est déterminée à partir des échantillons Monte Carlo. Afin de raisonner sur des échantillons aussi proches que possible de ceux utilisés dans l'ajustement, nous appliquons toutes les coupes optimisées, sauf celle sur  $\Delta E_K$  qui est une variable que l'on anticipe d'utiliser dans l'ajustement (chapitre 7). Les différentes fractions des composantes de bruit pour les différents modes étudiés sont données dans le tableau 6.8.

TABLEAU 6.8 – Composition du bruit (en pourcentage du bruit de fond  $B^+B^-$  total pour le mode considéré) pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^0 \rightarrow X_1X_2$ .

Mode du $D^0$	$D^*K (D^0\pi^0)$				$D^*\pi (D^0\pi^0)$			
	$uds$	$c\bar{c}$	$B^0\bar{B}^0$	$B^+B^-$	$uds$	$c\bar{c}$	$B^0\bar{B}^0$	$B^+B^-$
$K\pi$	7,6	30,1	11,9	50,4	4,6	6,2	22,6	66,6
$\pi\pi$	14,3	17,1	13,3	55,3	25,4	4,6	13,5	56,5
$KK$	13,0	24,7	13,6	48,7	6,6	10,0	20,0	63,4
$K_s^0\pi^0$	15,7	29,3	10,3	44,7	5,0	8,2	23,5	63,3
$K_s^0\omega$	18,5	33,9	12,1	35,5	6,2	12,0	29,3	52,5
$K_s^0\phi$	0,1	39,0	20,3	40,6	2,0	6,0	23,8	68,2

TABLEAU 6.9 – Composition du bruit (en pourcentage du bruit de fond  $B^+B^-$  total pour le mode considéré) pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0\gamma$ ,  $D^0 \rightarrow X_1X_2$ .

Mode du $D^0$	$D^*K (D^0\gamma)$				$D^*\pi (D^0\gamma)$			
	$uds$	$c\bar{c}$	$B^0\bar{B}^0$	$B^+B^-$	$uds$	$c\bar{c}$	$B^0\bar{B}^0$	$B^+B^-$
$K\pi$	9,1	23,8	10,4	56,6	4,5	4,4	17,9	73,2
$\pi\pi$	15,5	14,7	9,5	60,2	22,4	4,9	15,4	57,3
$KK$	18,1	18,7	10,2	53,0	5,1	4,5	17,3	73,1
$K_s^0\pi^0$	16,3	24,4	10,3	49,1	4,9	4,8	19,5	70,9
$K_s^0\omega$	15,8	37,1	14,0	33,1	6,6	7,9	28,4	57,1
$K_s^0\phi$	9,9	30,8	12,9	46,3	2,1	4,4	20,6	72,8

La source de bruit de fond résiduelle dominante provient du générique  $B^+B^-$ , qui constitue en général plus 50% du bruit total. Ceci est normal, car les événements provenant de  $B^+B^-$  sont ceux qui ressemblent le plus au signal : en particulier, le bruit  $B^+B^-$  contient tout le feed-across. La contribution du  $B^0\bar{B}^0$  est moins importante, entre 10% et 20%. Le bruit de fond provenant du continuum de quarks légers  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$  est assez faible, en deçà ou de l'ordre de 15% pour la plupart des modes. Le bruit de fond de  $c\bar{c}$  est plus important que le reste du continuum, d'une part du fait que la masse du quark  $c$  est plus élevée, ce qui produit des événements plus semblables à ceux du  $B$  que les événements issus de l'hadronisation de paires de quarks légers, et d'autre part parce que des vrais  $D$  sont produits.

Les modes  $D^*K$  ont une fraction plus importante de continuum (par rapport au générique) que les modes  $D^*\pi$ . Par exemple, la fraction de  $c\bar{c}$  est de l'ordre de 20 – 30% alors qu'elle n'est que de 5 – 10% pour les modes  $D^*\pi$ . Par conséquent, la fraction de  $B^+B^-$  suit la tendance opposée, représentant typiquement 40 – 55% pour  $D^*K$  et plutôt 60 – 70% pour le  $D^*\pi$ . Ceci provient du fait que :

- tout d’abord, le continuum est rejeté principalement avec le discriminant de Fisher. Ce type de bruit n’a pas de raison d’être différent pour  $D^*K$  et  $D^*\pi$  qui sont des modes très similaires, il est donc rejeté aussi efficacement pour le signal  $K$  que pour le signal  $\pi$  ;
- en revanche, le générique contenant un  $\pi$  est plus abondant que celui contenant  $K$ .

La répartition de ces bruits de fond en fonction de  $\Delta E_K$  est donnée figure 6.13 pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^0 \rightarrow X_1X_2$  et figure 6.14 pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0\gamma$ ,  $D^0 \rightarrow X_1X_2$ . La pollution des modes  $D^*\pi$  dans la reconstruction des modes  $D^*K$  est clairement visible par le pic situé à 0,05 GeV. La pollution contraire, c’est à dire des modes  $D^*K$  dans les modes  $D^*\pi$  n’est pas visible, du fait de la différence de rapport d’embranchement : les autres sources de bruit  $D^*\pi$  (comme le feed-across) sont beaucoup plus importantes.

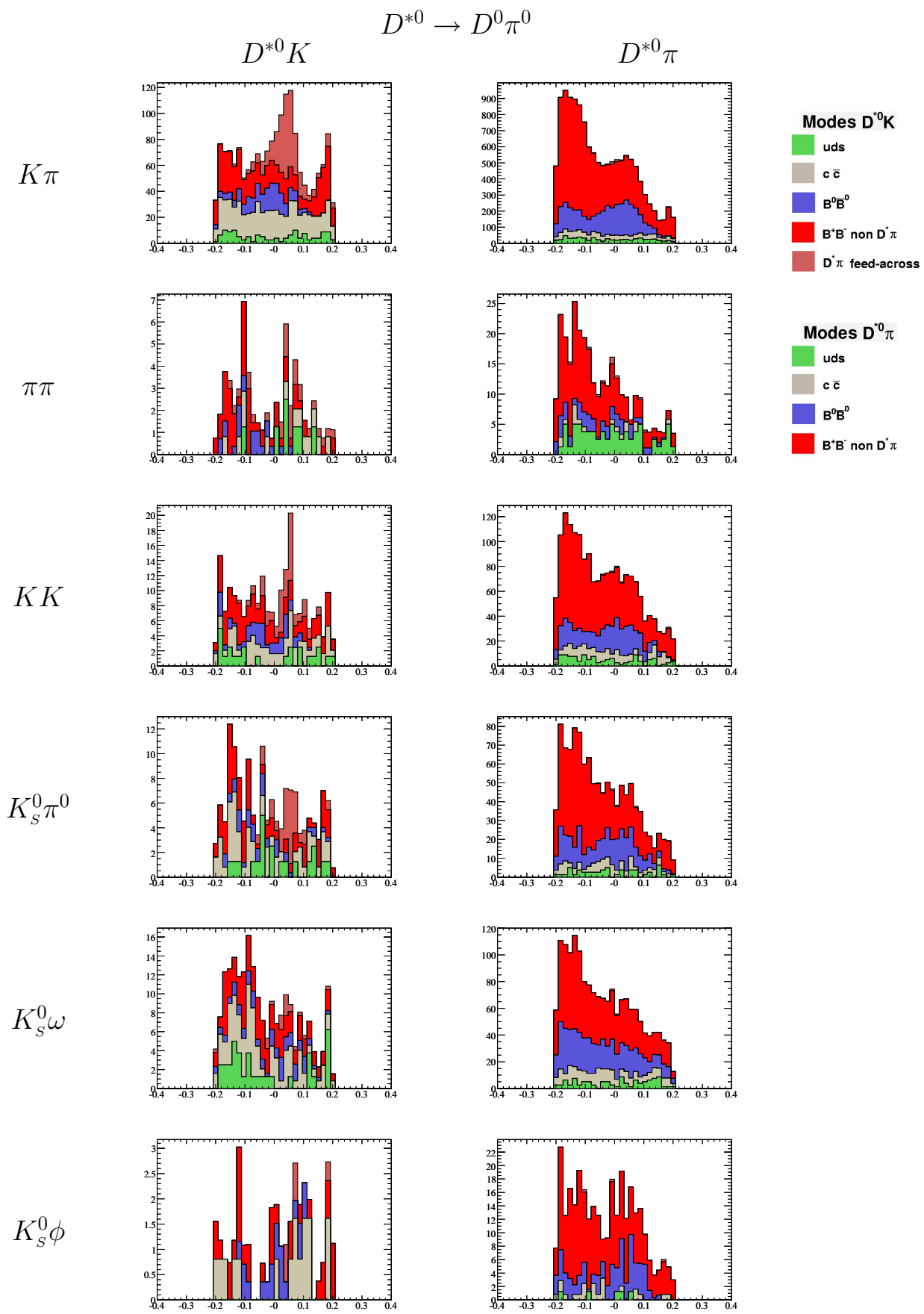


FIGURE 6.13 – Distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) pour les différentes composantes de bruit de fond des modes  $B^\pm \rightarrow D^* h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0 \pi^0$ , après la sélection optimisée, et avec la coupe en  $\Delta E_K$  relâchée. (Colonne de gauche :  $D^{*0} K$ , colonne de droite :  $D^{*0} \pi$ , avec, du haut vers le bas, les modes respectifs :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ ).



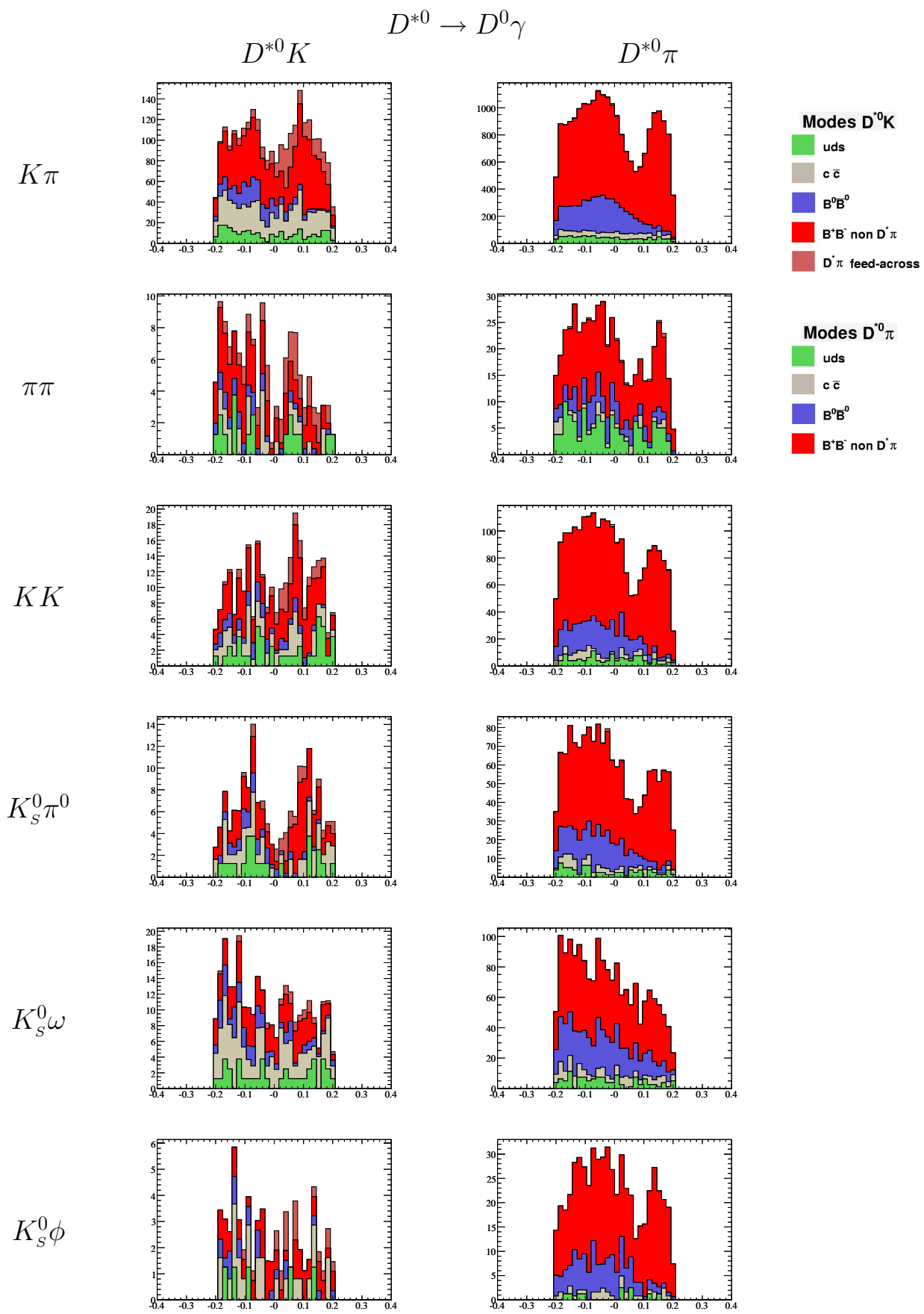


FIGURE 6.14 – Distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) pour les différentes composantes de bruit de fond des modes  $B^\pm \rightarrow D^* h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0 \gamma$ , après la sélection optimisée, et avec la coupe en  $\Delta E_K$  relâchée. (Colonne de gauche :  $D^{*0}K$ , colonne de droite :  $D^{*0}\pi$ , avec, du haut vers le bas, les modes respectifs :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ ).

### 6.4.2 Composition du bruit $B^+B^-$

Nous avons évalué les différentes sources de bruit de fond  $B^+B^-$  passant la sélection optimisée à partir du Monte Carlo générique. Elles sont classées en fonction du nombre de filles du  $B$  : bruit de fond à deux corps, trois corps, et quatre corps et plus. Les résultats sont rassemblés dans les tableaux 6.10 et 6.11.

TABLEAU 6.10 – Types de désintégrations mises en jeu dans le bruit  $B^+B^-$  (en pourcentage du bruit de fond total pour le mode considéré) pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0\pi^0$ ,  $D^0 \rightarrow X_1X_2$ .

	$D^*K (D^0\pi^0)$						$D^*\pi (D^0\pi^0)$					
Type de bruit	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K_S^0\pi^0$	$K_S^0\omega$	$K_S^0\phi$	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K_S^0\pi^0$	$K_S^0\omega$	$K_S^0\phi$
2 corps	51	51	47	55	55	53	47	49	50	46	46	48
3 corps	25	29	30	25	26	25	30	29	29	29	25	30
Plus de 3 corps	24	20	23	25	24	22	23	22	21	25	29	22

TABLEAU 6.11 – Types de désintégrations mises en jeu dans le bruit  $B^+B^-$  (en pourcentage du bruit de fond total pour le mode considéré) pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0\gamma$ ,  $D^0 \rightarrow X_1X_2$ .

	$D^*K (D^0\gamma)$						$D^*\pi (D^0\gamma)$					
Type de bruit	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K_S^0\pi^0$	$K_S^0\omega$	$K_S^0\phi$	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K_S^0\pi^0$	$K_S^0\omega$	$K_S^0\phi$
2 corps	54	55	52	51	44	60	52	50	51	50	49	51
3 corps	23	35	25	23	24	22	26	30	26	25	23	26
Plus de 3 corps	23	10	23	26	32	18	22	20	23	25	28	23

La pollution est homogène entre les modes : 50% du bruit de fond total environ provient de désintégrations en deux corps, entre 25% et 30% provient de désintégrations à trois corps, le reste regroupe les désintégrations hadroniques à haute multiplicité impliquant quatre corps ou plus. Le bruit à deux corps provient à plus de 90% de désintégrations impliquant un vrai  $D^*$  ou un vrai  $D^0$ . Les six modes principaux sont  $D^{(*)0}K^\pm$ ,  $D^{(*)0}\pi^\pm$ ,  $D^{(*)0}\rho^\pm$ . Le bruit à trois corps a deux origines. D'une part, tout comme pour le bruit à deux corps, les désintégrations impliquant un vrai  $D^*$  ou un vrai  $D^0$  sont importantes, au moins de l'ordre de 50% pour le signal  $D^*K$  et 75% pour le signal  $D^*\pi$ . Les désintégrations semi-leptoniques  $B \rightarrow D^{*0}l\nu$  et  $B \rightarrow D^0l\nu$  y sont majoritaires, représentant entre 25% et 35% du bruit à trois corps pour  $B \rightarrow D^{*0}l\nu$ , et entre 5% et 10% pour  $B \rightarrow D^0l\nu$ . Les autres sources de bruit à trois corps avec un vrai  $D^{(*)0}$  sont réparties dans de nombreux canaux, tels que  $D^{(*)0}D^{*0}K^{(*)}$ ,  $D^{*0}D^{*+}K^{(*)}$ ,  $D^{(*)0}K\gamma$ ,  $D^{(*)0}\pi\gamma$ . La deuxième source de bruit à trois corps provient du bruit non charmé. Le mode le plus significatif est  $KKK$ . Il affecte les modes  $D^*K$  non  $CP$  et  $CP$  pairs, qui sont construits à partir de combinaisons de  $\pi$  et  $K$ .

TABLEAU 6.12 – Pourcentage du bruit  $KKK$  dans le bruit non charmé et dans le bruit total (pour les modes ayant une fraction de  $KKK$  supérieure à 1%).

	$D^*K (D^0\pi^0)$			$D^*K (D^0\gamma)$		
Mode	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$
% de $KKK$ dans le bruit non charmé	5	20	19	8	6	37,5
% de $KKK$ dans le bruit total	0,4	1,3	2,5	0,6	0,5	4,3

### 6.4.3 Pollution par le feed-across

L'étude de la composition du bruit a montré qu'une partie importante est attribuable au générique  $B^+B^-$ . Au sein de ce bruit, une fraction importante provient de désintégrations à deux corps impliquant un vrai  $D^{*0}$  ou un vrai  $D^0$ , qui se répartissent principalement en  $D^{(*)0}K$ ,  $D^{(*)0}\pi$  et  $D^{(*)0}\rho^\pm$ . Jusqu'à présent, nous n'avons pas distingué les états finaux des  $D^{(*)0}$  mis en jeu dans ces sources de bruit. C'est ce que nous faisons dans cette partie. Pour cela, nous introduisons le concept de feed-across : quand on étudie un mode  $X$  parmi les 24 modes  $D^*$  qui nous intéressent dans cette analyse (voir chapitre 5), on appelle feed-across les 35 autres modes de  $D^{(*)0}h$ , qui ne sont pas du signal pour le mode  $X$  étudié (23 proviennent de  $D^{*0}h$ , et 12 de  $D^0h$ , puisque l'on considère six états finaux pour le  $D$ ). La raison pour laquelle nous considérons les modes en  $D^0$  dans la définition du feed-across est à la fois historique<sup>10</sup> et due au fait que ces modes sont très similaires aux modes de cette analyse et constituent une source de bruit de fond importante.

L'étude du feed-across est particulièrement importante, car elle permet d'identifier et de quantifier les principales sources de pollution d'un mode vers un autre, et éventuellement de mettre en évidence le besoin de l'utilisation d'un veto pour supprimer une source de bruit de fond trop importante.

Tout comme dans la partie précédente, cette étude est réalisée à l'aide de simulations Monte Carlo d'événements  $B^+B^-$ . Un veto sur le mode signal considéré est appliqué, afin de ne retenir que 35 des 36 modes possibles. Les résultats obtenus pour chaque mode sont rassemblés dans la matrice de feed-across 6.15. C'est une matrice  $36 \times 36$ , avec en colonne, le mode signal reconstruit, et en ligne la contribution en % de bruit de fond total de chacun des autres modes. Afin de faciliter la lecture de la matrice, un quadrillage noir a été ajouté pour séparer les modes en différentes classes, en fonction du mode de désintégration du  $B$  ( $D^{*0}K$ ,  $D^{*0}\pi$ ,  $D^0K$ ,  $D^0\pi$ ) et, dans le cas d'un mode en  $D^*$ , du mode de désintégration de ce  $D^*$  ( $D^0\pi^0$  ou  $D^0\gamma$ ). Cette grille permet en particulier de visualiser facilement les pollutions d'une classe d'événements vers une autre, puisqu'elles sont situées sur la diagonale d'une cellule noire.

La matrice de feed-across montre que la plupart des contributions au bruit de fond sont justement situées sur les diagonales de cellules noires. Des contributions en dehors de ces diagonales sont visibles pour certains modes, comme par exemple pour  $D^0(\pi\pi)K$ , qui est fortement pollué par le mode  $D^0(K\pi)\pi$ , provenant d'un échange  $K - \pi$  au niveau de la reconstruction, comme cela avait déjà été mis en évidence dans l'analyse GLW des modes  $D^0K$  [68]. Un tel échange  $K - \pi$  n'est pas observé pour les autres modes, notamment ceux en  $D^*h$  que l'on reconstruit dans cette analyse, à l'exception du mode  $D^*(D^0\gamma)K$ ,  $D^0 \rightarrow \pi\pi$ , qui est pollué, mais à bien moindre échelle (10% du bruit total), par le mode  $D^0(K\pi)\pi$  (qui combine donc à la fois un échange  $K - \pi$  et une pollution  $D \rightarrow D^*$ ).

Une contribution importante (5% à 20% du bruit total) du feed-across pour les modes  $D^*K$  provient des canaux  $D^*\pi$  avec le même état final (identifiés sur la matrice par  $\pi \rightarrow K$  dans les deux premières colonnes), et dans une moindre mesure des canaux  $D^0$  avec le même état final et la même trace rapide (identifiés sur la matrice par  $D \rightarrow D^*$  dans les deux premières colonnes).

En revanche, pour les modes  $D^*\pi$ , la pollution provenant des modes  $D^*K$  est négligeable (du fait des rapports d'embranchement bien plus petits des modes en  $D^*K$ ). Elle provient principalement des autres modes  $D^*\pi$ , avec le même état final du  $D^0$ , mais avec l'autre mode de désintégration du  $D^*$  (identifiés sur la matrice par  $\pi^0 \rightarrow \gamma$  et  $\gamma \rightarrow \pi^0$ ). Cette pollution est également visible pour les modes  $D^*K$ , mais de manière moins significative.

Les distributions de  $\Delta E_K$  pour ces différentes sources de feed-across des modes  $D^*K$  et  $D^*\pi$  sont représentées respectivement sur les figures 6.16 et 6.17 :

- pour les modes  $D^*(D^0\pi^0)K$ , un pic est visible à  $\Delta E_K = 0,05$  GeV : il correspond à la pollution provenant du mode  $D^*\pi$  ayant le même état final. La pollution provenant de  $D^*(D^0\gamma)K$  n'est pas très importante, et s'étend sur tout le spectre. La pollution des modes  $B \rightarrow D^0h$  pique à hautes valeurs de  $\Delta E_K$ , autour de  $\Delta E_K = 0,18$  GeV. Les autres sources de feed-across sont négligeables ;
- pour les modes  $D^*(D^0\pi^0)\pi$ , la pollution par  $D^*(D^0\gamma)K$  est étendue sur la plage  $\Delta E_K \in [-0,10; 0,15]$  GeV. La pollution des modes en  $D^0$  est aussi localisée aux hautes valeurs de

<sup>10</sup>Bien que ne faisant pas partie de l'objet de cette thèse, l'analyse des modes GLW  $D^0K$  a été menée en parallèle aux modes  $D^*K$ , jusqu'à l'étape de l'ajustement, à titre de comparaison avec les modes  $D^*K$ .

$\Delta E_K$  ;

- pour les modes  $D^*(D^0\gamma)K$ , les sources de bruit de fond sont similaires à celle de  $D^*(D^0\pi^0)K$ . Néanmoins, du fait que l'on est en présence dans ce cas d'un photon et non d'un  $\pi^0$ , la position des pics visibles est décalée par rapport aux pics des composantes de feed-across de  $D^*(D^0\pi^0)K$ . La pollution par les modes  $D^*(D^0\pi^0)K$  est significative pour le mode  $K\pi$ , mais bien plus petite pour les autres modes. De même, la pollution du mode en  $D^0$  avec le même état final est significative pour les modes  $K\pi$  et  $K_S^0\pi^0$  ;
- pour les modes  $D^*(D^0\gamma)\pi$ , la pollution des modes  $D^*(D^0\pi^0)\pi$  est grande pour tous les modes, tout comme pour les modes en  $D^0$  avec le même état final.

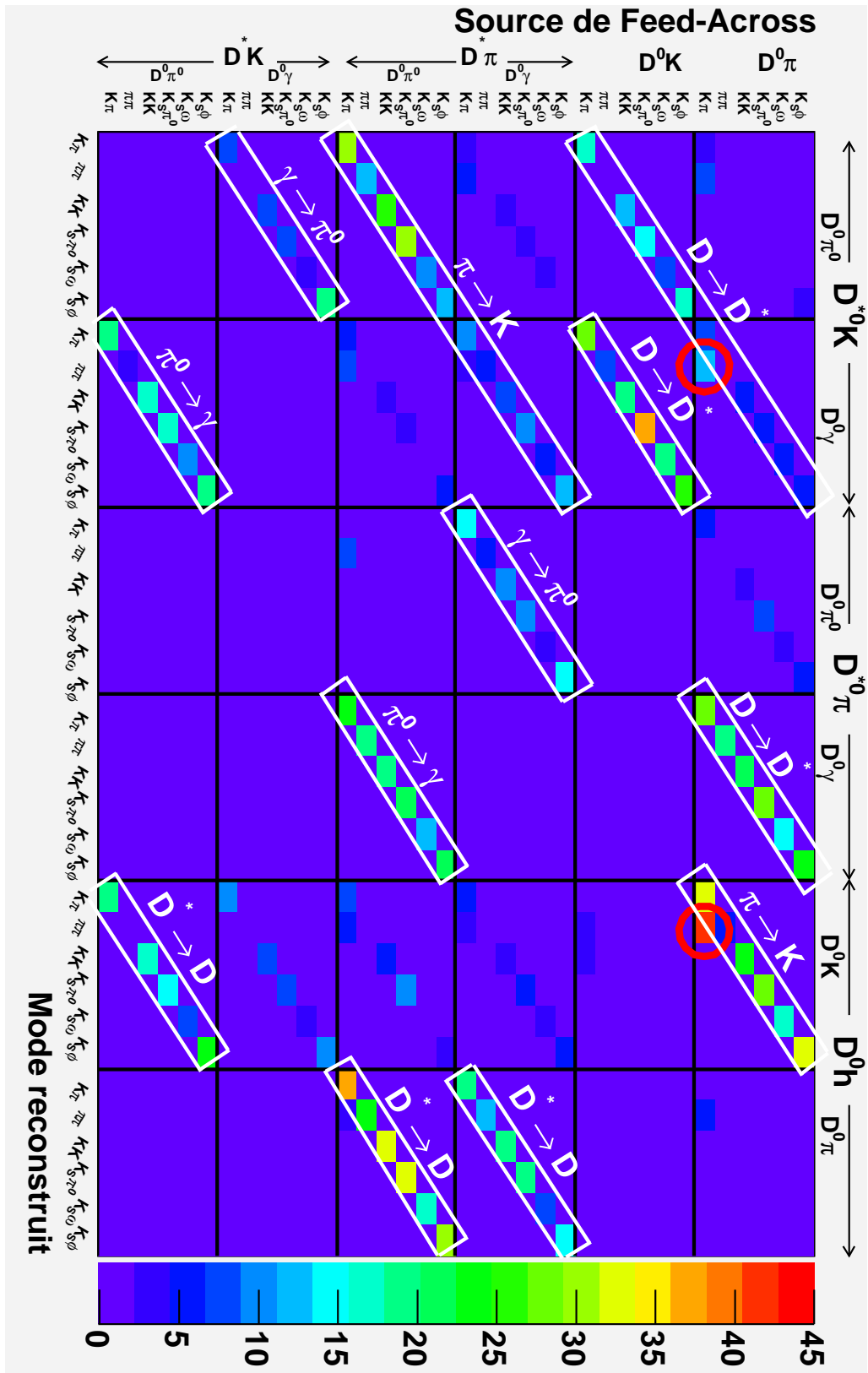


FIGURE 6.15 – Matrice de feed-across pour les canaux  $D^{*0}$  and  $D^0$  modes. Les modes reconstruits sont dans les colonnes, les modes polluant sont donnés en ligne.

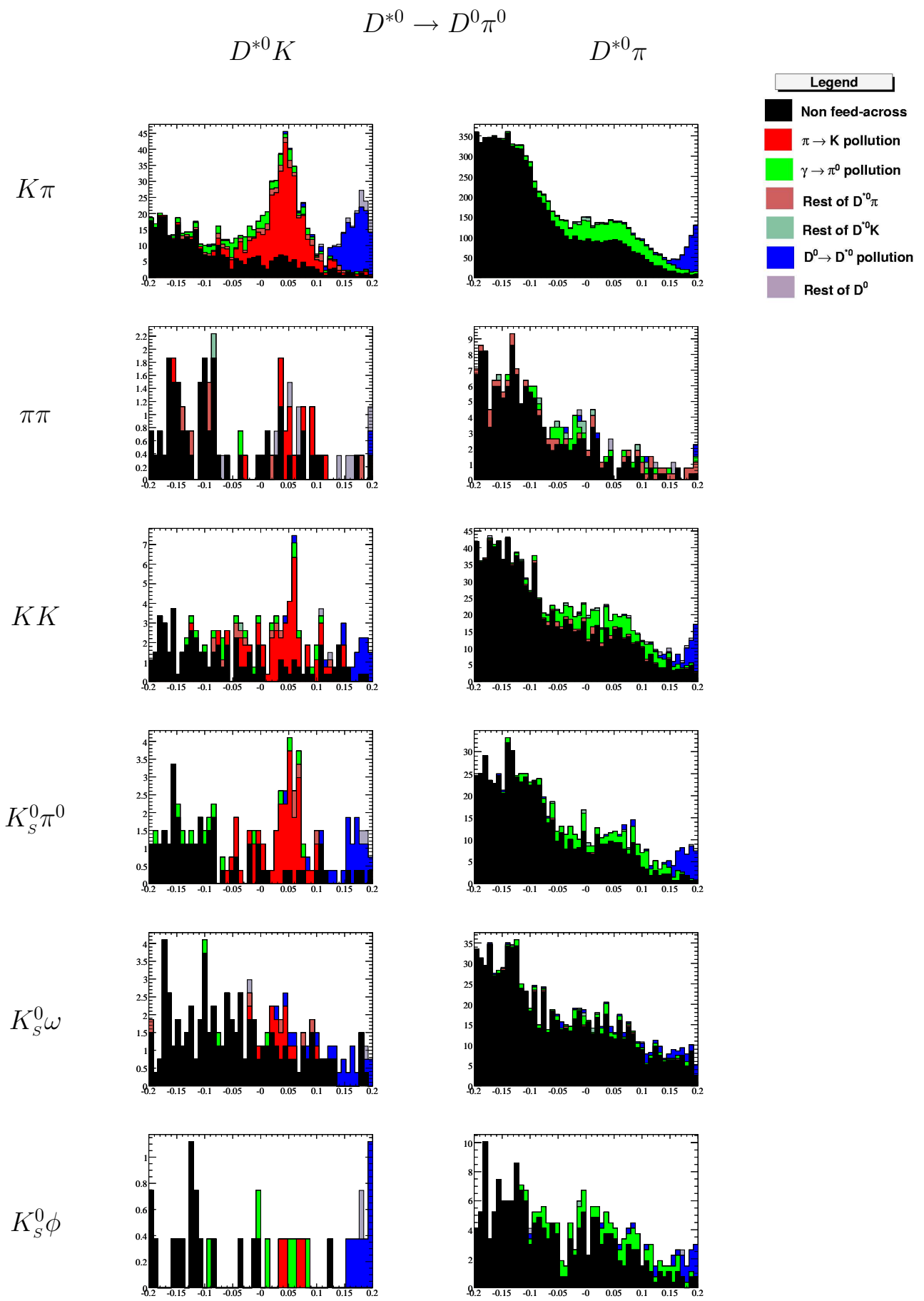


FIGURE 6.16 – Distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) du bruit  $B^+ B^-$  après la sélection optimisée, pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^* h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0 \pi^0$ . (A gauche :  $D^{*0}(D^0 \pi^0)K$ , à droite :  $D^{*0}(D^0 \pi^0)\pi$ . De haut en bas :  $D^0(K\pi)$ ,  $D^0(\pi\pi)$ ,  $D^0(KK)$ ,  $D^0(K_S^0 \pi^0)$ ,  $D^0(K_S^0 \omega)$ ,  $D^0(K_S^0 \phi)$ ).

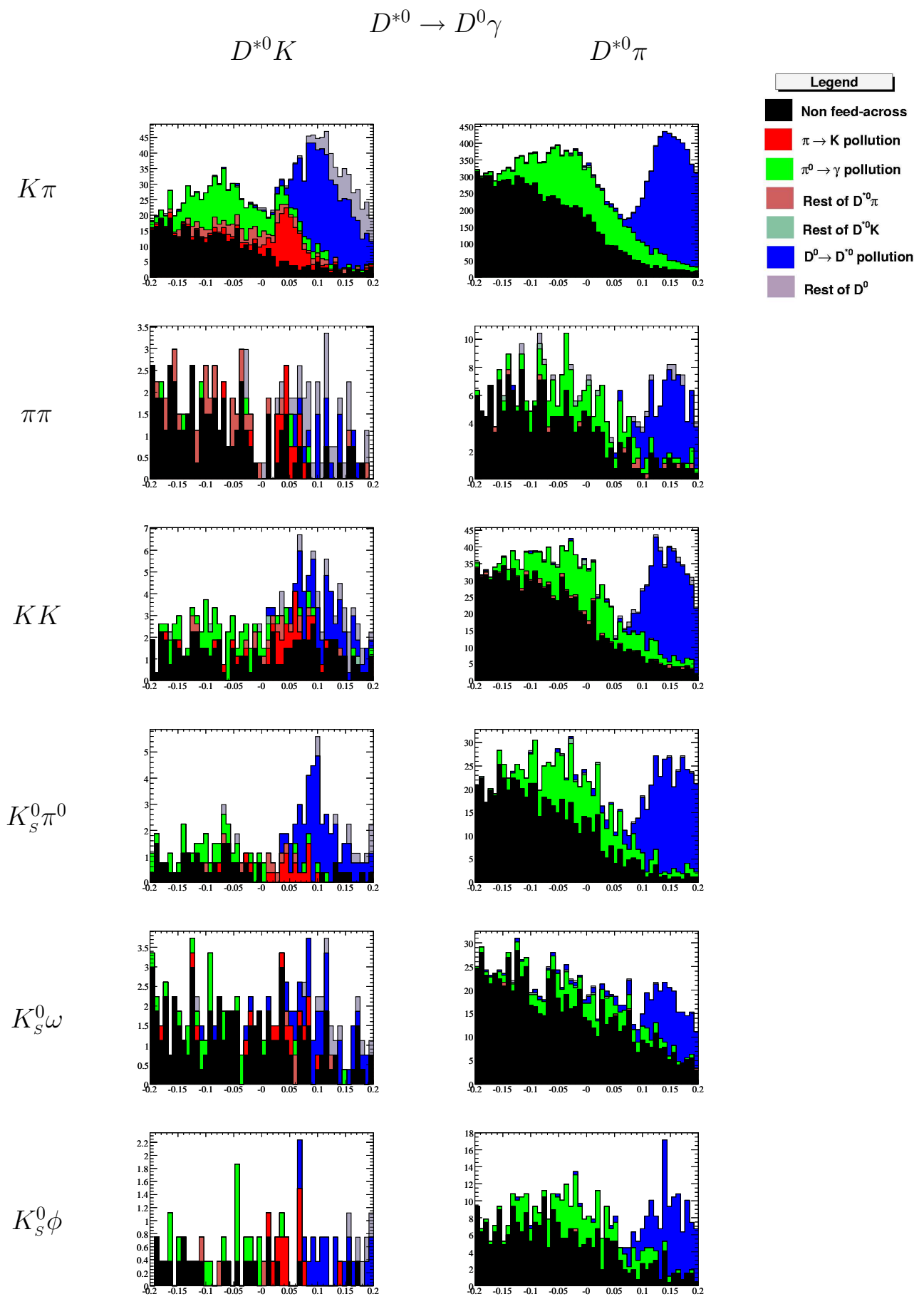


FIGURE 6.17 – Distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) du bruit  $B^+B^-$  après la sélection optimisée, pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0\gamma$ . (A gauche :  $D^{*0}(D^0\pi^0)K$ , à droite :  $D^{*0}(D^0\pi^0)\pi$ . De haut en bas :  $D^0(K\pi)$ ,  $D^0(\pi\pi)$ ,  $D^0(KK)$ ,  $D^0(K_S^0\pi^0)$ ,  $D^0(K_S^0\omega)$ ,  $D^0(K_S^0\phi)$ ).

## 6.5 Conclusion

Le bruit de fond dans cette analyse provient du continuum de quarks légers et de désintégrations génériques de  $B$  chargés et neutres. Nous luttons contre le continuum en utilisant un discriminant de Fisher à six variables que nous incluons dans l'optimisation des coupes. Nous avons effectué le choix des variables et la comparaison des performances de ce discriminant avec d'autres outils multivariés à partir du mode  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D(K\pi)\pi^0$ . Néanmoins, nous avons par la suite déterminé un jeu de coefficients optimaux pour chaque mode, et nous utilisons donc un ensemble de douze discriminants de Fisher dans cette analyse.

C'est lors de l'optimisation de la sélection que nous rejetons une partie importante du générique, en maximisant la sensibilité au signal  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$ . Néanmoins, après la sélection, la majorité des événements de bruit de fond provient toujours du générique. Leur étude détaillée a permis de mettre en évidence les contributions dominantes, en particulier les événements contenant un vrai  $D^*$ . Le feed-across est une source importante de bruit de fond, cependant son étude n'a pas révélé le besoin d'employer un veto sur l'un des modes, comme cela avait été le cas dans l'analyse GLW des modes  $B^\pm \rightarrow DK^\pm$  où l'échange  $K/\pi$  dans les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D(K\pi)\pi$  pollueait de façon considérable les modes  $B^\pm \rightarrow D(\pi\pi)K^\pm$ .

Nous avons effectué l'optimisation mode par mode. La comparaison des valeurs de coupes obtenues entre les différents canaux a montré qu'un nombre important de coupes varient avec le canal considéré. Ainsi, nous ne définissons pas de coupes communes entre les modes, et travaillons avec un jeu de coupe optimal pour chaque mode étudié.





Les observables GLW  $\mathcal{A}_{CP^\pm}^*$  et  $\mathcal{R}_{CP^\pm}^*$  permettant la détermination de  $\gamma$  sont définies à partir des rapports d'embranchement des désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^{*0}K^\pm$  et  $B^\pm \rightarrow D^{*0}\pi^\pm$ . Nous effectuons la mesure de ces observables par un ajustement par maximum de vraisemblance étendu à deux variables sur les données enregistrées par *BABAR*. Ce chapitre présente la conception de l'ajustement, sa validation sur des simulations Monte Carlo, et les résultats de l'analyse sur des échantillons simulés de Monte Carlo générique. Les résultats obtenus sur les données seront pour leur part l'objet du chapitre 8.

## 7.1 Stratégie d'ajustement

### 7.1.1 Maximum de vraisemblance ou *Cut and Count* ?

Il existe différentes méthodes pour mesurer des rapports d'embranchement. On peut tout d'abord utiliser une analyse dite *Cut and Count* : elle consiste à définir un ensemble de coupes afin de réaliser une sélection maximisant la sensibilité au signal à partir de simulations Monte Carlo. Puis on estime le nombre d'événements de bruit et de signal survivant à la sélection. Enfin on applique ces mêmes coupes sur les données et l'on compte le nombre d'événements de signal après soustraction de bruit de fond, ce qui permet d'en déduire les rapports d'embranchement.

Une deuxième méthode, plus sophistiquée, peut également être mise en oeuvre. Il s'agit de mesurer les nombres d'événements en réalisant un ajustement de distributions de variables physiques sur les données. Dans cet ajustement, les nombres d'événements sont des paramètres libres. L'estimateur utilisé pour déterminer les paramètres est le maximum de vraisemblance. Sa définition est la suivante : considérons un vecteur de  $N$  mesures indépendantes  $x_i$  de la quantité physique  $x$  qui suit une distribution  $\mathcal{P}(x; \vec{\theta})$ , où  $\vec{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_n)$  est un ensemble de  $n$  paramètres de valeurs inconnues que l'on cherche à déterminer. L'estimateur du maximum de vraisemblance  $\hat{\theta}$  est la valeur de  $\vec{\theta}$  qui maximise la fonction de vraisemblance  $L(\vec{\theta})$  définie par :

$$L(\vec{\theta}) \equiv \prod_{i=1}^N \mathcal{P}(x_i; \vec{\theta}) \quad (7.1)$$

où  $\mathcal{P}$  représente la fonction de densité de probabilité de la variable  $x$  prise aux points  $x_i$ . L'intérêt de l'estimateur du maximum de vraisemblance réside dans le fait qu'il est asymptotiquement consistant, non biaisé, efficace<sup>1</sup> et distribué de façon gaussienne [121]. Par ailleurs il vérifie la propriété d'invariance : le maximum de vraisemblance  $\hat{\tau}$  d'une fonction  $\tau(\theta)$  est  $\tau(\hat{\theta})$ .

<sup>1</sup>Un estimateur est efficace quand il atteint le minimum de la variance, donnée par l'inégalité de Cramer-Rao. Dans ce cas, la covariance est égale à l'inverse de la matrice d'information. L'estimateur contient alors le maximum d'information disponible dans la mesure.

On utilise en pratique un maximum de vraisemblance étendu [117, 122] :

$$\mathcal{L} = \frac{e^{-N'} (N')^N}{N!} \prod_{i=1}^N \mathcal{P}(x_i; \vec{\theta}) \quad (7.2)$$

qui diffère de la vraisemblance standard par le facteur de Poisson  $\frac{e^{-N'} (N')^N}{N!}$ . Ce terme représente la probabilité d'observer  $N$  événements ( $N$  étant le nombre de candidats de l'échantillon sur lequel l'ajustement est réalisé) alors que le nombre attendu est  $N'$ . Il permet de prendre en compte les fluctuations statistiques dans l'estimation de la composition *a priori*.

Une analyse basée sur un ajustement par maximum de vraisemblance n'est pas plus performante du point de vue de la sensibilité statistique qu'une analyse *cut and count* optimisée [123], même lorsque l'estimateur du maximum de vraisemblance est efficace. Néanmoins, elle présente plusieurs avantages :

- tout d'abord, elle n'a pas besoin d'avoir des coupes optimales pour être aussi compétitive qu'une analyse *cut and count* optimisée. Ainsi, les coupes sur les variables entrant dans la définition de la vraisemblance peuvent être relâchées afin d'avoir une meilleure description des fonctions de densité de probabilité  $\mathcal{P}(x; \vec{\theta})$  utilisées ;
- dans le cadre de l'étude de processus à faibles rapports d'embranchement où le nombre d'événements attendus est faible et où le bruit de fond est important, cette méthode est plus adaptée car elle permet de travailler avec une efficacité plus élevée (en particulier grâce au point précédent) ;
- une analyse par maximum de vraisemblance permet d'accéder aux paramètres  $\vec{\theta}$  directement. Ceux-ci sont par exemple les nombres d'événements dans le cadre d'une mesure de rapports d'embranchement. Mais ils peuvent aussi être des observables plus complexes, comme des paramètres hadroniques, qui ne sont pas accessibles par une mesure *Cut and Count*. En l'occurrence, nous verrons (section 7.5) que notre ajustement prend comme paramètres directement les observables  $\mathcal{A}_{CP\pm}$  et  $R_{\pm}$  plutôt que les nombres d'événements ;
- enfin, il offre un moyen de contrôle par les *sPlots* (voir section 7.4.1) qui n'est pas disponible pour une analyse de type *cut and count*.

Nous avons donc choisi d'effectuer la mesure en utilisant cette méthode d'ajustement par maximum de vraisemblance. La contrepartie réside dans la complexité de sa mise en oeuvre, et dans le risque inhérent qu'elle comporte en cas de mauvaise identification des différentes sources qui composent les échantillons ajustés. C'est la raison pour laquelle nous avons autant détaillé l'analyse du bruit de fond dans la partie précédente, et c'est aussi pourquoi de nombreuses validations de l'ajustement sont effectuées par la suite, afin de s'assurer que tout est sous contrôle.

### 7.1.2 Séparation signal/bruit

Le choix des variables utilisées dans l'ajustement est fondamental : c'est lui qui détermine les performances de l'ajustement. L'objectif étant de séparer aux les différentes catégories d'événements afin de pouvoir identifier à quelle catégorie un événement appartient, il faut trouver des variables ayant les distributions les plus différentes possibles entre les différentes catégories. Idéalement, on souhaiterait utiliser un maximum de variables possibles dans l'ajustement : cela permettrait de maximiser l'information sur le signal et sur le bruit, et de mieux classer chaque événement. Néanmoins, l'utilisation d'un grand nombre de variables a également des inconvénients, car la corrélation qui existe entre elles peut mener à des biais. Par ailleurs, un grand nombre de variables implique un grand nombre de paramétrisations, et donc beaucoup de paramètres dans l'ajustement, ce qui peut conduire à des incertitudes systématiques importantes. Il faut donc faire un compromis entre un nombre de dimensions dans l'ajustement suffisamment grand pour bien séparer les composantes, mais pas trop important pour ne pas risquer de mal paramétrer les fonctions de densité de probabilité et de d'augmenter les incertitudes systématiques.

Le choix des variables de l'ajustement doit permettre :

- de séparer le signal du bruit de fond ;

- de séparer les composantes  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$  des composantes  $B^\pm \rightarrow D^* \pi^\pm$ , qui sont toutes deux considérées comme du signal, même si nous sommes principalement intéressés par les modes  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$ , reliés à  $\gamma$ . Les modes  $B^\pm \rightarrow D^* \pi^\pm$  ne servent que de normalisation dans les observables GLW, et permettent de réduire certaines incertitudes systématiques.

Nous avons choisi d'utiliser deux variables dans l'ajustement. La variable  $\Delta E_K$  permet de bien séparer le signal du bruit de fond, puisque leurs distributions sont très différentes. Une bonne séparation signal/bruit aurait aussi pu être effectuée par la variable  $m_{ES}$ , néanmoins  $\Delta E_K$  apporte l'avantage supplémentaire de pouvoir réaliser une séparation  $K/\pi$  partielle entre les deux composantes de signal, du fait que la masse  $m_K$  est utilisée dans la définition de  $\Delta E_K$ . Dans le cas d'un mode  $D^* \pi$ , la distribution est décalée par une quantité  $\Delta E_{shift}$  par rapport à 0 MeV :

$$\begin{aligned}
\Delta E_{shift} &\equiv \Delta E(K) - \Delta E(\pi) \\
&= \gamma p \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{m_K}{p}\right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{m_\pi}{p}\right)^2} \right] \\
&\approx \gamma p \left[ 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_K}{p}\right)^2 - \left( 1 + \frac{1}{2} \left(\frac{m_\pi}{p}\right)^2 \right) \right] \\
&\approx \frac{\gamma}{2p} (m_K^2 - m_\pi^2) \\
&\approx \frac{0,128}{p} \text{ GeV}^2/c
\end{aligned} \tag{7.3}$$

où  $\gamma \equiv E_{\Upsilon(4S)}/M_{\Upsilon(4S)} \approx 1,144$  et  $p$  est l'impulsion de la trace rapide dans le laboratoire. La distribution de cette impulsion est répartie entre  $[1,5; 4,0]$  GeV/c, de sorte que, d'après l'équation (7.3) :

$$\begin{aligned}
\Delta E_{shift} &\in [30 - 85] \text{ MeV} \\
< \Delta E_{shift} &> \approx 50 \text{ MeV}
\end{aligned} \tag{7.4}$$

Une telle hypothèse de masse sur la nature de la trace rapide n'existe pas dans la définition de  $m_{ES}$ , ce qui la rend moins intéressante pour cette analyse. Néanmoins, la distribution de  $\Delta E_K$  pour le signal  $\pi$  possède des queues importantes, et, du fait de la grande différence de rapport d'embranchement entre le signal  $K$  et le signal  $\pi$ , une forte pollution de  $\pi$  est présente dans la région où le signal  $K$  pique : la variable  $\Delta E_K$  n'est pas suffisante pour effectuer la séparation  $K/\pi$ . Nous utilisons donc une seconde variable dans l'ajustement, spécialement dédiée à cet effet : c'est la variable  $y$ , que nous présentons maintenant.

### 7.1.3 Identification de la trace rapide en $K$ ou $\pi$

Nous avons vu dans le chapitre 4 que plusieurs sous-détecteurs de *BABAR* participent à l'identification  $K/\pi$  : le SVT et la DCH, dont la mesure domine à faible impulsion, et le DIRC qui a été spécialement conçu pour cette identification et qui domine la mesure à haute impulsion. Dans la plage d'impulsion accessible à la trace rapide dans cette analyse, on s'attend à ce que le DIRC joue un rôle majeur dans la séparation  $K/\pi$ . Pour cette raison, les analyses précédentes n'ont utilisé que l'information provenant du DIRC. Dans cette thèse, nous utilisons une nouvelle approche, basée sur la variable  $\mathcal{L}_{K/\pi}$  qui combine l'information des trois sous-systèmes utiles à la discrimination  $K/\pi$ . Cette variable est définie comme un rapport de vraisemblance :

$$\mathcal{L}_{K/\pi} \equiv \frac{\mathcal{L}_K}{\mathcal{L}_K + \mathcal{L}_\pi} \tag{7.5}$$

où  $\mathcal{L}_K$  et  $\mathcal{L}_\pi$  sont respectivement la vraisemblance pour la trace rapide d'être un  $K$  ou un  $\pi$ . Cette vraisemblance est construite à partir de l'information provenant du SVT, de la DCH, et du DIRC. La distribution de  $\mathcal{L}_{K/\pi}$  pique à 1 pour les vrais  $K$ , et à 0 pour les vrais  $\pi$ . Les pics en 0 et en 1 étant très prononcés, nous utilisons en pratique une variable transformée, notée  $y$  :

$$y = \log \left( \frac{\mathcal{L}_{K/\pi} + \epsilon}{1 - \mathcal{L}_{K/\pi} + \epsilon} \right) \tag{7.6}$$

ce qui permet de travailler avec une variable qui effectue un *zoom* dans les régions  $\mathcal{L}_{K/\pi} \approx 0$  et  $\mathcal{L}_{K/\pi} \approx 1$ . Le terme  $\epsilon$  est un nombre petit et positif qui permet d'éviter de calculer  $\log(0)$ . En prenant  $\epsilon = 10^{-7}$ , les vrais  $K$  sont situés dans la région  $y = +7$ , et les vrais  $\pi$  dans la région  $y = -7$ . La valeur  $\mathcal{L}_{K/\pi} = 0,5$  correspond à  $y = 0$ .

Cette variable  $y$  (ou de façon équivalente  $\mathcal{L}_{K/\pi}$ ) présente un double avantage par rapport à la méthode traditionnelle basée sur l'angle Čerenkov : tout d'abord, elle combine toute l'information disponible pour effectuer la séparation  $K/\pi$ . Par ailleurs, elle est beaucoup plus simple à mettre en oeuvre dans un ajustement. En effet, la méthode utilisant l'angle Čerenkov  $\theta_C$  doit prendre en compte la dépendance de  $\theta_C$  à la fois avec l'impulsion  $p$  de la trace rapide (voir formule (4.5)) et avec la mesure avec le nombre de photons détectés, qui dépend de l'angle  $\theta$  selon la formule (4.6). Ainsi, cette méthode implique une paramétrisation de l'angle Čerenkov dans le plan  $p - \theta$ . En pratique, les analyses précédentes ont divisé le plan  $p - \theta$  selon un quadrillage de  $20 \times 20$  pas sur la plage  $p \in [0, 5; 7]$  GeV/ $c$  et  $\theta \in [-\pi; \pi]$ , résultant donc en une paramétrisation de 400 gaussiennes.

### 7.1.4 Définition des catégories d'événements

Il n'existe pas de règle précise pour définir les différentes catégories utilisées dans l'ajustement. Idéalement, on souhaiterait avoir un maximum de composantes, afin de décrire au mieux les échantillons dont nous disposons. Cela impliquerait néanmoins de disposer d'une multitude d'échantillons Monte Carlo exclusifs et de réaliser un grand nombre de paramétrisations, ce qui compliquerait l'ajustement, et conduirait à des incertitudes systématiques importantes. Le choix de ces catégories doit donc principalement tenir compte des composantes de signal auxquelles nous sommes intéressés, et des composantes de bruit de fond dominantes que nous avons identifiées.

Nous considérons ainsi quatre catégories d'événements dans l'ajustement : le signal  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$ , le signal  $B^\pm \rightarrow D^* \pi^\pm$ , le bruit de fond  $K$ , le bruit de fond  $\pi$ . La définition des deux catégories de signal est évidente. Elle est basée sur les échantillons exclusifs de simulations Monte Carlo. En revanche, la définition de catégories distinguant  $K$  et  $\pi$  est moins naturelle au sein du bruit de fond. Une solution pour effectuer cette distinction aurait pu être d'utiliser l'information Monte Carlo *vraie*, c'est-à-dire la nature<sup>2</sup> à la génération Monte Carlo de la particule sélectionnée comme trace rapide. Cette approche n'est pas satisfaisante, car nous avons vu dans la section 6.4.2 qu'une partie non négligeable du bruit de fond provient de désintégrations  $D^{(*)}\rho$ , mais aussi de désintégrations semi-leptoniques, dans lesquelles ni un  $K$  ni un  $\pi$  ne seraient identifiés pour faire la distinction  $K/\pi$ . Pour éviter de multiplier le nombre de catégories dans l'ajustement, nous avons adopté une autre approche.

Elle consiste à utiliser un sélecteur de particules pour effectuer la distinction. Lors de l'optimisation de la sélection (section 6.3.4), nous avons vu qu'une coupe sur le sélecteur de kaon **KLHVeryTight** était appliquée. Cela donne donc un critère de définition des  $K$  dans le bruit : toutes les traces vérifiant ce critère ont une très grande probabilité d'être des  $K$ . Afin de sélectionner les  $\pi$ , nous ne gardons que les traces qui échouent le sélecteur **KLHnotPion**, qui représente une antisélection de  $K$ . Les événements ayant des traces rapides satisfaisant **KLHnotPion** mais échouant **KLHVeryTight** sont rares, et correspondent à des traces dont la nature n'est pas claire. Aussi ces événements sont-ils rejetés.

L'utilisation d'un sélecteur pour distinguer les catégories  $K$  et  $\pi$  dans le bruit de fond est naturel dans cette analyse. En effet, ces sélecteurs contiennent, dans leur définition, une coupe sur  $\mathcal{L}_{K/\pi}$  : **KLHVeryTight** utilise  $\mathcal{L}_{K/\pi} > 0,9$ , et **KLHnotPion** utilise  $\mathcal{L}_{K/\pi} < 0,2$ . On retrouve donc bien la définition des  $K$  et des  $\pi$  que nous utilisons dans l'ajustement à travers l'utilisation de la variable  $y$ .

Afin de travailler avec une coupe symétrique en  $y$ , nous réduisons la coupe sur  $\mathcal{L}_{K/\pi}$  dans **KLHnotPion** à  $\mathcal{L}_{K/\pi} < 0,1$ . Ainsi, dans le plan  $(\Delta E_K; y)$ , le bruit de fond  $K$  est uniquement localisé dans la région  $y > 1$ , tandis que le bruit  $\pi$  se situe uniquement dans la région  $y < -1$ . La région  $y \in [-1; 1]$  est donc vide.

Pour avoir un jeu de coupes homogènes entre signal et bruit, les coupes sur la nature de la trace rapide et sur la valeur de  $y$  sont également appliquées sur le signal. Toutes les définitions des caté-

---

<sup>2</sup>Aussi appelée *information Truth Monte Carlo*.

gories d'événements sont résumées dans le tableau 7.1.

Nous n'avons pas effectué de distinction supplémentaire au sein du bruit de fond. En particulier, nous n'avons pas séparé le bruit  $B\bar{B}$  du bruit  $q\bar{q}$  : en effet, la statistique disponible pour les événements  $q\bar{q}$  est souvent très faible pour le bruit  $K$ . La paramétrisation est alors extrêmement difficile, et les incertitudes sur les paramètres obtenus sont grandes. Dans le cas du bruit  $\pi$ , les figures 6.13 et 6.14 montrent que le continuum est complètement noyé dans le générique. Nous avons donc préféré ne considérer qu'une catégorie globale à trace rapide donnée pour le bruit de fond.

TABLEAU 7.1 – Critère de définition des quatre catégories d'événements de l'ajustement.  $K_{ID}$  est la valeur prise par le sélecteur de kaon associé à la trace rapide.

Catégorie dans l'ajustement	Coupe sur la trace rapide	Echantillon utilisé
Signal $K$	$(K_{ID} > \text{KLHVeryTight et } \mathcal{L}_{K/\pi} > 0,9)$ ou $(K_{ID} < \text{KLHNotPion et } \mathcal{L}_{K/\pi} < 0,1)$	Monte Carlo exclusif
Signal $\pi$	$(K_{ID} > \text{KLHVeryTight et } \mathcal{L}_{K/\pi} > 0,9)$ ou $(K_{ID} < \text{KLHNotPion et } \mathcal{L}_{K/\pi} < 0,1)$	Monte Carlo exclusif
Bruit de fond $K$	$(K_{ID} > \text{KLHVeryTight et } \mathcal{L}_{K/\pi} > 0,9)$	Cocktail de Monte Carlo générique et continuum
Bruit de fond $\pi$	$(K_{ID} < \text{KLHNotPion et } \mathcal{L}_{K/\pi} < 0,1)$	Cocktail de Monte Carlo générique et continuum

### 7.1.5 Corrélations

Les corrélations entre les variables utilisées dans l'ajustement jouent un rôle essentiel dans la stratégie de paramétrisation des fonctions de densité de probabilité. En effet, si l'on considère  $n$  variables aléatoires indépendantes, alors elles ne sont pas corrélées, et il est possible d'écrire la fonction de densité de probabilité  $n$ -dimensionnelle en un produit de  $n$  fonctions de densité de probabilité monodimensionnelles. En revanche, la réciproque est fautive : des corrélations nulles n'impliquent pas que les variables sont indépendantes. Il est donc important d'estimer la valeur des corrélations entre  $\Delta E_K$  et  $y$ , car une valeur trop importante serait le signe de la non-indépendance. Mais ce n'est pas suffisant, il faut également analyser les distributions bidimensionnelles qui pourraient mettre en évidence des corrélations non linéaires.

Pour le signal, les corrélations sont calculées à partir de l'échantillon exclusif Monte Carlo. Toute la plage en  $y$  est considérée, mais seule une fenêtre symétrique à  $\pm 4\sigma$  de la valeur centrale de  $\Delta E_K$  est utilisée, afin de se focaliser uniquement sur la région signal et de ne pas affecter le calcul des corrélations par des points trop éloignés de cette région. Ainsi, nous utilisons une plage  $\Delta E_K \in [-0,06; 0,06]$  GeV pour les événements  $D^*K$ , et la plage  $\Delta E_K \in [-0,01; 0,11]$  GeV pour les événements  $D^*\pi$ .

Pour le bruit, nous utilisons un cocktail de Monte Carlo, où les événements de chaque catégorie ( $uds$ ,  $c\bar{c}$ ,  $B^+B^-$ ,  $B^0\bar{B}^0$ ) sont choisis de façon aléatoire afin de travailler sur une luminosité équivalente commune, égale à la luminosité des données. En revanche, étant donné la limitation statistique du bruit de fond, nous n'utilisons pas la coupe symétrique sur  $\Delta E_K$  comme nous le faisons pour le signal, mais nous considérons toute la plage de l'ajustement  $\Delta E_K \in [-0,16; 0,13]$  GeV.

Les résultats des valeurs des corrélations sont donnés dans les tableaux 7.2 et 7.3 pour les modes  $D^0\pi^0$  et  $D^0\gamma$  respectivement.

Les distributions bidimensionnelles correspondantes sont données sur les figures 7.1 et 7.2. Les corrélations pour le signal  $K$  sont faibles, de l'ordre de 2%. Pour le signal  $\pi$ , une anti-corrélation est observée, entre 5% et 8%. Bien que significative, cette corrélation reste raisonnable, et ne génère pas de biais particulier (voir section 7.4.2). Le bruit  $\pi$  possède des corrélations voisines de celles du signal  $K$ . En ce qui concerne le bruit  $K$ , les valeurs sont élevées, mais les incertitudes sont

TABLEAU 7.2 – Corrélations (en %) entre  $\Delta E_K$  et  $y$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$ , pour les quatre catégories d'événements de l'ajustement.

Mode	Signal $K$	Signal $\pi$	Bruit $K$	Bruit $\pi$
$K\pi$	$0,7 \pm 0,4$	$-6,0 \pm 0,3$	$5,1 \pm 4,3$	$1,0 \pm 1,4$
$\pi\pi$	$1,1 \pm 0,5$	$-6,9 \pm 0,5$	$-24,4 \pm 15,5$	$3,7 \pm 9,3$
$KK$	$1,4 \pm 0,4$	$-5,9 \pm 0,4$	$10,4 \pm 12,3$	$-0,1 \pm 3,9$
$K_S^0\pi^0$	$3,0 \pm 0,8$	$-6,0 \pm 0,8$	$3,3 \pm 14,7$	$5,6 \pm 4,9$
$K_S^0\omega$	$-4,0 \pm 2,2$	$-7,2 \pm 1,7$	$-25,5 \pm 16,3$	$5,2 \pm 7,0$
$K_S^0\phi$	$1,6 \pm 0,8$	$-6,8 \pm 0,8$	$26,7 \pm 28,0$	$-2,7 \pm 9,3$

TABLEAU 7.3 – Corrélations (en %) entre  $\Delta E_K$  et  $y$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\gamma)h^\pm$ , pour les quatre catégories d'événements de l'ajustement.

Mode	Signal $K$	Signal $\pi$	Bruit $K$	Bruit $\pi$
$K\pi$	$1,3 \pm 0,4$	$-6,0 \pm 0,3$	$0,9 \pm 3,0$	$0,6 \pm 1,0$
$\pi\pi$	$1,9 \pm 0,6$	$-5,9 \pm 0,6$	$4,4 \pm 12,8$	$8,5 \pm 6,3$
$KK$	$1,5 \pm 0,5$	$-5,3 \pm 0,5$	$-2,5 \pm 9,6$	$2,9 \pm 3,1$
$K_S^0\pi^0$	$1,1 \pm 0,8$	$-5,8 \pm 0,8$	$2,6 \pm 10,7$	$0,7 \pm 4,0$
$K_S^0\omega$	$-1,7 \pm 1,7$	$-8,4 \pm 1,7$	$11,3 \pm 15,8$	$4,6 \pm 6,5$
$K_S^0\phi$	$0,1 \pm 0,7$	$-7,7 \pm 0,7$	$1,9 \pm 20,0$	$4,3 \pm 6,3$

également très grandes du fait de la très faible statistique disponible, comme on peut le voir sur les distributions bidimensionnelles.

Au final, ces corrélations restent faibles, les distributions bidimensionnelles ne montrent pas d'effet non linéaire. Nous avons donc choisi de paramétrer les fonctions de densité de probabilité bidimensionnelles de l'ajustement en un produit de deux fonctions de densité de probabilité monodimensionnelles :

$$\mathcal{P}^X(\Delta E_K, y) = \mathcal{P}^X(\Delta E_K) \mathcal{P}^X(y) \quad (7.7)$$

avec  $X \in \{\text{signal } K, \text{signal } \pi, \text{bruit } K, \text{bruit } \pi\}$ .

La vraisemblance utilisé dans notre ajustement est donc :

$$\mathcal{L} = \frac{e^{-N'} (N')^N}{N!} \prod_{i=1}^N \mathcal{P}_i \quad (7.8)$$

avec :

$$\mathcal{P}_i = \left( \frac{N_{D^{*0}K}}{N'} \right) \mathcal{P}_i^{D^{*0}K} + \left( \frac{N_{D^{*0}\pi}}{N'} \right) \mathcal{P}_i^{D^{*0}\pi} + \left( \frac{N_{Bkgd(K)}}{N'} \right) \mathcal{P}_i^{Bkgd(K)} + \left( \frac{N_{Bkgd(\pi)}}{N'} \right) \mathcal{P}_i^{Bkgd(\pi)} \quad (7.9)$$

où

- $\mathcal{P}_i^X$  est donné par l'équation (7.7) ;
- $N_{D^{*0}K}$  est le nombre d'événements  $B \rightarrow D^{*0}K$  ;
- $N_{D^{*0}\pi}$  est le nombre d'événements  $B \rightarrow D^{*0}\pi$  ;
- $N_{Bkgd(K)}$  est le nombre d'événements du bruit de fond dont la trace chargée est un kaon ;
- $N_{Bkgd(\pi)}$  est le nombre d'événements du bruit de fond dont la trace chargée est un pion.

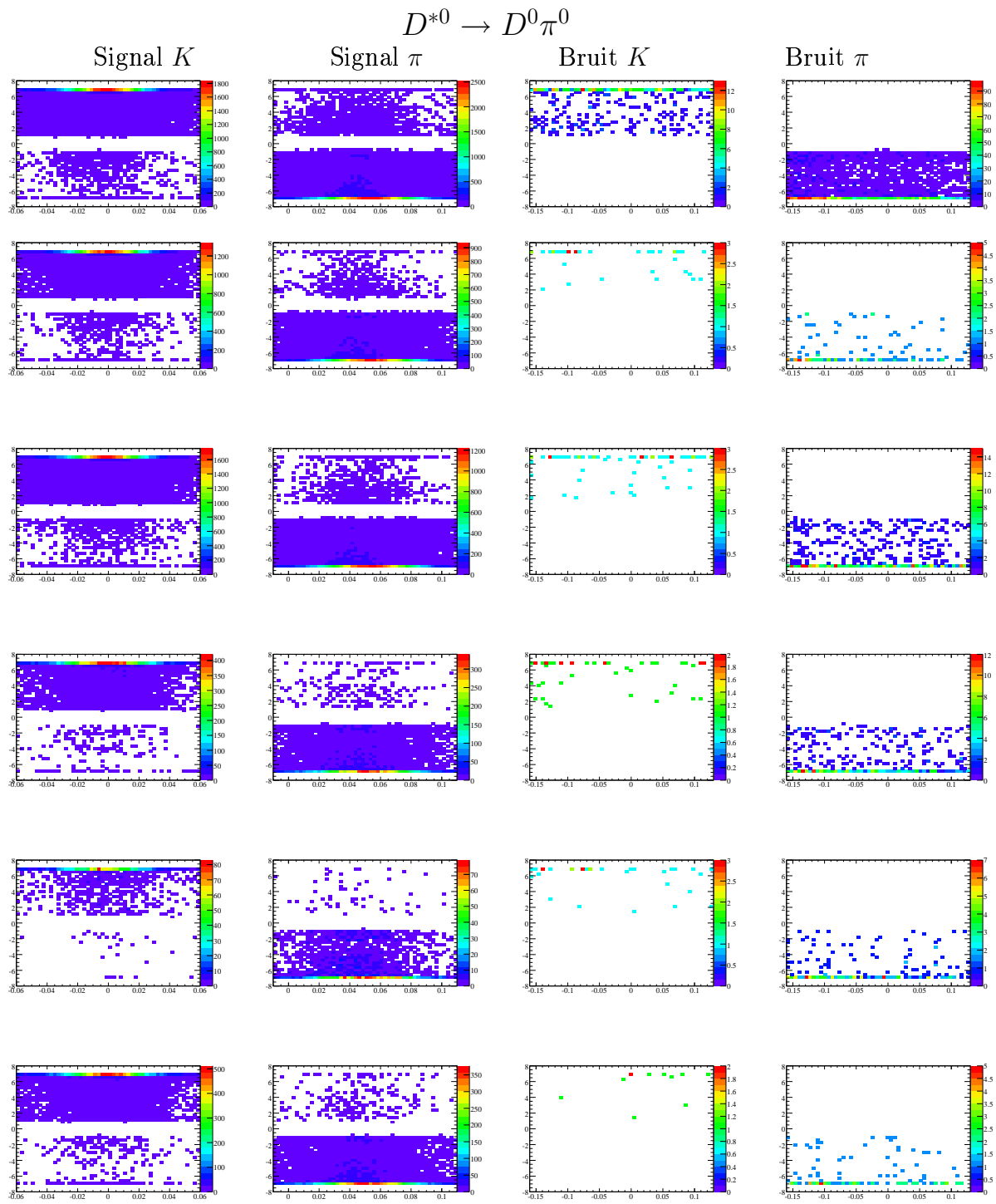


FIGURE 7.1 – Distributions de  $y$  en fonction de  $\Delta E_K$  (GeV) pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \pi^0) h^\pm$ . Les quatre catégories d'événements de l'ajustement sont représentées en colonne : de gauche à droite, on trouve signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$  et bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .



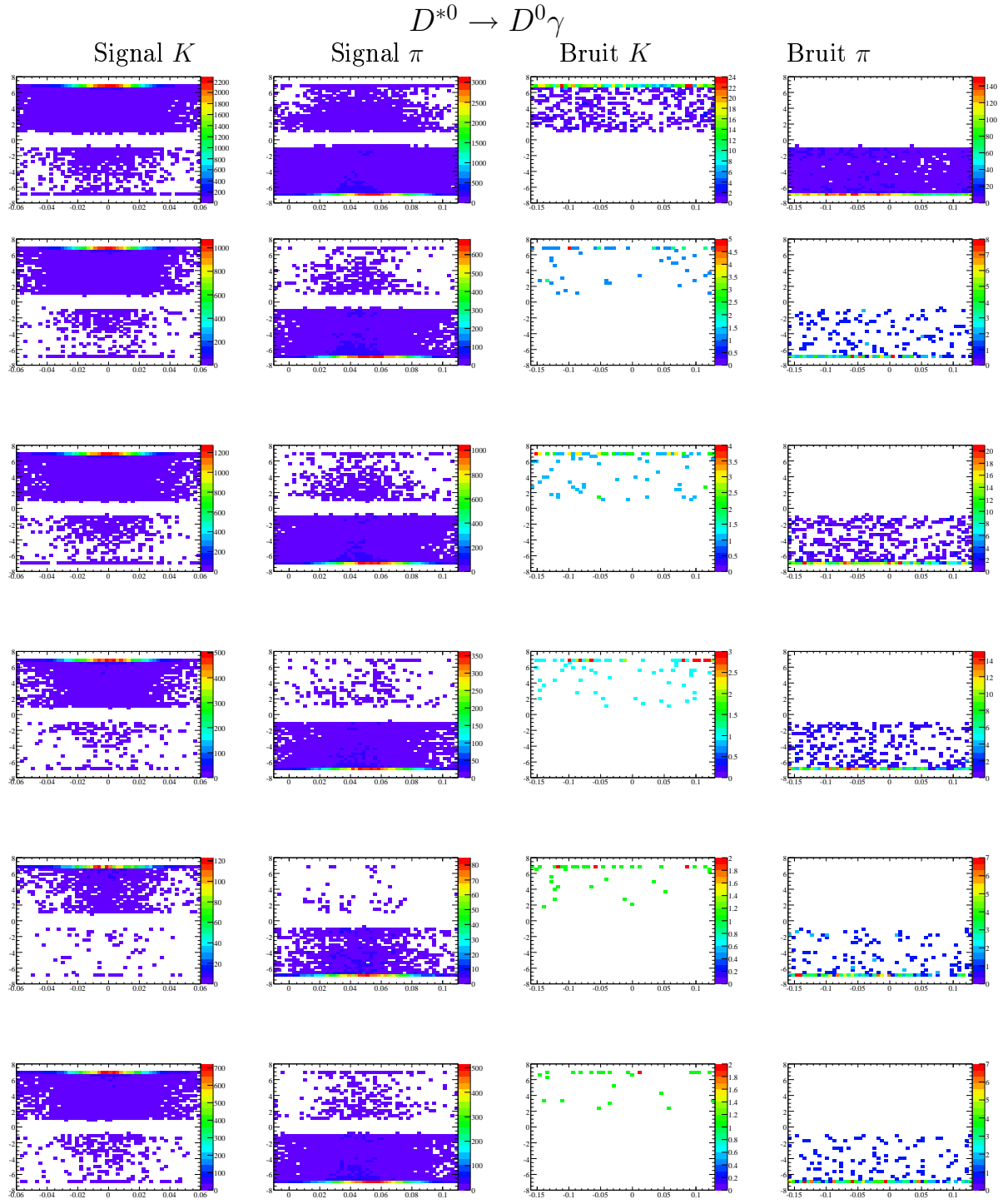


FIGURE 7.2 – Distributions de  $y$  en fonction de  $\Delta E_K$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$ . Les quatre catégories d'événements de l'ajustement sont représentées en colonne : de gauche à droite, on trouve signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$  et bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

## 7.2 Paramétrisation des fonctions de densité de probabilité

### 7.2.1 Densité de probabilité de $\Delta E_K$

Nous paramétrisons les fonctions de densité de probabilité de  $\Delta E_K$  à partir des simulations Monte Carlo pour toutes les catégories d'événements. L'étude du bruit de fond de la section 6.4.2 nous mène à considérer une plage  $\Delta E_K \in [-0, 16; 0, 13]$  GeV : la limite supérieure permet de supprimer une grande partie du bruit de fond provenant du feed-across des modes  $B^\pm \rightarrow D^0 h^\pm$ , qui piquent principalement au-delà de 0, 13 GeV. La limite inférieure permet de simplifier la paramétrisation des distributions. Les distributions de signal  $K$  et signal  $\pi$ , piquant autour de 0 MeV et 50 MeV respectivement, et d'une largeur de l'ordre de 15 – 25 MeV, ne sont pas affectées par ce choix de fenêtre d'ajustement.

Le signal  $K$  et le signal  $\pi$  sont paramétrés à partir des échantillons de Monte Carlo exclusifs. Les événements de signal sont distribués de façon presque gaussienne. Toutefois, on note la présence d'une queue dans les distributions à basse valeur de  $\Delta E_K$ , qui correspond à des événements ayant perdu de l'énergie par rayonnement. Ainsi, pour tous les modes, les deux catégories de signal sont paramétrées à l'aide d'une double gaussienne. Un exemple des paramétrisations, obtenues pour le mode  $D^0(K\pi)\pi^0$ , est donné sur la figure 7.3. Les autres sont regroupées dans l'Annexe B. Elles montrent la très bonne description des distributions de  $\Delta E_K$ , pour tous les modes, aussi bien dans la région principale qu'au niveau des queues.

La paramétrisation du bruit est basée sur un cocktail de Monte Carlo, composé de  $uds$ ,  $c\bar{c}$ ,  $B^+B^-$  et  $B^0\bar{B}^0$ . Afin d'avoir une description optimale du bruit de fond, on utilise pour chaque source de bruit la totalité des événements disponibles après sélection. Un poids est appliqué à chacune de ces sources afin qu'elles soient normalisées à une luminosité commune. L'étude du bruit de fond nous a montré que les sources de bruit pour les différents modes sont communes, mais avec des fractions différentes. Par conséquent, les paramétrisations utilisées pour décrire les distributions de  $\Delta E_K$  pour le bruit  $K$  et le bruit  $\pi$  dépendent du mode considéré. Elles ont été obtenues de la manière suivante : on cherche dans un premier temps une paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour le bruit  $K$  et le bruit  $\pi$  pour le mode le plus abondant, à savoir  $D \rightarrow K\pi$ , à la fois pour les modes  $D^0\pi^0$  et  $D^0\gamma$ . Une fois cette paramétrisation déterminée, on essaye d'appliquer la même paramétrisation aux cinq autres modes propres de  $CP$ . Néanmoins, comme les rapports d'embranchement de ces modes sont plus faibles, le nombre d'événements est également plus faible. Certaines structures présentes dans les modes non  $CP$  disparaissent en étudiant les modes  $CP$ , menant à une simplification de la paramétrisation. Le choix final pour chaque mode et chaque catégorie de bruit est résumé dans les tableaux 7.4 et 7.5. Dans le cas des modes  $D^0\gamma$ , tout le bruit, aussi bien  $K$  que  $\pi$ , a pu être paramétré à l'aide d'une double gaussienne et d'un polynôme de Chebychev de degré 3. Pour les modes  $D^0\pi^0$ , les distributions de bruit  $\pi$  sont toutes modélisées par une triple gaussienne et un polynôme de Chebychev de degré 3, ainsi que pour le mode  $K\pi$  du bruit  $K$ . Le bruit  $K$  est décrit par une exponentielle pour les modes  $CP$ . Les distributions obtenues sont présentées dans l'Annexe B. Ces figures montrent que, malgré une forme parfois très complexe du bruit de fond, les fonctions utilisées modélisent bien les distributions.

### 7.2.2 Densité de probabilité de PID

Malgré l'utilisation du logarithme dans la définition de  $y$ , sa distribution reste très piquée aux bornes de sa plage de définition. L'utilisation d'une fonction analytique pour paramétrer cette distribution n'est pas possible. Même l'utilisation d'une estimation non paramétrique, basée sur un estimateur de Kernel [124, 125], ne s'est pas révélée satisfaisante. Par conséquent, nous avons choisi de paramétrer  $y$  à l'aide d'un histogramme. Tout comme dans le cas de la paramétrisation de  $\Delta E_K$ , on utilise le Monte Carlo exclusif pour le signal, et un Monte Carlo cocktail normalisé à une luminosité commune pour le bruit. Un exemple des distributions obtenues est donné sur la figure 7.4. Les autres distributions sont regroupées dans l'Annexe B.

TABLEAU 7.4 – Paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour le signal et le bruit de fond pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^* h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0 \pi^0$ . *Pol. Cheb.* désigne un polynôme de Chebychev.

Mode	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K_S^0 \pi^0$	$K_S^0 \omega$	$K_S^0 \phi$
Signal $K$	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne
Signal $\pi$	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne
Bruit $K$	Pol. Cheb. (ordre 2)	Exponentielle	Exponentielle	Exponentielle	Exponentielle	Exponentielle
Bruit $\pi$	Triple Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Triple Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Triple Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Triple Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Triple Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Triple Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)

TABLEAU 7.5 – Paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour le signal et le bruit de fond pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^* h^\pm$ ,  $D^* \rightarrow D^0 \gamma$ . *Pol. Cheb.* désigne un polynôme de Chebychev.

Mode	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K_S^0 \pi^0$	$K_S^0 \omega$	$K_S^0 \phi$
Signal $K$	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne
Signal $\pi$	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne	Double Gaussienne
Bruit $K$	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)
Bruit $\pi$	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)	Double Gaussienne + Pol. Cheb. (ordre 3)

### 7.2.3 Variables libres de l’ajustement

L’objectif de l’ajustement est de mesurer les nombres d’événements des quatre catégories qui composent nos échantillons Monte Carlo. Ces quantités sont donc laissés libres dans l’ajustement. La paramétrisation des différentes fonctions de densité de probabilité implique également un grand nombre de paramètres. Il n’est pas possible de les laisser tous varier dans l’ajustement car leur trop grand nombre empêcherait l’ajustement de converger. Par conséquent, nous fixons tous les paramètres relatifs aux fonctions de densité de probabilité de bruit de fond.

En ce qui concerne le signal  $\pi$ , la situation est un peu différente : un décalage dans la position du pic en  $\Delta E_K$  entre les simulations Monte Carlo et les données pourrait affecter le nombre d’événements ajustés de façon importante. Par conséquent, pour le signal  $\pi$ , nous laissons libre la moyenne de la distribution de la gaussienne du coeur <sup>3</sup>. Comme un tel décalage devrait affecter toute la distribution, et pas seulement le pic, la moyenne de la gaussienne décrivant les queues est fixé constante relativement à la moyenne de la gaussienne de coeur.

Pour les mêmes raisons, il serait également souhaitable de laisser libre la position de la gaussienne de coeur de la fonction de densité de probabilité du signal  $K$ . Néanmoins, cela peut se révéler dangereux : étant donné le faible nombre d’événements signal  $K$  attendu par rapport au signal  $\pi$  et au bruit  $\pi$ , une fluctuation statistique de l’une de ces deux catégories proche de  $\Delta E_K = 0$  pourrait mener l’ajustement à identifier ces événements comme du signal  $K$ , à décaler la fonction de densité de probabilité du signal  $K$ . Nous savons en revanche que le signal  $K$  et le signal  $\pi$  ont des positions en  $\Delta E_K$  qui sont reliées (formule (7.3)). Ainsi, nous utilisons la même procédure que pour le signal  $\pi$  : nous fixons dans l’ajustement la différence de position entre la gaussienne de coeur de  $K$  et celle de  $\pi$ . Nous faisons de même pour la gaussienne décrivant les queues du signal  $K$ .

Les largeurs des gaussiennes n’ont en revanche aucune raison d’être différentes entre le Monte Carlo et les données (cela est d’ailleurs montré dans la section 8.1.1). Elles sont donc gardées fixes dans

<sup>3</sup>A opposer à la gaussienne décrivant les queues de la distribution de  $\Delta E_K$ .

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$$

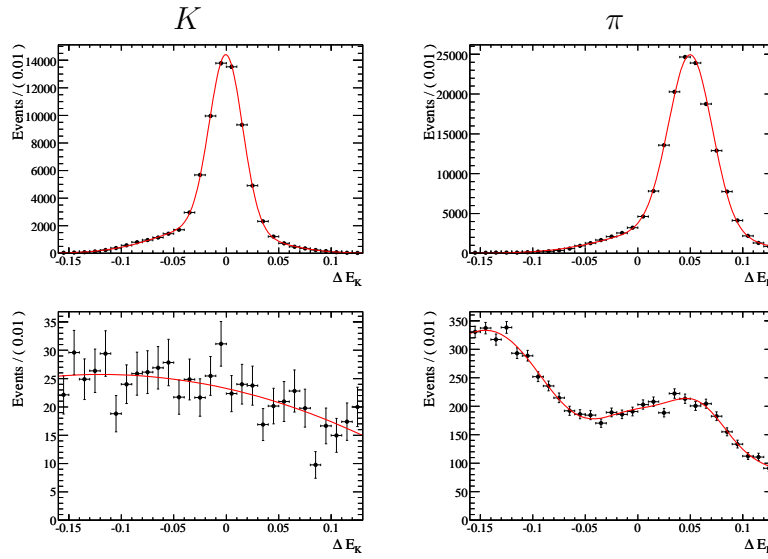


FIGURE 7.3 – Exemple de paramétrisation de la distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) pour le mode  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$ , pour le signal (ligne du haut) et le bruit (ligne du bas). La colonne de gauche correspond à la trace rapide  $K$ , celle de droite à la trace rapide  $\pi$ .

l'ajustement.

Au final, cet ajustement contient cinq paramètres libres : les nombres d'événements de chacune des quatre catégories, et la position de la gaussienne de coeur du signal  $\pi$ . Notons que l'ajustement final possède des paramètres supplémentaires (voir 7.5).

### 7.3 Résultats de l'ajustement sur les simulations Monte Carlo

Une fois les paramétrisations de  $\Delta E_K$  et de  $y$  obtenues pour les quatre catégories d'événements, nous réalisons l'ajustement sur les échantillons Monte Carlo. Afin que cet ajustement soit le plus proche possible de celui que l'on va effectuer sur les données, nous procédons de la façon suivante :

- nous définissons tout d'abord un échantillon de bruit contenant les composantes de quarks légers  $u\bar{u}$ ,  $d\bar{d}$ ,  $s\bar{s}$ ,  $c\bar{c}$ , et les bruits génériques  $B^+B^-$  et  $B^0\bar{B}^0$ . Afin d'éviter l'utilisation de poids, nous choisissons aléatoirement au sein de l'échantillon total le nombre d'événements attendus d'après les sections efficaces pour chaque composante pour une luminosité égale à la luminosité limitante  $\mathcal{L}_{lim}$  parmi les échantillons de bruit (elle correspond à  $\mathcal{L}_{lim} \equiv \mathcal{L}_{c\bar{c}} = 360 \text{ fb}^{-1}$ ).
- pour le signal, nous choisissons aléatoirement au sein de l'échantillon total le nombre d'événements attendus d'après les taux d'embranchement pour  $\mathcal{L}_{lim}$  à partir des échantillons Monte Carlo exclusifs ;
- enfin nous additionnons les quatre échantillons en un échantillon final, sur lequel nous réalisons l'ajustement.

Les résultats obtenus sont donnés sur les figures 7.5 et 7.6 pour  $\Delta E_K$ , et sur les figures 7.7 et 7.8 pour  $y$ .

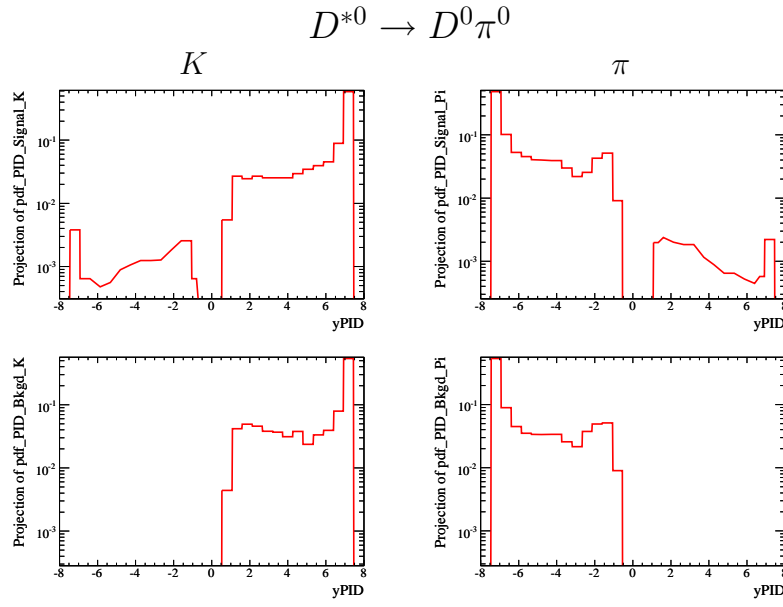


FIGURE 7.4 – Exemple de paramétrisation de la distribution de  $y$  pour le mode  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \pi^0) h^\pm$ ,  $D^0 \rightarrow K \pi$ , pour le signal (ligne du haut) et le bruit (ligne du bas). La colonne de gauche correspond à la trace rapide  $K$ , celle de droite à la trace rapide  $\pi$ .

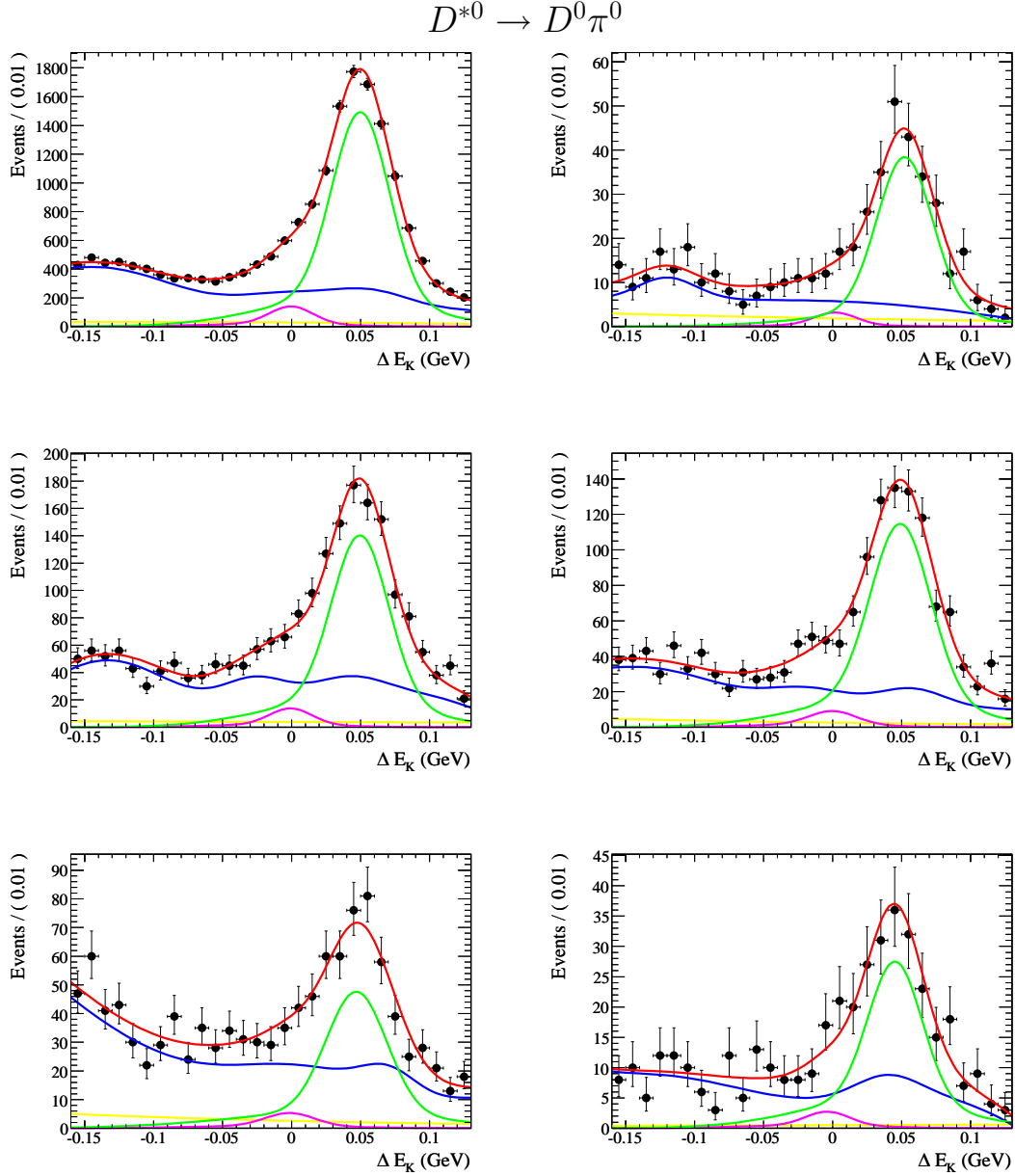


FIGURE 7.5 – Représentation de l'ajustement par maximum de vraisemblance (2D) en fonction de  $\Delta E_K$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$ . Les points symbolisent la distribution de l'échantillon Monte Carlo ajusté, la courbe rouge étant l'ajustement. De gauche à droite, et de haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\phi$ ,  $K_S^0\omega$ . Les différentes composantes de l'ajustement sont également représentées (jaune=bruit  $K$ , bleu= bruit  $\pi$ , rose=signal  $K$ , vert=signal  $\pi$ ).

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

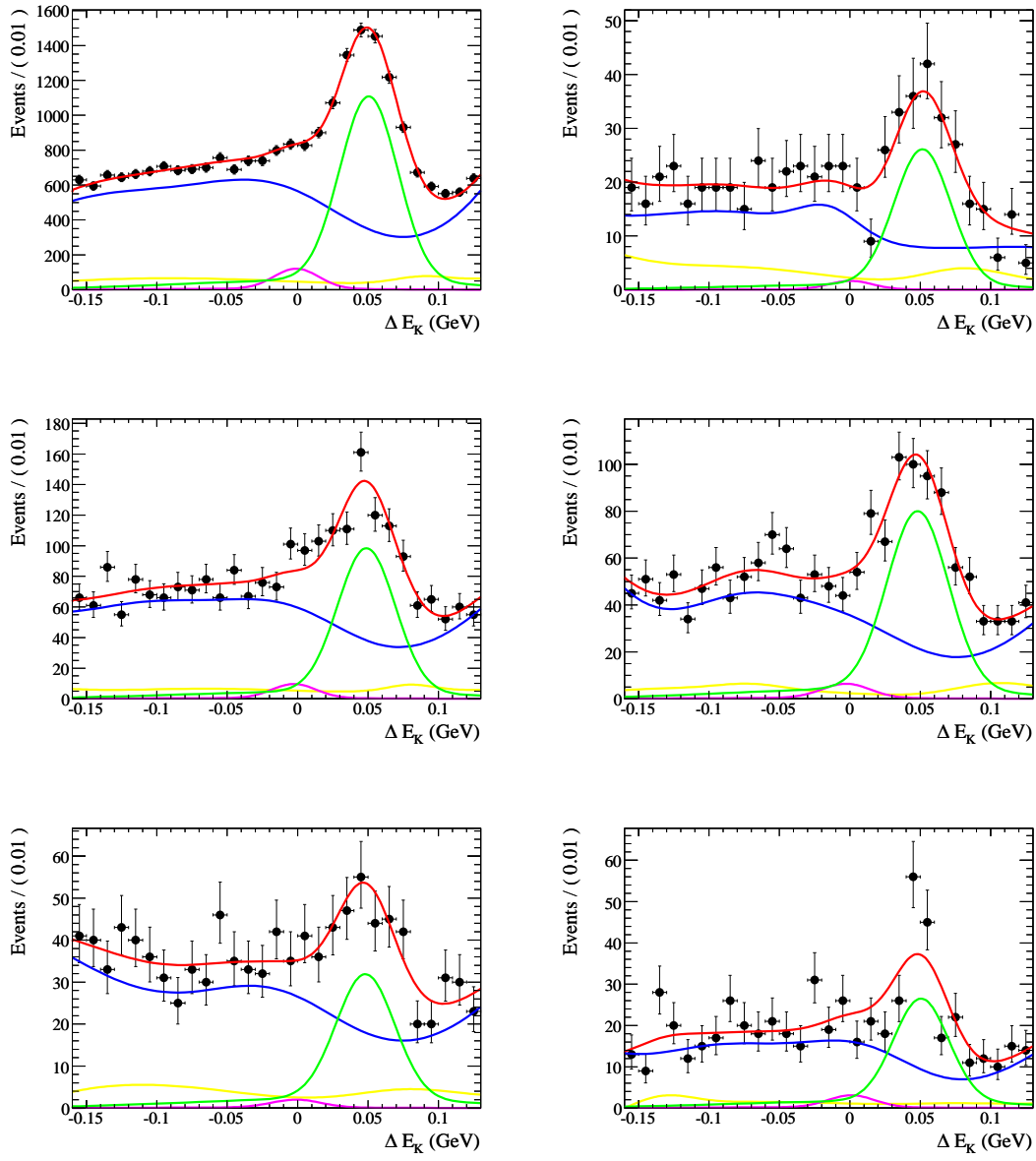


FIGURE 7.6 – Représentation de l'ajustement par maximum de vraisemblance (2D) en fonction de  $\Delta E_K$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$ . Les points symbolisent la distribution de l'échantillon Monte Carlo ajusté, la courbe rouge étant l'ajustement. De gauche à droite, et de haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \phi$ ,  $K_S^0 \omega$ . Les différentes composantes de l'ajustement sont également représentées (jaune=bruit  $K$ , bleu= bruit  $\pi$ , rose=signal  $K$ , vert=signal  $\pi$ ).

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$$

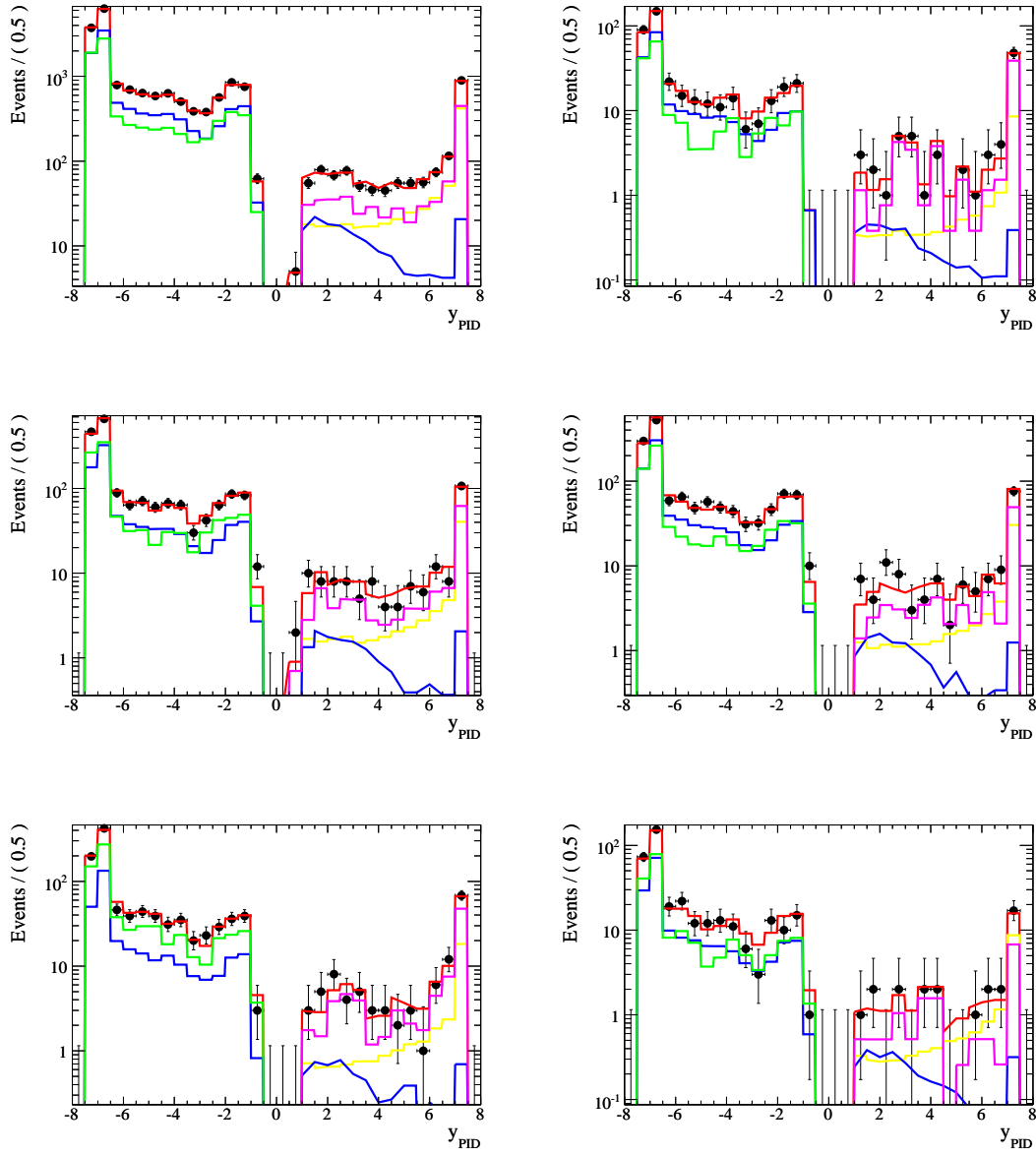


FIGURE 7.7 – Représentation de l’ajustement par maximum de vraisemblance (2D) en fonction de  $y$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \pi^0) h^\pm$ . Les points symbolisent la distribution de l’échantillon Monte Carlo ajusté, la courbe rouge étant l’ajustement. De gauche à droite, et de haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_s^0 \pi^0$ ,  $K_s^0 \phi$ ,  $K_s^0 \omega$ . Les différentes composantes de l’ajustement sont également représentées (jaune=bruit  $K$ , vert= bruit  $\pi$ , rose=signal  $K$ , bleu=signal  $\pi$ ).



$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

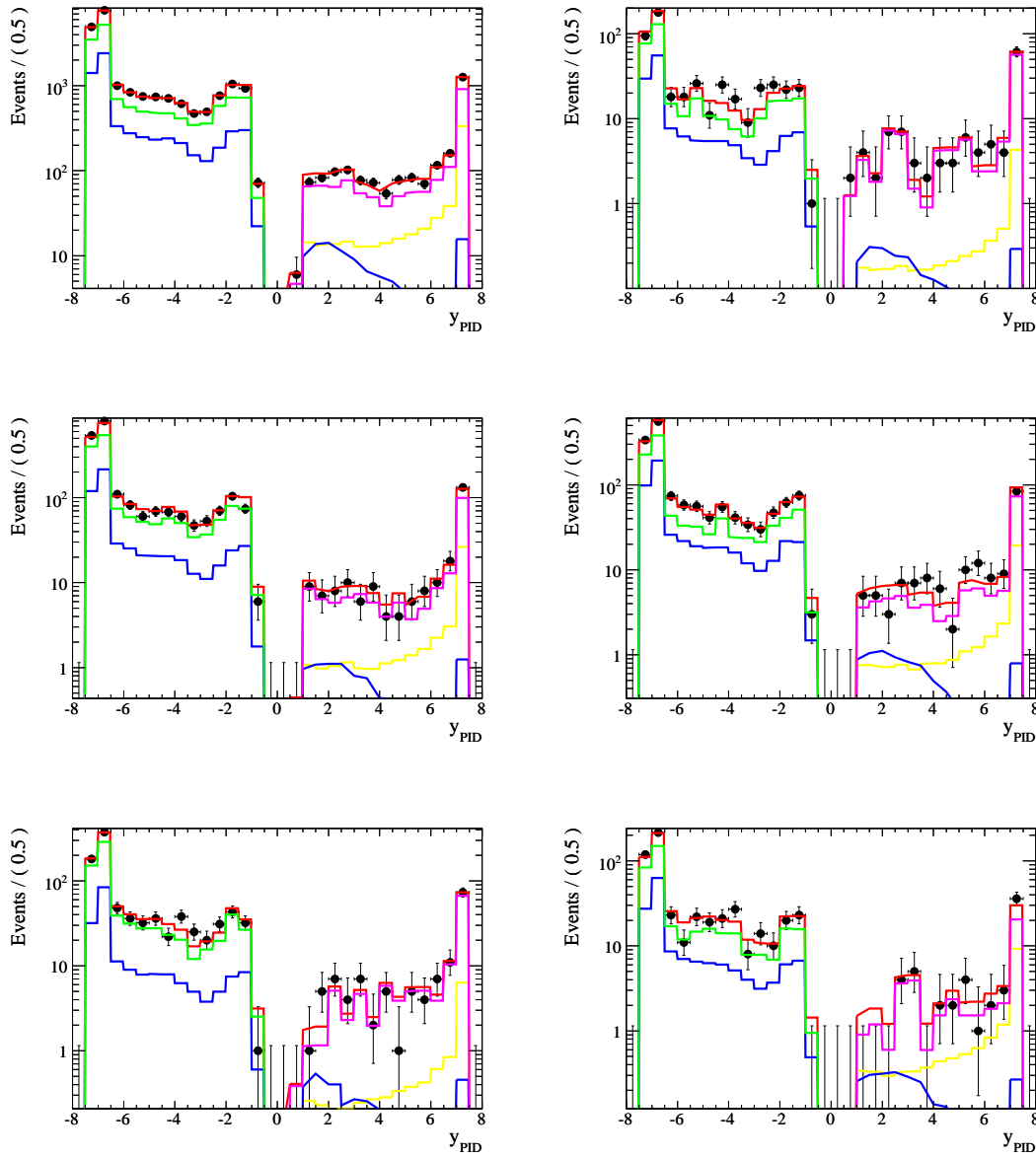


FIGURE 7.8 – Représentation de l'ajustement par maximum de vraisemblance (2D) en fonction de  $y$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$ . Les points symbolisent la distribution de l'échantillon Monte Carlo ajusté, la courbe rouge étant l'ajustement. De gauche à droite, et de haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \phi$ ,  $K_S^0 \omega$ . Les différentes composantes de l'ajustement sont également représentées (jaune=bruit  $K$ , vert= bruit  $\pi$ , rose=signal  $K$ , bleu=signal  $\pi$ ).

### 7.3.1 Efficacité

Les observables GLW font intervenir des rapports d'embranchement : pour les relier aux nombres d'événements que l'on mesure à l'aide de l'ajustement, ils nous faut connaître l'efficacité de l'analyse, qui comprend l'efficacité de reconstruction, l'efficacité de sélection, et l'efficacité de l'ajustement. Les tableaux 7.6 et 7.7 résument les résultats obtenus à l'aide du Monte Carlo.

TABLEAU 7.6 – Efficacité totale de l'analyse (en %), pour le signal  $K$  et le signal  $\pi$ , pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)K$ .

Mode du $D^0$	Signal K	Signal $\pi$
$K\pi$	$20,99 \pm 0,08$	$22,22 \pm 0,06$
$\pi\pi$	$14,62 \pm 0,06$	$14,75 \pm 0,07$
$KK$	$20,36 \pm 0,08$	$20,47 \pm 0,08$
$K_s^0\pi^0$	$8,85 \pm 0,05$	$8,89 \pm 0,05$
$K_s^0\omega$	$4,44 \pm 0,04$	$4,48 \pm 0,04$
$K_s^0\phi$	$10,33 \pm 0,05$	$10,37 \pm 0,06$

TABLEAU 7.7 – Efficacité totale de l'analyse (en %), pour le signal  $K$  et le signal  $\pi$ , pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\gamma)K$ .

Mode du $D^0$	Signal K	Signal $\pi$
$K\pi$	$24,69 \pm 0,09$	$24,86 \pm 0,06$
$\pi\pi$	$14,67 \pm 0,07$	$14,82 \pm 0,07$
$KK$	$21,12 \pm 0,08$	$21,19 \pm 0,08$
$K_s^0\pi^0$	$8,84 \pm 0,05$	$8,97 \pm 0,05$
$K_s^0\omega$	$4,22 \pm 0,04$	$4,25 \pm 0,04$
$K_s^0\phi$	$13,51 \pm 0,06$	$13,65 \pm 0,07$

### 7.3.2 Contrôle du bruit de fond piquant

La présence de bruit piquant, c'est-à-dire d'une source de bruit présentant un pic en  $\Delta E_K$  dans la même région que l'une de nos deux catégories de signal peut être très dangereuse, car ce bruit pourrait être assimilé à du signal, et par voie de conséquence, conduirait à surestimer la quantité de signal ajusté. Afin d'étudier la qualité de la paramétrisation relative à ces éventuelles sources de bruit piquant, nous réalisons un ajustement sur un échantillon contenant toutes les composantes de bruit, et une seule composante de signal, soit  $K$  soit  $\pi$ , l'autre ayant été retirée. Un nombre d'événements ajusté significativement différent de zéro pour la catégorie de signal ayant été retirée de l'échantillon serait alors une signature claire d'un bruit de fond piquant.

Cette étude a été menée sur tous les canaux, et les nombres d'événements obtenus pour la catégorie de signal absente sont regroupés dans le tableau 7.8 pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$  et dans le tableau 7.9 pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\gamma)h^\pm$ . Ces résultats montrent que la fonction de densité de probabilité du bruit de fond décrit bien les composantes potentiellement piquantes puisque le nombre d'événements de signal sont tous compatibles avec 0.

## 7.4 Validations de l'ajustement

### 7.4.1 Validation par les $sPlot$

Afin de s'assurer du bon comportement de l'ajustement, il est possible d'utiliser un outil statistique développé au sein de la collaboration *BABAR*, appelé *sPlot* [126]. Cette technique très puissante permet, à partir d'un ajustement par maximum de vraisemblance d'un échantillon composé de  $N_S$  différentes catégories d'événements, de décomposer la distribution d'une variable de contrôle

TABLEAU 7.8 – Nombre d'événements ajustés de signal  $K$  (première ligne) et de signal  $\pi$  (deuxième ligne) lorsque cette composante est enlevée de l'échantillon total, pour les modes  $D^0\pi^0$ .

Mode	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K_S^0\pi^0$	$K_S^0\omega$	$K_S^0\phi$
Nombre d'événements signal $K$ ajustés quand le signal $K$ est retiré	$19,7 \pm 19,5$	$-3,2 \pm 7,7$	$1,1 \pm 6,7$	$-2,9 \pm 5,1$	$-5,2 \pm 5,0$	$2,5 \pm 2,6$
Nombre d'événements signal $\pi$ ajustés quand le signal $\pi$ est retiré	$13,8 \pm 60,4$	$-11,2 \pm 6,3$	$14,1 \pm 22,8$	$-5,1 \pm 17,1$	$-23,5 \pm 17,9$	$-2,4 \pm 11,2$

TABLEAU 7.9 – Nombre d'événements ajustés de signal  $K$  (première ligne) et de signal  $\pi$  (deuxième ligne) lorsque cette composante est enlevée de l'échantillon total, pour les modes  $D^0\gamma$ .

Mode	$K\pi$	$\pi\pi$	$KK$	$K_S^0\pi^0$	$K_S^0\omega$	$K_S^0\phi$
Nombre d'événements signal $K$ ajustés quand le signal $K$ est retiré	$23,5 \pm 22,2$	$-4,2 \pm 3,3$	$-0,6 \pm 6,8$	$-3,1 \pm 4,5$	$-2,9 \pm 4,4$	$3,5 \pm 3,8$
Nombre d'événements signal $\pi$ ajustés quand le signal $\pi$ est retiré	$-37,2 \pm 64,8$	$7,4 \pm 9,6$	$-19,3 \pm 20,4$	$23,8 \pm 18,7$	$1,5 \pm 16,3$	$7,2 \pm 11,0$

en chacune de ses  $N_S$  composantes (relatives chacune à une catégorie d'événements), et ce sans connaissance *a priori* de ces distributions. Seule la distribution de la variable de contrôle de l'échantillon complet est connue.

Le principe en est le suivant : considérons un échantillon que l'on veut analyser par un ajustement par maximum de vraisemblance afin de mesurer les fractions de chaque catégorie. Notons :

- $N$  le nombre total d'événements dans l'échantillon ;
- $N_S$  le nombre total de catégories d'événements dans l'échantillon ;
- $N_i$  le nombre total ajusté d'événements de catégorie  $i$  dans l'échantillon ;
- $\vec{d}$  l'ensemble des variables sur lesquelles est réalisé l'ajustement, appelées aussi variables discriminantes ;
- $f_i$  la fonction de densité de probabilité des variables discriminantes pour la catégorie d'événements  $i$  ;
- $f_i(\vec{d}_e)$  la valeur de  $f_i$  pour l'événement  $e$  ;
- $x$  un ensemble de variables n'entrant pas dans l'ajustement, appelées aussi variables de contrôle.

Par exemple, dans cette analyse, nous avons  $N_S = 4$ ,  $\vec{d} \equiv (\Delta E_K, y)$ ,  $f_i = \mathcal{P}_i$  (équation (7.7)).

La technique des *sPlot* consiste à calculer  $N_S$  poids pour chaque événement  $e$  en utilisant la matrice de covariance de l'ajustement :

$$s\mathcal{P}_n(\vec{d}_e) = \frac{\sum_{j=1}^{N_S} V_{nj} f_j(\vec{d}_e)}{\sum_{k=1}^{N_S} N_k f_k(\vec{d}_e)} \quad (7.10)$$

avec  $n = 1 \dots N_S$ . La distribution de la variable de contrôle  $x$ , pour la catégorie d'événements  $n$ , est obtenue en pondérant chaque événement de la distribution de  $x$  de l'échantillon complet par ces  $s\mathcal{P}_n(\vec{d}_e)$ . On appelle *sPlot* la distribution ainsi obtenue.

Ainsi, lors d'un ajustement sur un échantillon Monte Carlo composé de  $N_S$  catégories d'événements, les *sPlot* de  $x$  pour chaque catégorie peuvent être comparés aux distributions Monte Carlo. Si le comportement de l'ajustement est correct, les *sPlot* doivent les reproduire.

Nous avons étudié les *sPlot* des variables  $m_{ES}$ ,  $\Delta m$  et  $m_{D^0}$ , pour les quatre catégories d'événements, obtenus à partir de notre ajustement par maximum de vraisemblance. Les distributions sont présentées sur les figure 7.9 à 7.14. Elles sont comparées avec les distributions Monte Carlo attendues. L'accord entre les *sPlot* et les distributions Monte Carlo est excellent pour toutes les variables, tous les canaux, et toutes les catégories d'événements : ceci prouve que l'ajustement discrimine très bien les différentes catégories d'événements. En ce qui concerne les variables  $\Delta m$  et  $m_{D^0}$ , les projections sur les composantes de bruit de fond piquent autant que les projections sur le signal : ceci signifie

que ces événements de bruit ont été reconstruits avec un vrai  $D^*$  et un vrai  $D$ . Ceci est en accord avec ce que nous avons déjà observé dans la section 6.4.2 qui avait montré qu’une majeure partie du bruit de fond provenait de ces types d’événements. L’ajout de ces variables dans l’ajustement n’apporterait alors aucune amélioration. Les *sPlot* de  $m_{ES}$  montrent la forme Argus [127] typique pour le bruit de fond. La distribution entre le signal et le bruit est assez différente, néanmoins l’amélioration apportée par l’ajout de cette variable à l’ensemble des variables d’ajustement n’est probablement pas suffisamment grande par rapport aux complications éventuelles qu’elle pourrait engendrer (corrélations, paramétrisation). Nous avons donc décidé de la laisser de côté.

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$$

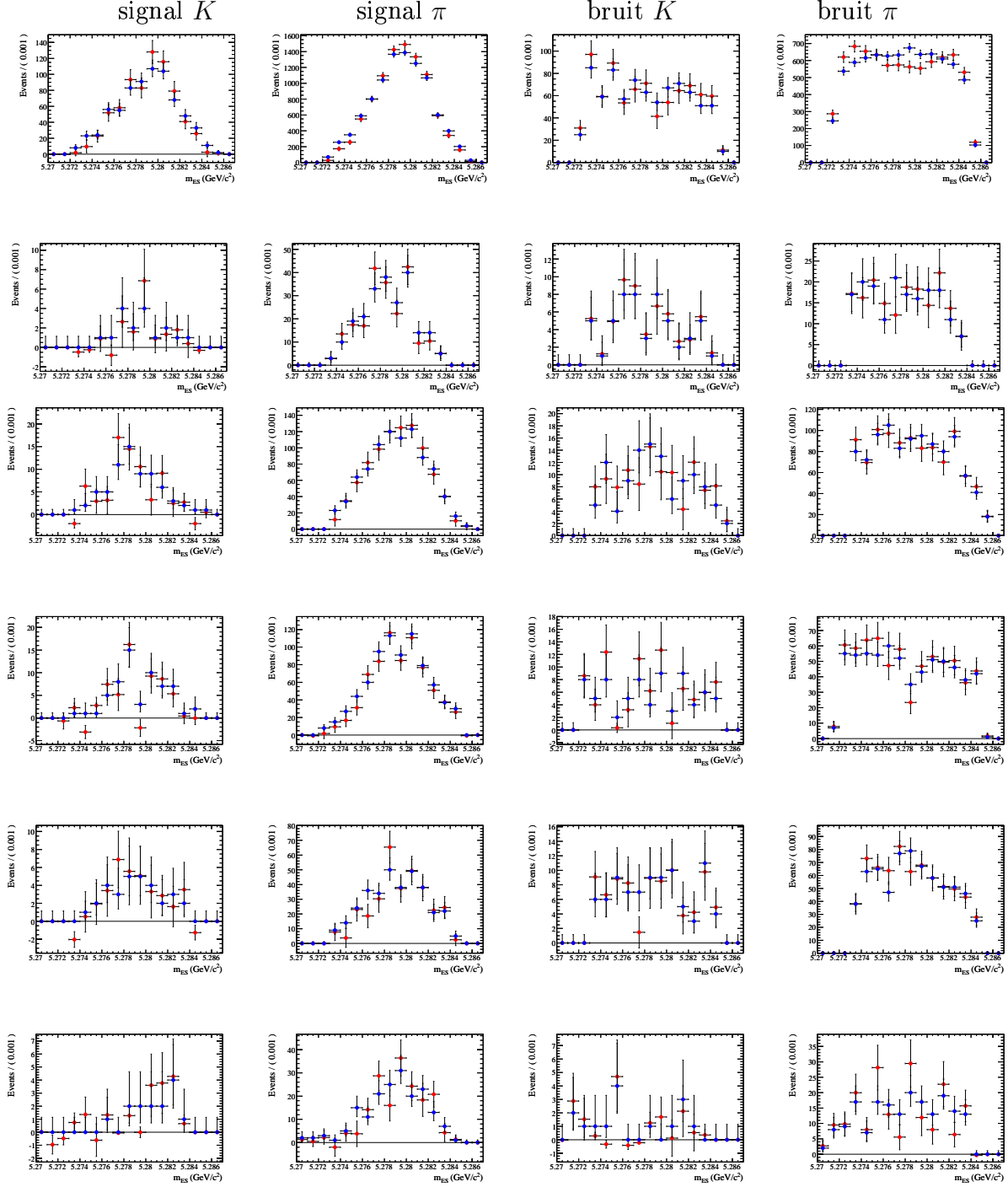


FIGURE 7.9 – Distribution de  $m_{ES}$  ( $\text{GeV}/c^2$ ) pour l'échantillon Monte Carlo  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \pi^0) h^\pm$  (en bleu) et pour le  $sPlot$  correspondant (en rouge). De gauche à droite : signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

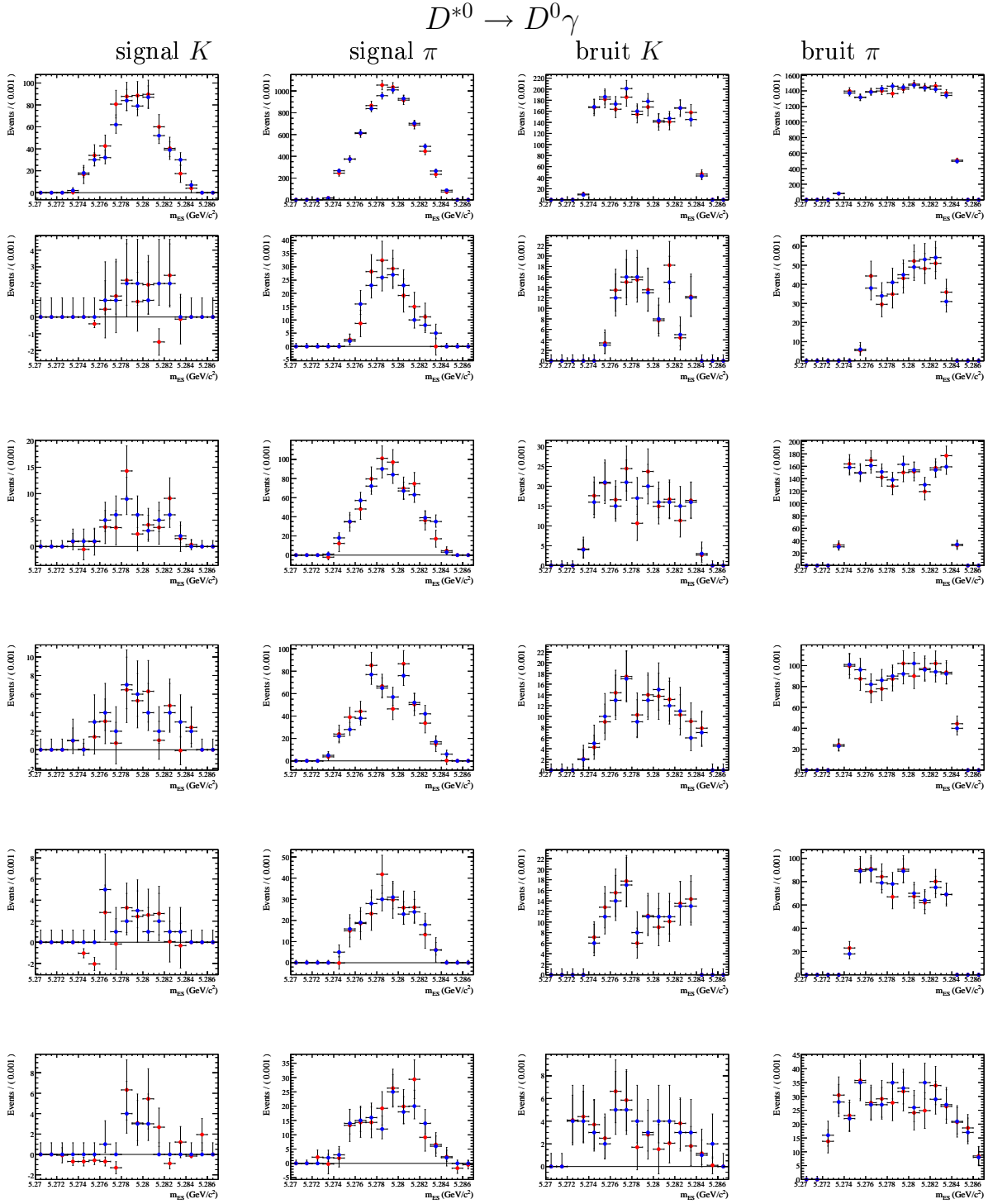


FIGURE 7.10 – Distribution de  $m_{ES}$  ( $\text{GeV}/c^2$ ) pour l'échantillon Monte Carlo  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$  (en bleu) et pour le  $sPlot$  correspondant (en rouge). De gauche à droite : signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

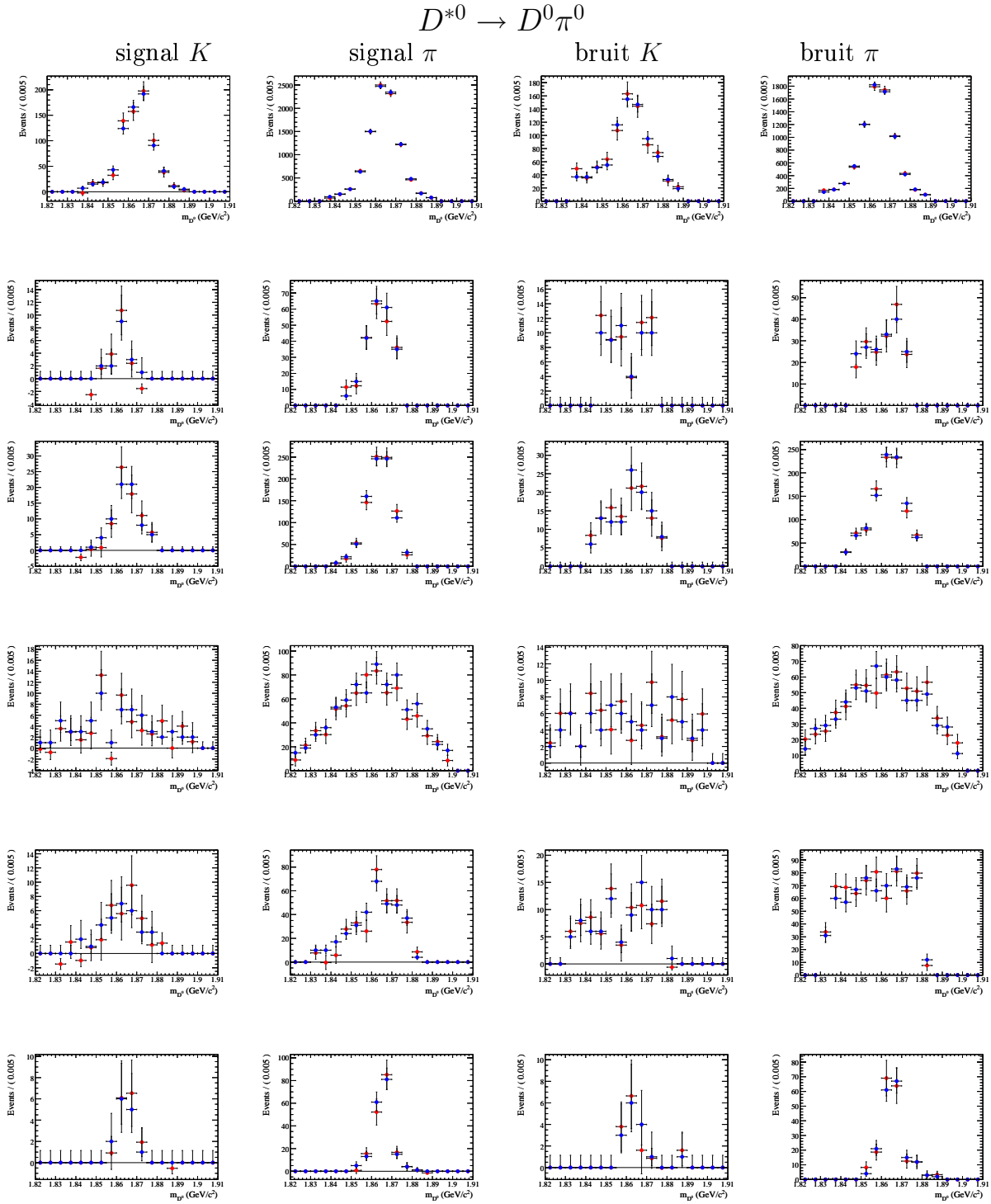


FIGURE 7.11 – Distribution de  $m_{D^0}$  ( $\text{GeV}/c^2$ ) pour l'échantillon Monte Carlo  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \pi^0) h^\pm$  (en bleu) et pour le  $sPlot$  correspondant (en rouge). De gauche à droite : signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

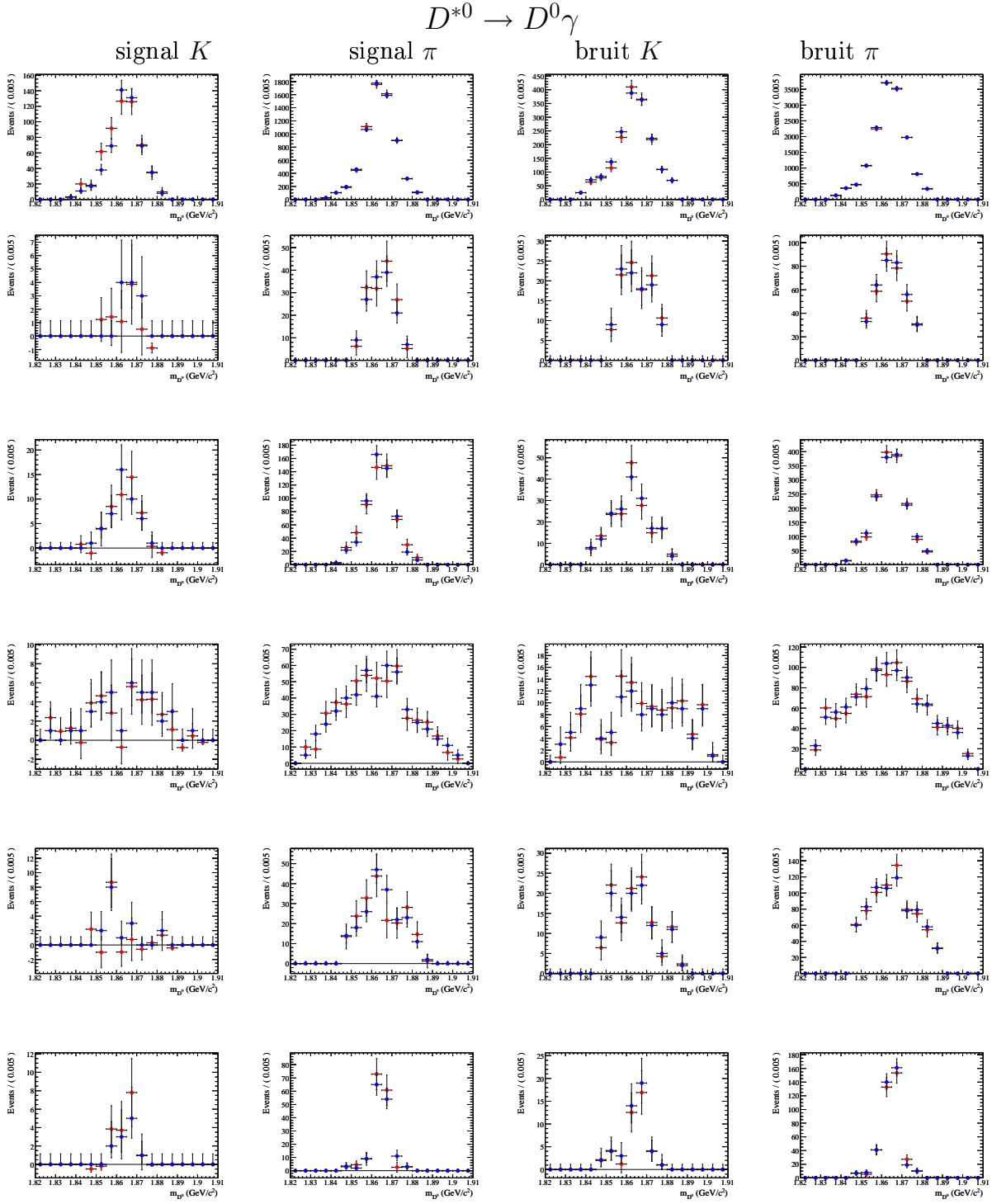


FIGURE 7.12 – Distribution de  $m_{D^0}$  (GeV/c<sup>2</sup>) pour l'échantillon Monte Carlo  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$  (en bleu) et pour le  $sPlot$  correspondant (en rouge). De gauche à droite : signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .



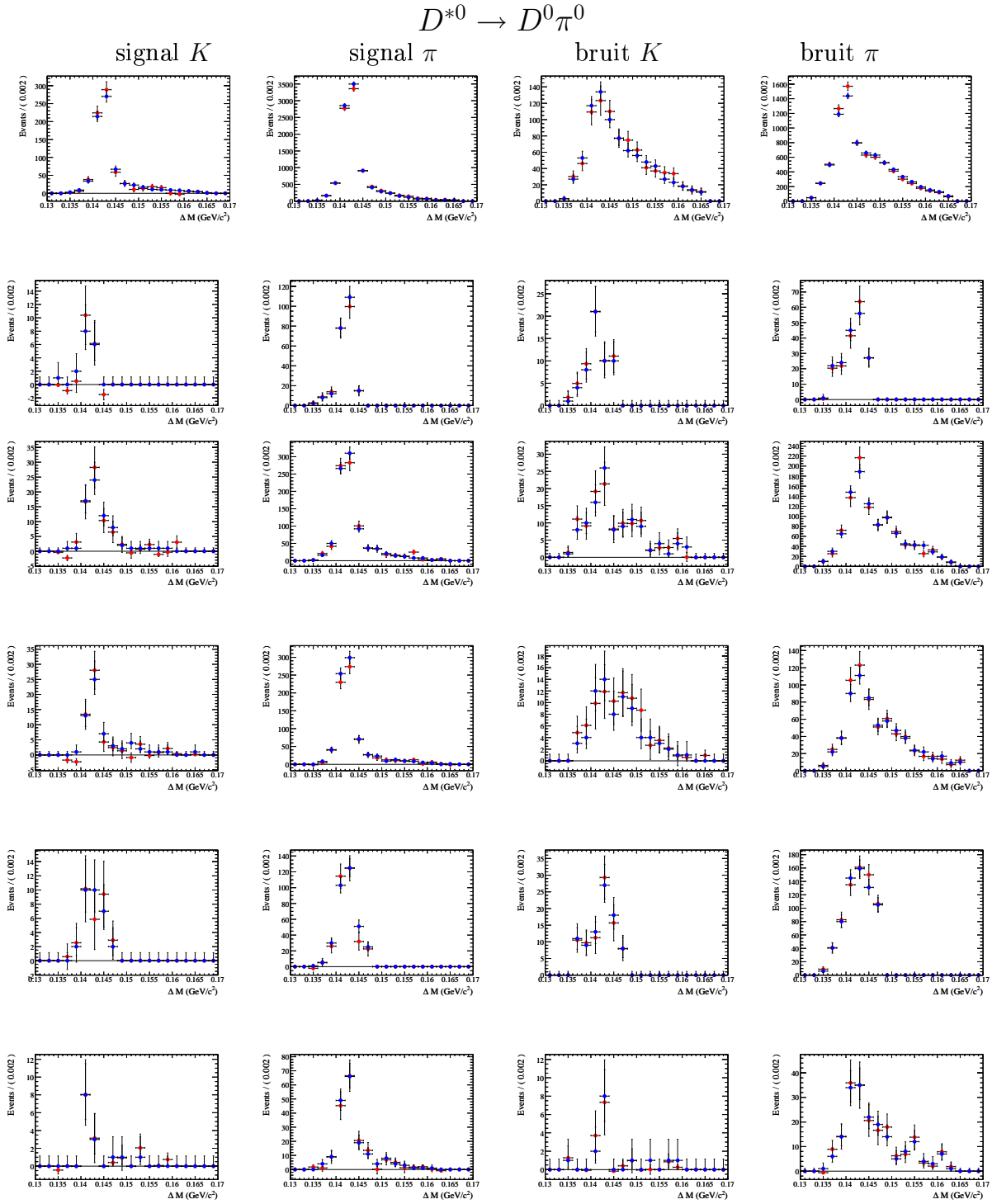


FIGURE 7.13 – Distribution de  $\Delta m$  ( $\text{GeV}/c^2$ ) pour l'échantillon Monte Carlo  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$  (en bleu) et pour le  $s\text{Plot}$  correspondant (en rouge). De gauche à droite : signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ .

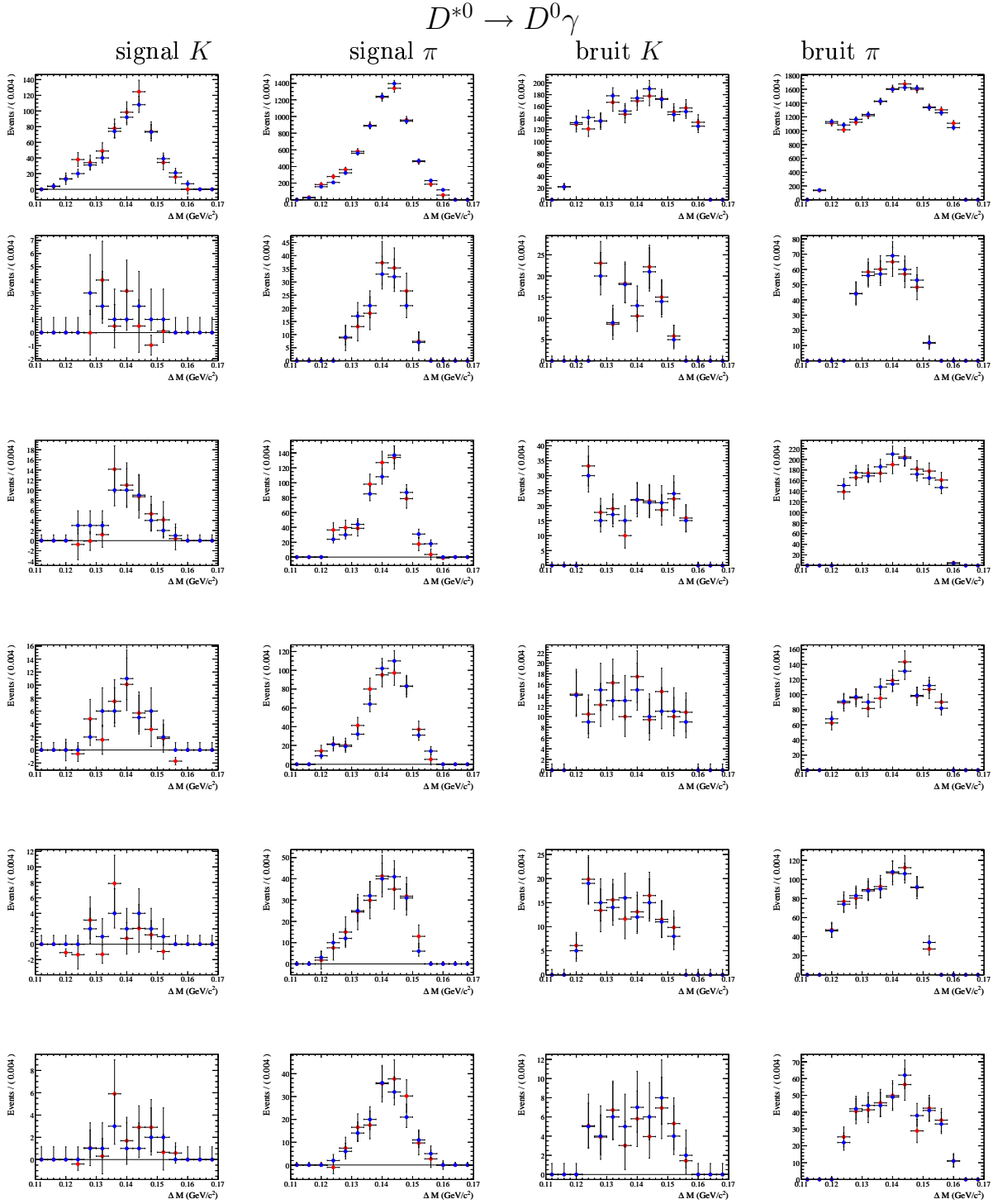


FIGURE 7.14 – Distribution de  $\Delta m$  ( $\text{GeV}/c^2$ ) pour l'échantillon Monte Carlo  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$  (en bleu) et pour le  $sPlot$  correspondant (en rouge). De gauche à droite : signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

## 7.4.2 Validations par une étude Monte Carlo à haute statistique

### Etude sans corrélation

Afin de s'assurer que l'ajustement ne présente pas de comportement pathologique, nous réalisons une étude Monte Carlo à haute statistique : nous générons des échantillons selon la fonction de densité de probabilité totale entrant dans la définition de la vraisemblance, puis nous ajustons l'échantillon obtenu avec la même fonction de densité de probabilité. Lors de la génération de l'échantillon, nous autorisons le nombre total d'événements à fluctuer selon une loi Poissonienne. Pour chaque catégorie  $i$  ( $i \in \{\text{signal } K, \text{signal } \pi, \text{bruit } K, \text{bruit } \pi\}$ ), on note  $N_{fit}^i$  le nombre d'événements ajustés pour la catégorie  $i$ ,  $N_{th}^i$  le nombre attendu, et  $\sigma$  l'incertitude sur le nombre ajusté. Si l'ajustement n'est pas biaisé, alors la distribution de la quantité  $\frac{N_{fit} - N_{th}}{\sigma}$ , appelée *pull*, doit suivre une distribution gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type égal à 1, d'après le théorème central limite [121].

Nous avons mené cette étude sur un ensemble de 400 pseudo-expériences. Les distributions des *pulls* obtenues, ainsi que l'ajustement de ces distributions par une gaussienne dont la moyenne et l'écart-type sont laissés libres, sont données figure 7.15 et figure 7.16. Les résultats sont dans l'ensemble bons, la largeur des distributions étant compatible avec 1, et les moyennes étant proches de 0 (pour la plupart dans la région  $\pm 2\sigma$ ).

### Etude avec corrélations

Une telle étude Monte Carlo suppose néanmoins que la distribution bidimensionnelle puisse s'écrire comme le produit de deux fonctions de densité de probabilité. Elle néglige donc les corrélations entre  $\Delta E_K$  et  $y$ . Afin de prendre en compte ces corrélations dans le signal, nous réalisons une étude Monte Carlo similaire, mais en utilisant cette fois-ci les échantillons Monte Carlo exclusifs de signal pour générer le signal des pseudo-expériences. Pour le bruit de fond, les échantillons ne sont malheureusement pas assez gros, et nous continuons d'utiliser les fonctions de densité de probabilité issues de la paramétrisation pour les générer. Les résultats obtenus avec ces nouvelles pseudo-expériences sont présentés sur les figures 7.17 et 7.18. La largeur des distributions est compatible avec 1 pour le signal et pour le bruit de fond. La moyenne des distributions est également bonne. Des décalages sont parfois observés, néanmoins ils restent faibles, aussi ne les corrigeons-nous pas dans la suite.

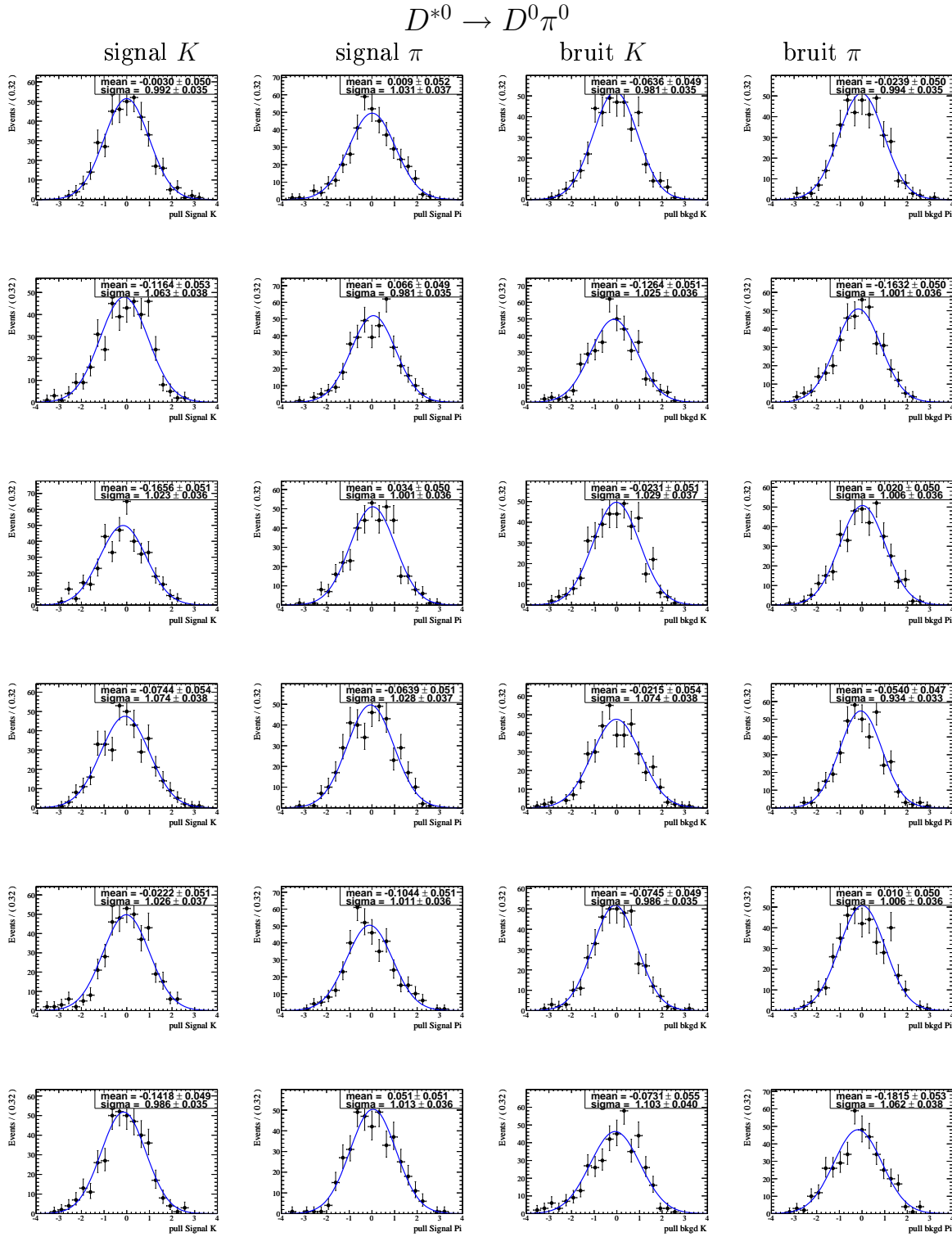


FIGURE 7.15 – Distribution des pulls de l'étude Toy Monte Carlo (réalisée avec 400 pseudo-expériences) ajustée par une gaussienne, pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \pi^0) h^\pm$ . De gauche à droite : pull pour le signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

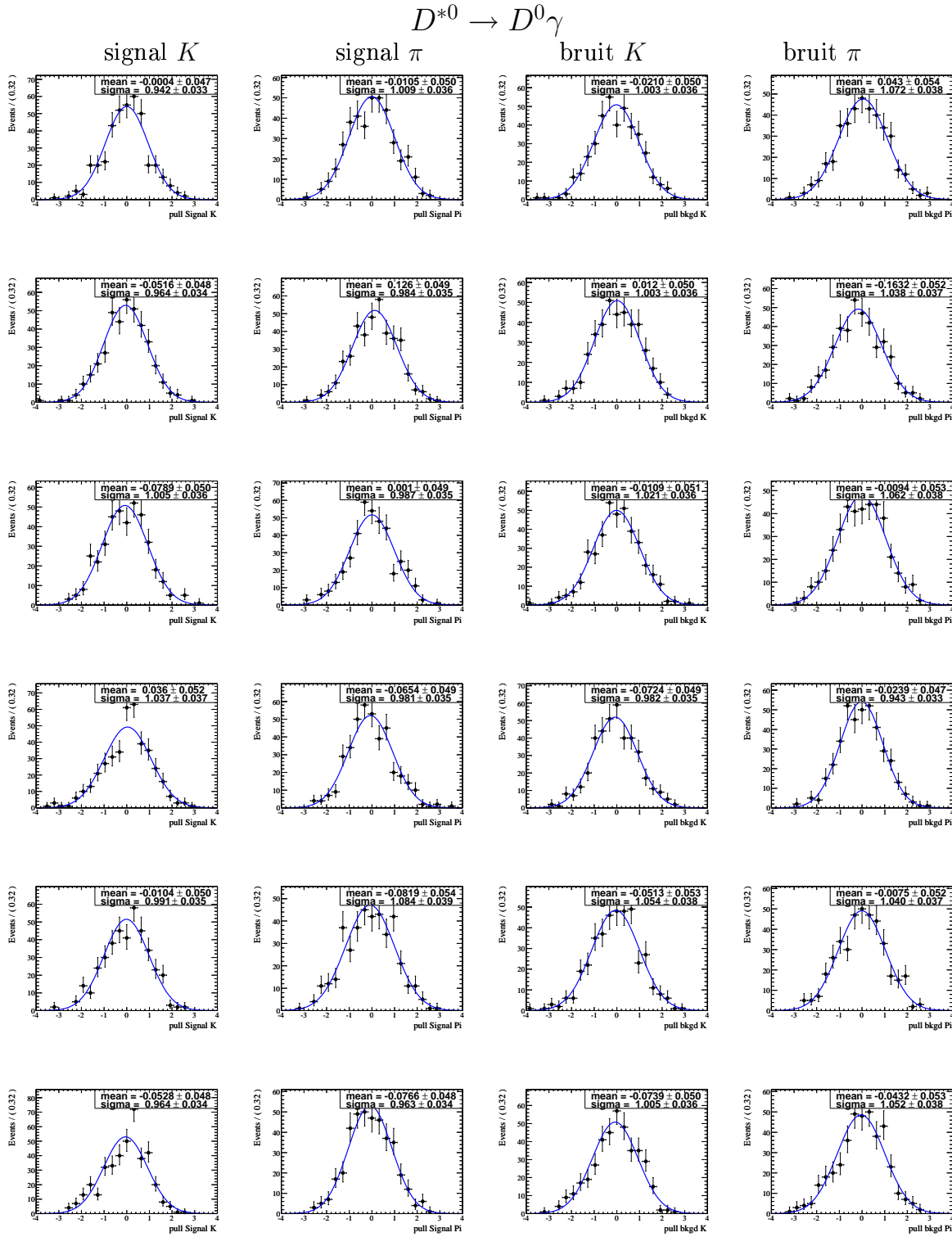


FIGURE 7.16 – Distribution des pulls de l'étude Toy Monte Carlo (réalisée avec 400 pseudo-expériences) ajustée par une gaussienne, pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$ . De gauche à droite : pull pour le signal K, signal  $\pi$ , bruit K, bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

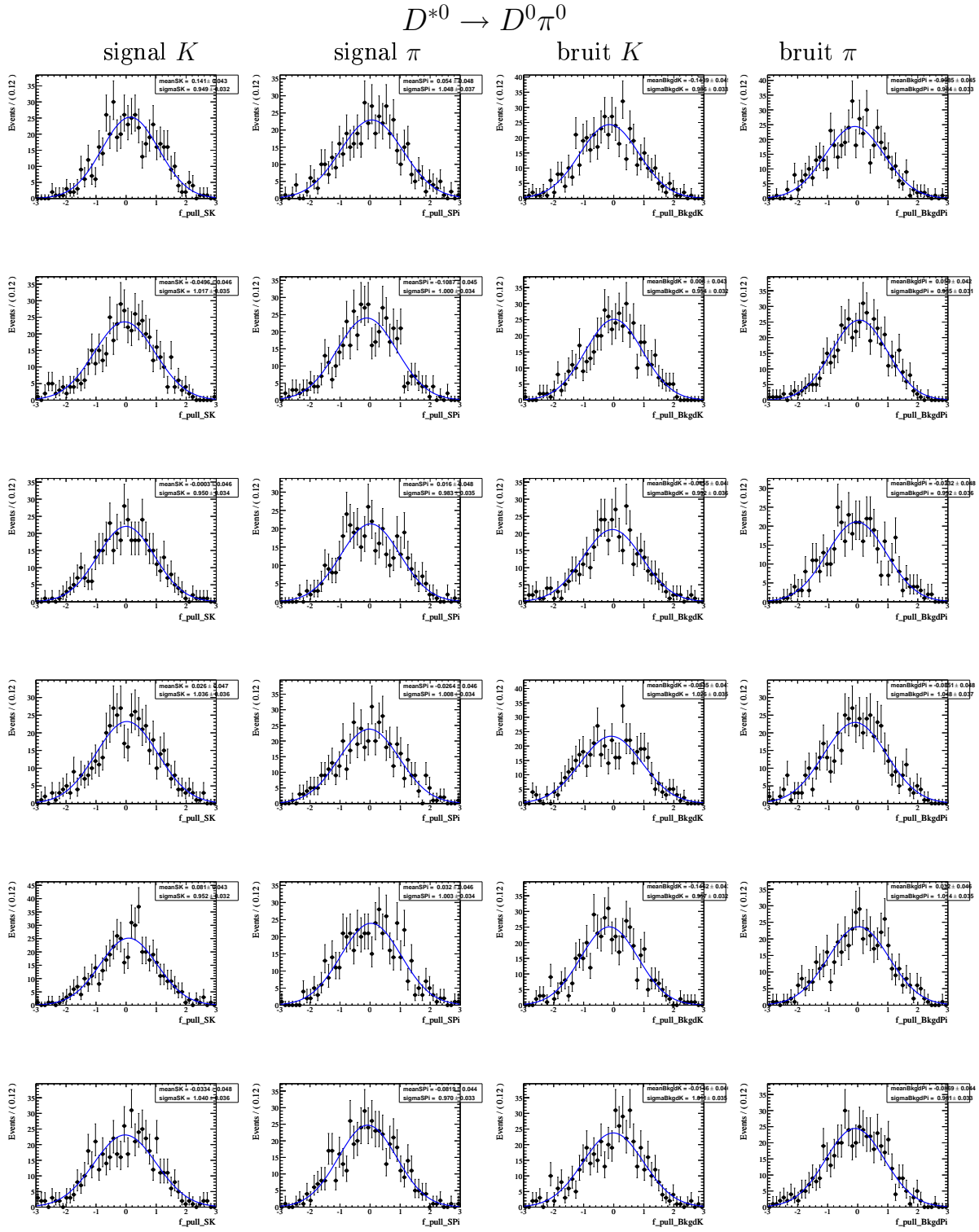


FIGURE 7.17 – Distribution des pulls de l'étude Monte Carlo avec corrélations (réalisée avec 500 pseudo-expériences) ajustée par une gaussienne, pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \pi^0) h^\pm$ . De gauche à droite : pull pour le signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

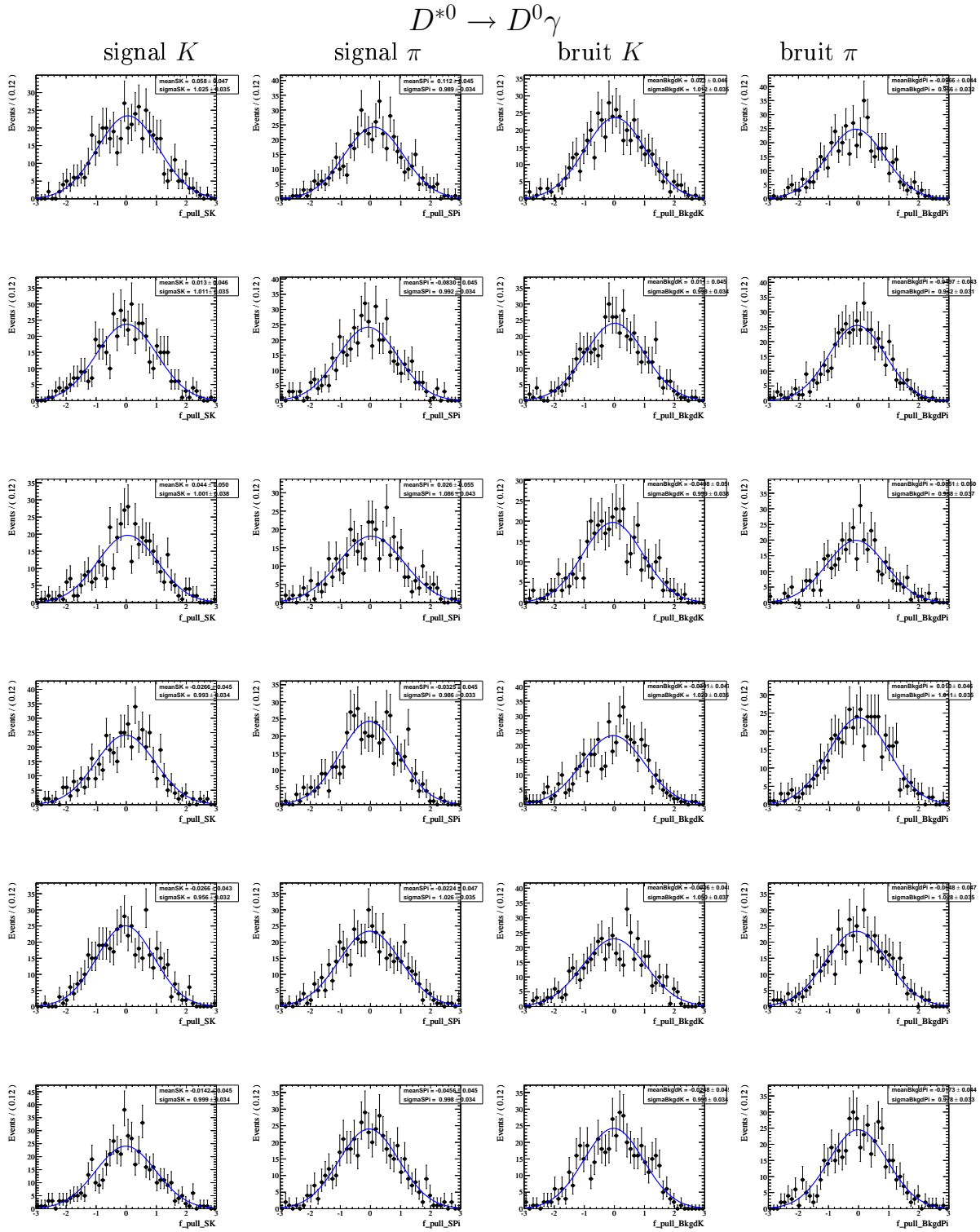


FIGURE 7.18 – Distribution des pulls de l'étude Monte Carlo avec corrélations (réalisée avec 500 pseudo-expériences) ajustée par une gaussienne, pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$ . De gauche à droite : pull pour le signal  $K$ , signal  $\pi$ , bruit  $K$ , bruit  $\pi$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

### 7.4.3 Vérifications complémentaires

#### Influence de l'impulsion de la trace rapide

La distribution de  $y$  montre une dépendance avec l'impulsion  $p$  de la trace rapide (cela est illustré dans la section 8.1.2). Nous avons étudié l'amélioration potentielle de l'ajustement apportée par la prise en compte de cette dépendance en impulsion. Pour cela, nous avons considéré une fonction de densité de probabilité d'identification  $K/\pi$  bidimensionnelle  $(y, p)$  décrite par un histogramme. Nous avons réalisé l'ajustement en utilisant cette nouvelle paramétrisation, et avons fait varier le nombre de pas en impulsion dans la fonction de densité de probabilité. Nous donnons dans le tableau 7.10 un exemple des résultats obtenus dans le cadre d'un ajustement avec 1 pas en impulsion (qui correspond donc au fit traditionnel, puisque il n'existe pas de dépendance) et 5 pas en impulsion. Cet exemple montre que la différence entre les deux méthodes n'est pas significative, et l'inclusion de la dépendance en impulsion ne modifie pas les résultats de l'ajustement. Nous avons vérifié (non montré ici) que ceci reste vrai en utilisant un autre nombre de pas, et quel que soit le mode étudié.

TABLEAU 7.10 – Nombre d'événements ajustés pour le mode  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$ ,  $D^0 \rightarrow \pi\pi$  en considérant une fonction de densité de probabilité de  $y$  dépendante en impulsion, avec un seul et cinq pas en impulsion de la trace rapide.

Nombre d'événements ajustés	1 pas en impulsion	5 pas en impulsion
Signal $K$	$7,26 \pm 3,54$	$7,43 \pm 3,41$
Signal $\pi$	$135,89 \pm 14,06$	$132,87 \pm 13,78$
Bruit $K$	$40,39 \pm 6,72$	$40,31 \pm 6,64$
Bruit $\pi$	$119,46 \pm 13,39$	$122,40 \pm 13,34$

#### Influence du nombre de pas sur la paramétrisation de $y$

Nous avons également étudié la dépendance des résultats de l'ajustement avec le nombre de pas utilisés dans la fonction de densité de probabilité de  $y$ . En effet :

- il se pourrait qu'un nombre trop petit de pas réduise significativement la performance de la séparation  $K/\pi$ , et de ce fait diminue la puissance statistique de l'ajustement ;
- d'un autre côté, un nombre trop important de pas pourrait mener à des pas vides dans la fonction de densité de probabilité de  $y$ , ce qui conduirait à une probabilité nulle pour un événement de données tombant dans ce pas : cela générerait un biais systématique.

Pour étudier cet effet, nous avons donc effectué plusieurs ajustements en faisant varier le nombre de pas dans la fonction de densité de probabilité de  $y$ . Les résultats dans le cadre de l'étude du mode  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$  sont donnés sur la figure 7.19. Des résultats similaires ont été obtenus pour les autres modes. Ils montrent que :

- les résultats de l'ajustement ne dépendent pas du nombre de pas utilisés sur la plupart de la plage où le nombre de pas est plus grand que 1 ;
- nous n'obtenons des résultats très distants des valeurs attendues que dans le cas où l'on utilise un seul pas, c'est-à-dire dans le cas où la séparation  $K/\pi$  n'est plus effectuée.

Ceci prouve, comme nous l'avons déjà évoqué dans la section 7.1.2, que la variable  $\Delta E_K$ , en plus de sa discrimination signal/bruit, joue un rôle important dans la séparation  $K/\pi$ . Une description détaillée de  $y$  n'est pas importante, puisque les résultats obtenus avec seulement deux pas sont presque identiques à ceux obtenus avec plus de cent pas. La valeur du signe de  $y$  détermine presque complètement la nature de la trace rapide. Dans l'ajustement final, nous utilisons un total de 30 pas, qui semble être un bon compromis.



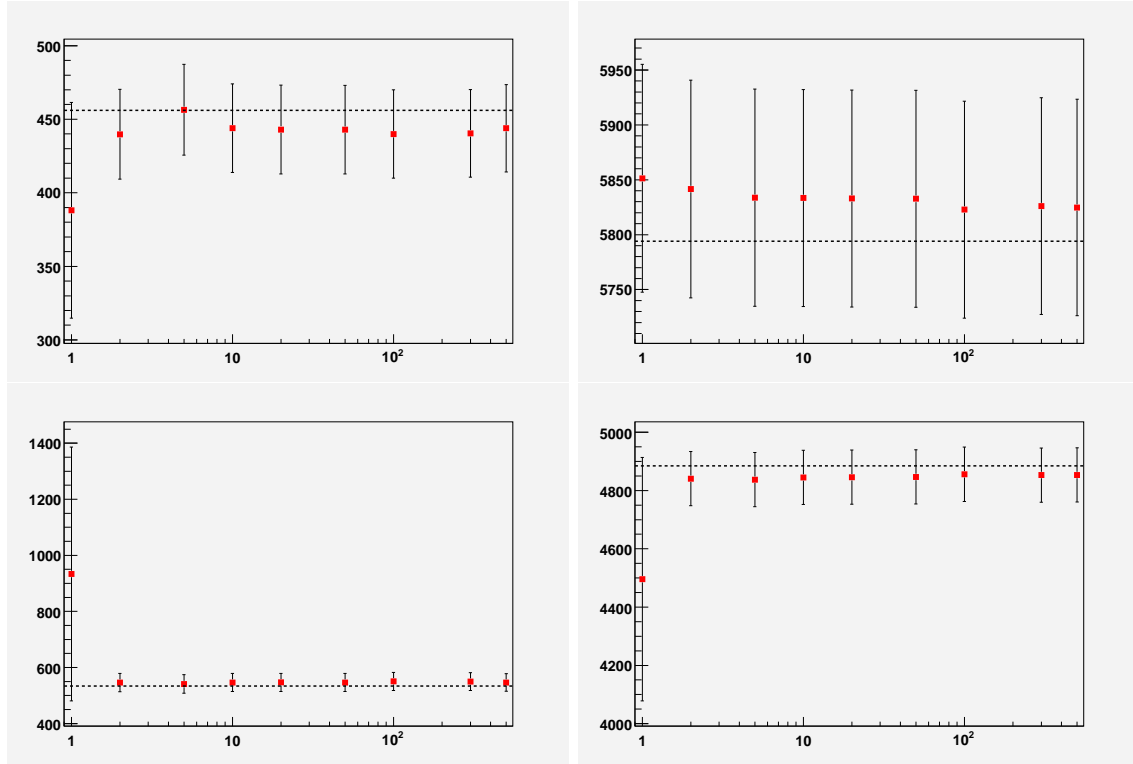


FIGURE 7.19 – Nombre d'événements obtenus par l'ajustement en fonction du nombre de pas utilisés dans la définition de la fonction de densité de probabilité de  $y$  pour le mode  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$ . La position de la ligne horizontale en pointillés indique le nombre d'événements attendus (c'est-à-dire inclus dans la simulation) pour la catégorie en question. En haut figure le signal, en bas le bruit de fond, à gauche la catégorie  $K$ , et à droite la catégorie  $\pi$ .

## 7.5 Mesure sur le Monte Carlo générique

Avant d'effectuer l'ajustement sur les données, nous faisons une ultime vérification pour nous assurer que l'ajustement est sous contrôle. Pour cela, nous effectuons une mesure sur le Monte Carlo de la même façon que cela sera fait sur les données. Pour réaliser cette mesure, nous n'utilisons plus du signal  $K$  et du signal  $\pi$  provenant des échantillons Monte Carlo exclusifs comme nous l'avons fait jusqu'à présent. Nous prenons ce signal au sein même du générique  $B^+B^-$ . Le reste du Monte Carlo est défini de la manière habituelle, en prenant un cocktail de Monte Carlo de générique et de continuum. Cette ultime vérification vise à retrouver par l'ajustement les valeurs des observables GLW telles qu'elles ont été générées<sup>4</sup> dans la simulation Monte Carlo, c'est-à-dire de retrouver  $\mathcal{A}_{CP\pm}^*$ , et les rapports  $\mathcal{R}_{CP\pm}^*$  pour tous les modes.

### 7.5.1 Ajustement final

Pour mesurer les asymétries de charge, nous pourrions effectuer deux ajustements séparés : un sur un échantillon ne contenant que les  $B^+$ , un second sur un échantillon ne contenant que des  $B^-$ . Le nombre d'événements ajusté pour chaque catégorie permettrait alors de calculer les asymétries à la main, et les incertitudes obtenues sur les rapports d'embranchement devraient être propagées aux observables. Il est en fait plus judicieux d'ajuster directement les observables qui nous intéressent. Nous changeons donc les paramètres inclus dans l'ajustement.

Tout d'abord, afin de pouvoir mesurer directement les asymétries, nous rajoutons la distinction du signe de la charge des candidats  $B$  dans les paramètres utilisés. Ceci nous conduit à utiliser neuf paramètres<sup>5</sup> dans l'ajustement au lieu de cinq. Les fonctions de densité de probabilité restent bien entendu les mêmes pour une catégorie d'événements donnée quel que soit le signe du candidat. La relation entre l'asymétrie  $CP$  et le nombre d'événements  $N_{\pm}^i$  de la catégorie  $i$  avec un candidat  $B$  de signe  $\pm$  est :

$$N_{\pm}^i = \frac{N_{Tot}^i}{2}(1 \mp \mathcal{A}_{CP}^{*i}) \quad (7.11)$$

L'observable  $R_{K\pi}^*$  est introduite à travers le nombre d'événements total pour la catégorie signal  $K$  :

$$N_{\pm}^{Signal\ K} = \frac{R_{K\pi}^* N_{Tot}^{Signal\ \pi}}{2}(1 \mp \mathcal{A}_{CP}^{*Signal\ K}) \quad (7.12)$$

L'ajustement ne comporte donc non plus cinq mais neuf paramètres :  $R_{K\pi}^*$ ,  $\mathcal{A}_{CP}^{*Signal\ K}$ ,  $\mathcal{A}_{CP}^{*Signal\ \pi}$ ,  $\mathcal{A}_{CP}^{*Bruit\ K}$ ,  $\mathcal{A}_{CP}^{*Bruit\ \pi}$ ,  $N_{Tot}^{Signal\ \pi}$ ,  $N_{Tot}^{Bruit\ K}$ ,  $N_{Tot}^{Bruit\ \pi}$ , et la position de la gaussienne de coeur du signal  $\pi$ .

### 7.5.2 Résultats

Les résultats de cette étude sont résumés dans le tableau 7.11. La première incertitude correspond à l'incertitude statistique, et la deuxième à l'incertitude systématique. Celle-ci est estimée comme sur les données. Le détail du calcul des incertitudes systématiques est donné dans la section 8.2. Des représentations graphiques sont données dans l'Annexe C.

Nous pouvons moyenner ces résultats, et le comparer à la simulation :

---

<sup>4</sup>A noter que ce sont les rapports d'embranchement qui sont définis dans la simulation (à partir desquels on calcule les observables GLW) et non les observables elles-mêmes.

<sup>5</sup>4 catégories×2 sous-catégories+la moyenne de la gaussienne de coeur du signal  $\pi$ .

TABLEAU 7.11 – Résultats de l’ajustement sur le Monte Carlo générique pour les modes  $D^* \rightarrow D\pi^0$  (tableau du haut) et  $D^* \rightarrow D\gamma$  (tableau du bas).

Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
$K\pi$	$0,01304 \pm 0,04952 \pm 0,00719$	$0,08393 \pm 0,00434 \pm 0,00291$	-
$\pi\pi$	$-0,34821 \pm 0,41560 \pm 0,01080$	$0,05519 \pm 0,02581 \pm 0,00560$	$0,65759 \pm 0,30948 \pm 0,06664$
$KK$	$0,06244 \pm 0,13361 \pm 0,01528$	$0,09829 \pm 0,01383 \pm 0,00460$	$1,17111 \pm 0,17583 \pm 0,05475$
$K_S^0\pi^0$	$-0,39969 \pm 0,22911 \pm 0,04237$	$0,05972 \pm 0,01412 \pm 0,00343$	$0,71149 \pm 0,17226 \pm 0,04097$
$K_S^0\omega$	$0,08485 \pm 0,56622 \pm 0,13152$	$0,04685 \pm 0,02851 \pm 0,01210$	$0,55817 \pm 0,34091 \pm 0,14417$
$K_S^0\phi$	$-0,06126 \pm 0,25703 \pm 0,02605$	$0,12378 \pm 0,03568 \pm 0,00836$	$1,47484 \pm 0,43205 \pm 0,09957$

Mode	$\mathcal{A}_{CP}$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
$K\pi$	$-0,12774 \pm 0,06579 \pm 0,01168$	$0,08243 \pm 0,00565 \pm 0,00202$	-
$\pi\pi$	$-0,43859 \pm 1,26619 \pm 0,25368$	$0,02701 \pm 0,03266 \pm 0,00945$	$0,32768 \pm 0,39687 \pm 0,11464$
$KK$	$-0,27622 \pm 0,20663 \pm 0,01877$	$0,08890 \pm 0,01951 \pm 0,00553$	$1,07846 \pm 0,24781 \pm 0,06716$
$K_S^0\pi^0$	$0,39305 \pm 0,24667 \pm 0,01646$	$0,06886 \pm 0,01859 \pm 0,00353$	$0,83538 \pm 0,23259 \pm 0,04278$
$K_S^0\omega$	$0,29768 \pm 0,58270 \pm 0,29787$	$0,05754 \pm 0,03497 \pm 0,03162$	$0,69805 \pm 0,42688 \pm 0,38364$
$K_S^0\phi$	$-0,84821 \pm 0,39672 \pm 0,16481$	$0,07841 \pm 0,03880 \pm 0,02243$	$0,95126 \pm 0,47509 \pm 0,27213$

Kaons :

Mode non  $CP$  :

$$\begin{aligned} R^* &= 0,083 \pm 0,003 \pm 0,002 && \text{Valeur de 0,078 à la génération} \\ \mathcal{A}_{K\pi}^* &= -0,038 \pm 0,040 \pm 0,006 && \text{Pas d'asymétrie de charge pour le mode } K\pi \end{aligned}$$

Modes  $D^* CP+$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP+}^* &= 0,057 \pm 0,107 \pm 0,008 && \text{Pas d'asymétrie de charge dans la simulation} \\ R_+^* &= 0,081 \pm 0,009 \pm 0,002 && \text{Valeur de 0,078 à la génération} \\ \mathcal{R}_{CP+}^* &= 0,962 \pm 0,119 \pm 0,030 && \text{Valeur de 1,0 à la génération} \end{aligned}$$

Modes  $D^* CP-$  :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP-}^* &= -0,234 \pm 0,128 \pm 0,014 && \text{Pas d'asymétrie de charge dans la simulation} \\ R_-^* &= 0,068 \pm 0,010 \pm 0,003 && \text{Valeur de 0,078 à la génération} \\ \mathcal{R}_{CP-}^* &= 0,805 \pm 0,119 \pm 0,031 && \text{Valeur de 1,0 à la génération} \end{aligned}$$

Pions

Mode non  $CP$  :

$$\mathcal{A}_{K\pi,\pi}^* = -0,007 \pm 0,010 \pm 0,001 \quad \text{Pas d'asymétrie attendue pour } B^- \rightarrow D^*\pi^-$$

Mode  $D^* CP+$  :

$$\mathcal{A}_{CP+,\pi}^* = 0,027 \pm 0,029 \pm 0,003 \quad \text{Pas d'asymétrie attendue pour } B^- \rightarrow D^*\pi^-$$

Mode  $D^* CP-$  :

$$\mathcal{A}_{CP-,\pi}^* = 0,002 \pm 0,032 \pm 0,002 \quad \text{Pas d'asymétrie attendue pour } B^- \rightarrow D^*\pi^-$$

Nous pouvons présenter ces résultats sous forme de coordonnées cartésiennes (voir section 3.2.2) à l’aide des équations (3.33) et (3.34) :

$$\begin{aligned} x_{\pm}^* &\equiv r_B^* (\cos(\delta_B^* \pm \gamma)) \\ y_{\pm}^* &\equiv r_B^* \sin(\delta_B^* \pm \gamma) \end{aligned} \quad (7.13)$$

et en terme de l’observable  $z$  :

$$z \equiv \mathcal{R}_{CP+}^* \mathcal{A}_{CP+}^* + \mathcal{A}_{CP-}^* \mathcal{R}_{CP-}^* \quad (7.14)$$

qui doit être nulle d’après l’équation 3.26.

Nous obtenons :

$$\begin{aligned}x_+^* &= -0,021 \pm 0,059 \pm 0,012 \\x_-^* &= 0,100 \pm 0,053 \pm 0,010 \\(r_B^*)^2 &= -0,116 \pm 0,084 \pm 0,021 \\z &= -0,134 \pm 0,150 \pm 0,016\end{aligned}$$

Tous ces résultats sont compatibles avec zéro, comme cela est généré dans la simulation.

## 7.6 Conclusion

Nous mesurons les observables GLW à l'aide d'un ajustement par maximum de vraisemblance étendu bidimensionnel. Nous utilisons la variable  $\Delta E_K$  pour effectuer la séparation entre le signal et le bruit de fond. Nous définissons une variable  $y$  à partir d'un rapport de vraisemblance combinant les informations du SVT, de la DCH, et du DIRC pour effectuer la séparation  $K/\pi$ . Ces deux variables présentent des corrélations très faibles.

Nous avons validé cet ajustement de différentes manières. La technique des *sPlot* a montré que l'ajustement identifie bien les quatre catégories d'événements qu'il contient. Une étude Monte Carlo à haute statistique n'a pas mis en évidence de pathologie pour l'ajustement. Les sources potentielles de bruit de fond piquant sont décrites dans la paramétrisation du bruit de fond. La prise en compte de la dépendance en impulsion et en nombre de pas de la paramétrisation en  $y$  n'ont pas apporté d'amélioration significative à l'ajustement. Enfin, nous avons mené une analyse en aveugle sur le Monte Carlo générique, et avons retrouvé des valeurs compatibles avec les observables GLW attendues d'après les rapports d'embranchement utilisés dans la simulation.



Nous donnons les résultats de l'analyse dans ce dernier chapitre. Tout d'abord, nous effectuons une comparaison entre les données et les simulations Monte Carlo pour certaines variables importantes, utilisées lors de la sélection, et pour les deux variables de l'ajustement. Dans un deuxième temps, nous détaillons le calcul des différentes incertitudes systématiques. Enfin, nous donnons les résultats de l'ajustement mode par mode, puis les valeurs des observables GLW en combinant tous les modes entre eux.

## 8.1 Comparaison des données avec les simulations Monte Carlo

### 8.1.1 Comparaison des distributions des variables

L'optimisation de la sélection a permis de déterminer un ensemble de coupes maximisant la sensibilité au signal  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$ . Néanmoins, dans l'éventualité d'un décalage en position ou en largeur pour les variables de l'optimisation présentant une forme de pic pour le signal, les coupes ne seraient plus optimales et l'efficacité de la sélection pourrait être grandement diminuée. Nous avons donc étudié les décalages potentiels entre les distributions de ces variables pour les simulations Monte Carlo et pour les données.

Afin de rester complètement aveugle, nous avons mené cette comparaison sur les distributions du signal  $\pi$ . Nous avons étudié les variables  $m_{ES}$ ,  $\Delta E_\pi$ ,  $\Delta m$ ,  $m_{D^0}$ ,  $m_{K_S^0}$ ,  $m_{\pi^0}$ ,  $m_\phi$  et  $m_\omega$ . Par ailleurs :

- pour chaque variable, nous appliquons toutes les coupes optimisées pour le mode correspondant, déterminées dans la partie 6.3, sauf la coupe sur la variable considérée ;
- nous appliquons une coupe sur le sélecteur de kaons `KLHNotPion` (la trace doit échouer `KLHNotPion`) afin de sélectionner principalement des  $\pi$  ;
- nous utilisons  $\Delta E_\pi$  ici, c'est-à-dire  $\Delta E$  calculée avec l'hypothèse de masse  $\pi$ . Nous prenons les mêmes coupes pour  $\Delta E_\pi$  que celles obtenues pour  $\Delta E_K$ , puisque pour l'hypothèse  $\pi$ ,  $\Delta E_\pi$  pique à 0 GeV.

Pour chaque variable, la paramétrisation de la distribution est la même pour tous les modes. Dans le cas de  $m_{ES}$ , nous utilisons la somme d'une fonction Argus [127] et d'une gaussienne, décrivant respectivement le bruit de fond et le signal. Pour toutes les autres variables, nous utilisons la somme d'une gaussienne pour le signal et d'un polynôme de Chebychev pour le bruit de fond.

Nous réalisons un ajustement par maximum de vraisemblance sur un cocktail de Monte Carlo de générique et de continuum. Le signal est pris au sein du Monte Carlo exclusif. Tous les échantillons sont normalisés à une luminosité égale à la luminosité des données. Nous réalisons les mêmes ajustement sur les données. Les résultats obtenus pour les moyennes et les largeurs des gaussiennes de signal sont résumés sur les figures D.1 à D.4 (en annexe). Par ailleurs, nous donnons la différence des positions entre les données et le Monte Carlo sur les figures D.5 et D.6. Un résumé est donné

dans le tableau 8.1.

TABLEAU 8.1 – Décalage entre les données et le Monte Carlo sur la moyenne de la position de variables de l’optimisation présentant un pic (voir aussi l’Annexe D). Dans le cas de la variable  $m_{D^0}$ , la moyenne est effectuée séparément pour les modes avec et sans  $K_S^0\pi^0$ .

Variable	Moyenne du décalage entre données et Monte Carlo	Signifiante du décalage
$\mu_{\Delta E\pi}^{DATA} - \mu_{\Delta E\pi}^{MC}$	$-1,69 \pm 0,19 \text{ MeV}$	-8,9
$\mu_{m_{ES}}^{DATA} - \mu_{m_{ES}}^{MC}$	$-242 \pm 20 \text{ keV}/c^2$	-12,1
$\mu_{\Delta M}^{DATA} - \mu_{\Delta M}^{MC}$	$-134 \pm 26 \text{ keV}/c^2$	-5,2
$\mu_{m_{D^0}}^{DATA} - \mu_{m_{D^0}}^{MC}$ (Tous les modes sauf $K_S^0\pi^0$ )	$-923 \pm 52 \text{ keV}/c^2$	-17,8
$\mu_{m_{D^0}}^{DATA} - \mu_{m_{D^0}}^{MC}$ (Modes avec $K_S^0\pi^0$ )	$2800 \pm 710 \text{ keV}/c^2$	3,9
$\mu_{m_{K_S^0}}^{DATA} - \mu_{m_{K_S^0}}^{MC}$	$-220 \pm 74 \text{ keV}/c^2$	-3,0
$\mu_{m_{\pi^0}}^{DATA} - \mu_{m_{\pi^0}}^{MC}$	$820 \pm 420 \text{ keV}/c^2$	2,0
$\mu_{m_\omega}^{DATA} - \mu_{m_\omega}^{MC}$	$0 \pm 540 \text{ keV}/c^2$	0
$\mu_{m_\phi}^{DATA} - \mu_{m_\phi}^{MC}$	$180 \pm 220 \text{ keV}/c^2$	0,8
$\mu_{Fisher}^{DATA} - \mu_{Fisher}^{MC}$	$(-2,62 \pm 0,76) \times 10^{-2}$	-3,4

Les résultats montrent un relativement bon accord entre les données et le Monte Carlo pour la position des moyennes, et un excellent accord pour les largeurs. Les modes  $CP$  impairs possèdent des incertitudes plus importantes, du fait de la petite efficacité de sélection du signal qui mène à une statistique plus faible. Les résultats sur le discriminant de Fisher doivent être pris avec précaution, sur les modes à faible statistique (modes  $CP$  pairs pour les canaux  $D^0\gamma$  et tous les modes  $CP$  pour  $D^0\pi^0$ ), car les distributions ne sont pas très gaussiennes, et l’ajustement n’est pas bon.

Nous observons des décalages systématiques très petits mais significatifs sur la position de la gaussienne entre les données et le Monte Carlo sur  $m_{ES}$ ,  $\Delta E$  et sur la masse des pics de la plupart des particules. Ces corrections et leur contribution systématique devraient être prises en compte dans le cadre de la mesure d’un pur rapport d’embranchement. Cependant, dans cette thèse nous ne sommes intéressés que par des rapports de rapports d’embranchement : les effets de ces décalages s’annulent au premier ordre. Nous n’appliquons donc pas de corrections entre les données et le Monte Carlo.

### 8.1.2 Echantillons de contrôle pour l’identification des traces rapides

La séparation  $K/\pi$  dans l’ajustement repose principalement sur la variable  $y$ . Il est important de vérifier que la distribution de  $y$  telle qu’elle est simulée dans le Monte Carlo est en accord avec celle des données. Pour effectuer cette comparaison, nous utilisons des échantillons de contrôle  $D^{*+} \rightarrow D^0(K^+\pi^-)\pi^+$  qui fournissent des échantillons de  $K$  et de  $\pi$  avec une pureté supérieure à 98%. Les distributions obtenues pour les échantillons de contrôle de  $K$  et de  $\pi$  sont représentées sur la figure 8.1. Les mêmes distributions sont données en plage d’impulsion sur la figure 8.2, et en plage de l’angle polaire  $\theta$  sur la figure 8.3.

Ces figures montrent un très bon accord entre les données et les simulations Monte Carlo quand on considère toute la plage d’impulsion. En particulier, l’accord est très bon aux bornes de  $y$ , les régions critiques dans la séparation  $K/\pi$ .

La figure 8.2 montre une dépendance de  $y$  avec  $p$ . Cependant, nous avons déjà considéré l’effet de cette dépendance dans la partie 7.4.3, et nous avons vu que la prise en compte de cette dépendance n’améliore pas l’ajustement. La figure 8.3 montre que  $y$  est indépendant de  $\theta$ . Pour toutes les plages en impulsion et en  $\theta$ , l’accord entre les données et le Monte Carlo est bon.

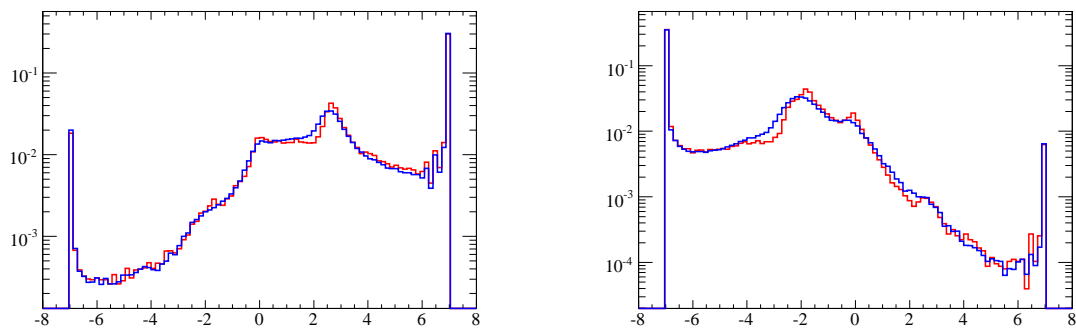


FIGURE 8.1 – Distribution de  $y$  pour l'échantillon de contrôle  $D^{*+} \rightarrow D^0(K^+\pi^-)\pi^+$ . Les données sont en rouge, la simulation Monte Carlo est en bleu. La figure de gauche correspond aux  $K$ , celle de droite correspond aux  $\pi$ .



# $y$ : Comparaison données/Monte Carlo en plage d'impulsion

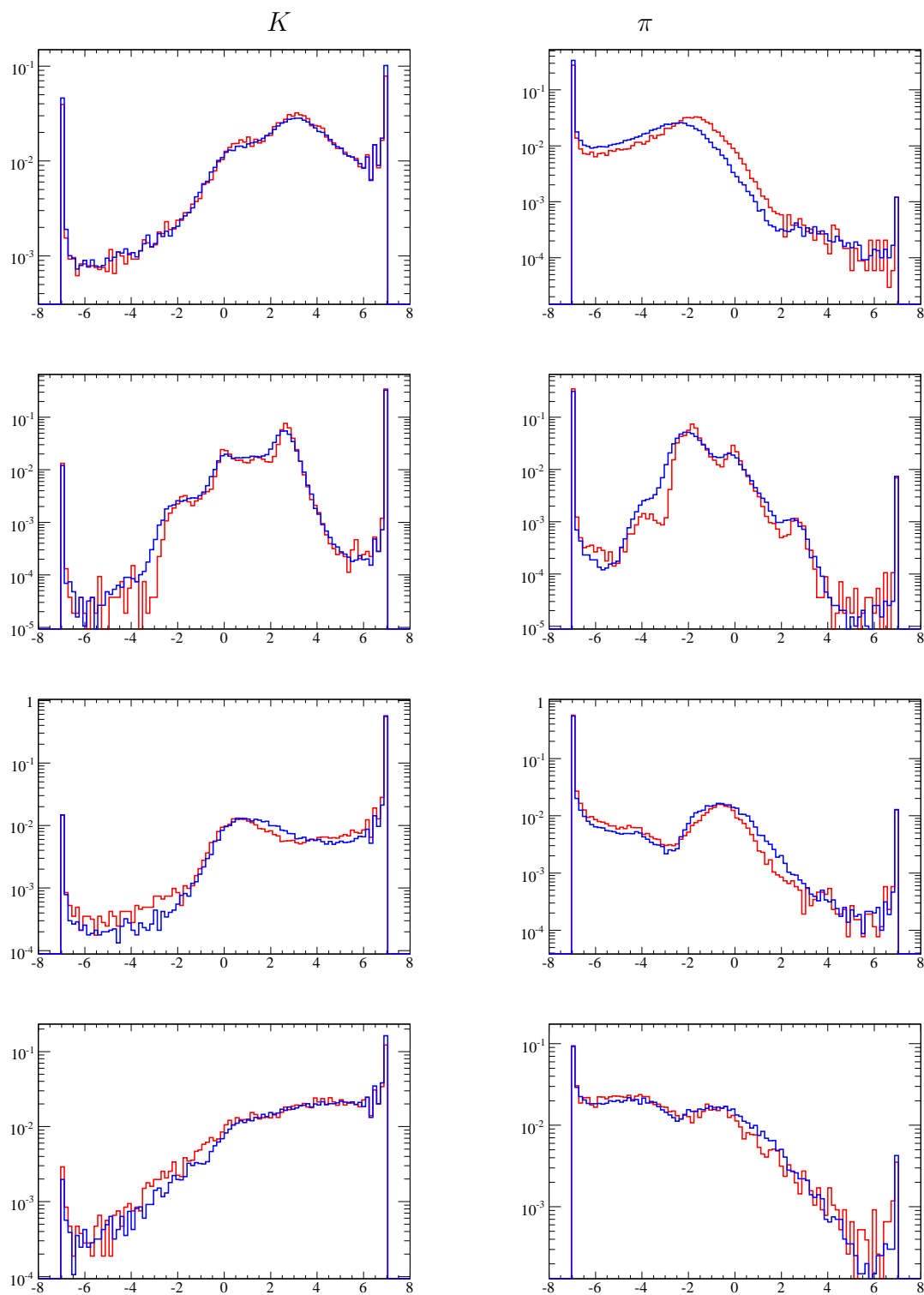


FIGURE 8.2 – Distribution de  $y$  pour l'échantillon de contrôle  $D^{*+} \rightarrow D^0(K^+\pi^-)\pi^+$  sur différentes plages d'impulsion. De haut en bas, on a  $p \in [0; 1]$  GeV/c,  $p \in [1; 2]$  GeV/c,  $p \in [2; 3]$  GeV/c,  $p \in [3; 4]$  GeV/c. Les données sont en rouge, la simulation Monte Carlo est en bleu.

$y$  : Comparaison données/Monte Carlo en plage de  $\theta$

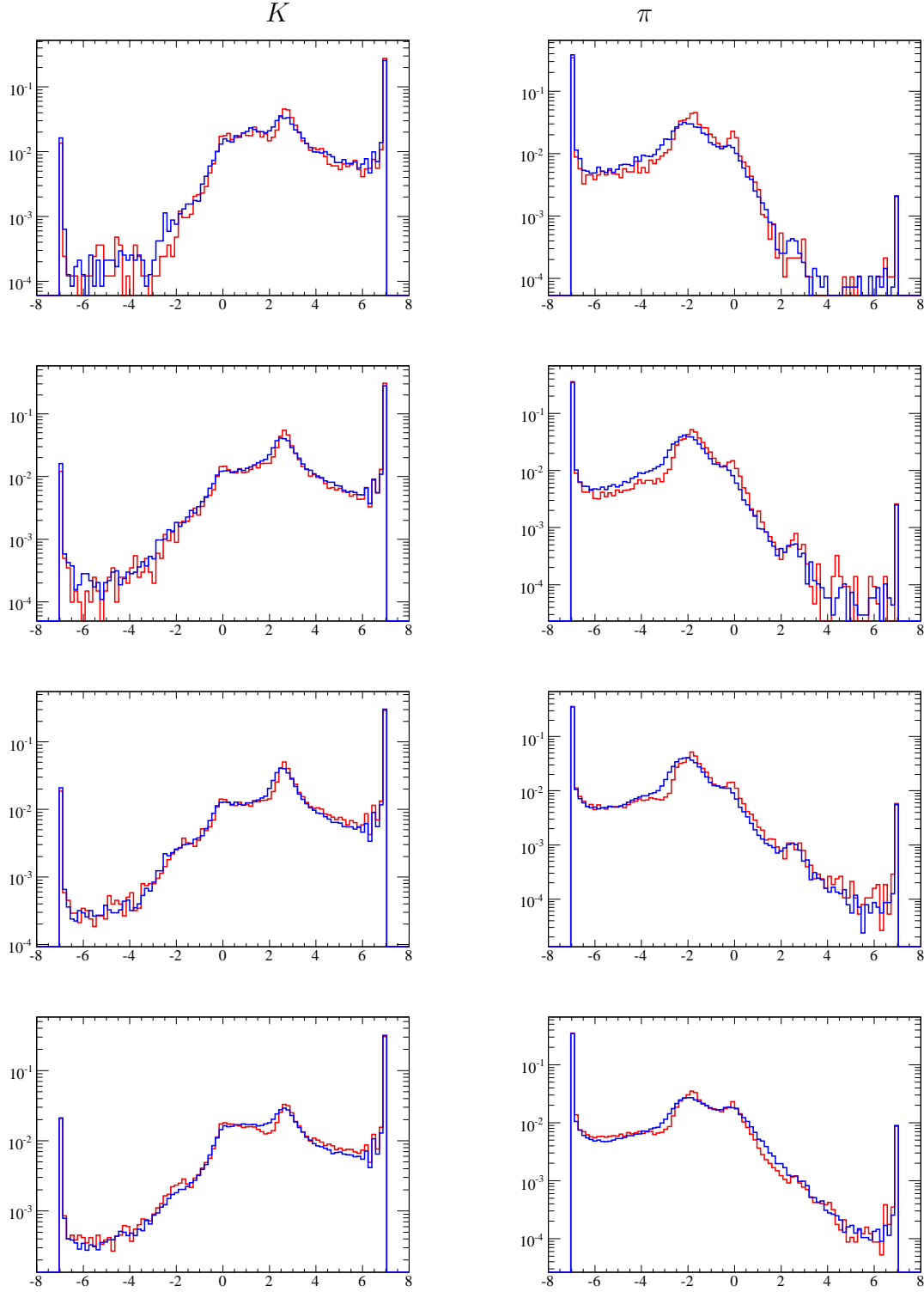


FIGURE 8.3 – Distribution de  $y$  pour l'échantillon de contrôle  $D^{*+} \rightarrow D^0(K^+\pi^-)\pi^+$  sur différentes plages de  $\cos \theta$ . De haut en bas, on a  $\cos \theta \in [-1; -0,5]$ ,  $\cos \theta \in [-0,5; 0]$ ,  $\cos \theta \in [0; 0,5]$ ,  $\cos \theta \in [0,5; 1]$ . Les données sont en rouge, la simulation Monte Carlo est en bleu.

## 8.2 Evaluation des incertitudes systématiques

### 8.2.1 Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de $\Delta E_K$

Les fonctions de densité de probabilité utilisées pour paramétrer les distributions en  $\Delta E_K$  des différentes catégories d'événements ont été décrites dans la partie 7.2.1. Elles font intervenir des paramètres dans leur définition, qui sont pour la plupart fixés dans l'ajustement (voir partie 7.2.3). La limitation statistique des échantillons utilisés pour déterminer ces paramètres engendre une incertitude qui se traduit en incertitude systématique lorsque l'on utilise les fonctions de densité de probabilité dans l'ajustement. Dans cette partie, nous expliquons comment nous estimons ces incertitudes systématiques.

En ce qui concerne le signal  $K$  et le signal  $\pi$ , la paramétrisation utilisée est une double gaussienne pour tous les modes. Nous évaluons l'incertitude systématique pour chaque paramètre en faisant varier la valeur de ce paramètre de  $\pm 1\sigma$  dans la définition de la fonction de densité de probabilité : l'ajustement est alors réalisé avec cette nouvelle valeur. Pour être conservatif, nous prenons l'incertitude systématique comme étant la différence la plus grande entre le résultat de l'ajustement normal et celui avec les valeurs décalées du paramètre. Nous obtenons ensuite une incertitude systématique globale en sommant quadratiquement les incertitudes provenant de chaque paramètre.

La situation pour le bruit de fond est plus délicate. En effet, nous avons vu dans la section 7.2.3 que les distributions en  $\Delta E_K$  sont parfois complexes. Ainsi, certains modes nécessitent l'utilisation d'un polynôme de Chebychev : ils donnent des paramétrisations très satisfaisantes comme nous avons pu le voir. Néanmoins, certains paramètres sont très corrélés entre eux, ce qui proscrit l'utilisation d'une fluctuation de  $\pm 1\sigma$  qui donnerait une mauvaise estimation de l'incertitude. Ainsi, pour les modes utilisant un polynôme de Chebychev, nous utilisons une méthode différente : nous divisons les échantillons Monte Carlo en deux sous-échantillons disjoints, et déterminons deux jeux de coefficients pour la paramétrisation de  $\Delta E_K$  à partir de chacun des échantillons. Nous réalisons ensuite deux ajustements séparés avec chacun des jeux de paramètres, et prenons la moyenne de la différence entre l'ajustement normal et un ajustement utilisant ces nouveaux paramètres comme valeur de l'incertitude systématique.

Dans le cas de la paramétrisation du bruit  $K$  pour les modes  $D^0\pi^0$  avec un état final état propre de  $CP$ , la paramétrisation est basée sur une exponentielle. Il n'y a alors qu'un paramètre libre. Nous utilisons pour ces modes la même méthode que pour le signal pour estimer l'incertitude systématique.

Les valeurs des incertitudes obtenues sont regroupées dans les tableaux 8.2 à 8.13.

TABLEAU 8.2 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l'ajustement pour le mode  $(D^{*0} \rightarrow D^0(K\pi)\pi^0)$ .

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00023	0,00034	—
Signal $\pi$	0,00003	0,00025	—
Bruit $K$	0,00028	0,00307	—
Bruit $\pi$	0,00001	0,00028	—

TABLEAU 8.3 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l’ajustement pour le mode ( $D^{*0} \rightarrow D^0(\pi\pi)\pi^0$ ).

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00294	0,00059	0,00682
Signal $\pi$	0,00063	0,00052	0,00596
Bruit $K$	0,02215	0,00628	0,07292
Bruit $\pi$	0,00152	0,00262	0,03040

TABLEAU 8.4 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l’ajustement pour le mode ( $D^{*0} \rightarrow D^0(KK)\pi^0$ ).

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00060	0,00040	0,00456
Signal $\pi$	0,00042	0,00056	0,00638
Bruit $K$	0,00465	0,00070	0,00821
Bruit $\pi$	0,00051	0,00273	0,03173

TABLEAU 8.5 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l’ajustement pour le mode ( $D^{*0} \rightarrow D^0(K_S^0\pi^0)\pi^0$ ).

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00340	0,00076	0,00882
Signal $\pi$	0,00053	0,00059	0,00679
Bruit $K$	0,00769	0,00453	0,05256
Bruit $\pi$	0,00143	0,00074	0,00860

TABLEAU 8.6 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l’ajustement pour le mode ( $D^{*0} \rightarrow D^0(K_S^0\omega)\pi^0$ ).

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00227	0,00124	0,01425
Signal $\pi$	0,00185	0,00117	0,01365
Bruit $K$	0,00372	0,00876	0,10173
Bruit $\pi$	0,00299	0,00451	0,05229

TABLEAU 8.7 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l’ajustement pour le mode ( $D^{*0} \rightarrow D^0(K_S^0\phi)\pi^0$ ).

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00321	0,00059	0,00678
Signal $\pi$	0,00108	0,00047	0,00544
Bruit $K$	0,00924	0,00364	0,04224
Bruit $\pi$	0,00047	0,00277	0,03209

TABLEAU 8.8 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l’ajustement pour le mode ( $D^{*0} \rightarrow D^0(K\pi)\gamma$ ).

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00038	0,00022	—
Signal $\pi$	0,00004	0,00018	—
Bruit $K$	0,00137	0,00147	—
Bruit $\pi$	0,00005	0,00025	—

TABLEAU 8.9 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l’ajustement pour le mode ( $D^{*0} \rightarrow D^0(\pi\pi)\gamma$ ).

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00079	0,00055	0,00732
Signal $\pi$	0,00151	0,00037	0,00511
Bruit $K$	0,03767	0,00882	0,11834
Bruit $\pi$	0,00789	0,00499	0,06685

TABLEAU 8.10 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l’ajustement pour le mode ( $D^{*0} \rightarrow D^0(KK)\gamma$ ).

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00113	0,00028	0,00368
Signal $\pi$	0,00141	0,00037	0,00482
Bruit $K$	0,00766	0,00387	0,05198
Bruit $\pi$	0,00033	0,00202	0,02708

TABLEAU 8.11 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l'ajustement pour le mode  $(D^{*0} \rightarrow D^0(K_S^0\pi^0)\gamma)$ .

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00223	0,00068	0,00903
Signal $\pi$	0,01094	0,00404	0,05427
Bruit $K$	0,01356	0,00159	0,02136
Bruit $\pi$	0,00611	0,00187	0,02513

TABLEAU 8.12 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l'ajustement pour le mode  $(D^{*0} \rightarrow D^0(K_S^0\omega)\gamma)$ .

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00357	0,00131	0,01760
Signal $\pi$	0,00422	0,00124	0,01650
Bruit $K$	0,06457	0,02854	0,38291
Bruit $\pi$	0,01064	0,00644	0,08630

TABLEAU 8.13 – Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $\Delta E_K$  pour les différentes composantes de l'ajustement pour le mode  $(D^{*0} \rightarrow D^0(K_S^0\phi)\gamma)$ .

PDF	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
Signal $K$	0,00192	0,00061	0,00816
Signal $\pi$	0,00014	0,00066	0,00891
Bruit $K$	0,05180	0,01707	0,22903
Bruit $\pi$	0,00258	0,00084	0,01112

## 8.2.2 Incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de $y$

Les incertitudes systématiques liées à la paramétrisation de  $y$  sont estimées en réalisant deux ajustements séparés :

- le premier est l’ajustement sur les données, qui utilise des échantillons de contrôle<sup>1</sup> de  $K$  et de  $\pi$  de données pour paramétrer  $y$  pour le signal (pour le bruit de fond, les traces ne sont pas de purs  $K$  ou de purs  $\pi$ , nous sommes donc obligés de les paramétrer avec des échantillons Monte Carlo) ;
- le second est un ajustement réalisé sur le même échantillon, mais avec une paramétrisation différente pour  $y$ , basée sur les distributions Monte Carlo exclusives de  $y$ .

Nous utilisons les mêmes coupes que dans la partie 8.1.2 afin d’avoir des échantillons très purs de  $K$  et de  $\pi$  (pureté voisine de 98%). Pour avoir une sélection sur les échantillons de contrôle aussi proche que possible de celle appliquée dans l’analyse, nous imposons par ailleurs un nombre minimal de 5 photons dans le DIRC, et nous sélectionnons les traces ayant  $\mathcal{L}_{K/\pi} < 0,1$  et qui ne passent pas `KLHNotPion` et celles ayant  $\mathcal{L}_{K/\pi} > 0,9$  passant `KLHVeryTight`. Par ailleurs, les  $K$  et  $\pi$  de l’échantillon de contrôle sont issus d’un  $D^*$  : l’espace de phase disponible est différent de celui disponible pour les  $K$  ou  $\pi$  de l’analyse, issus d’un  $B$  et émis avec un  $D^*$ . En particulier, la plage d’impulsion disponible pour les  $K$  et  $\pi$  de l’échantillon de contrôle est beaucoup plus grande que pour l’analyse, et la forme de la distribution est très différente. Afin de prendre ces effets en compte, nous appliquons une correction à la distribution de  $y$  pour les traces de l’échantillon de contrôle (nous donnons l’exemple des  $\pi$  sur la figure 8.4). Elle consiste à pondérer cette distribution par le rapport des spectres en impulsion de l’échantillon exclusif Monte Carlo et celui de l’échantillon de contrôle de données :

$$PDF(y_{CS}^{X,corrected}) = \frac{PDF(p_{MC})}{PDF(p_{CS})} PDF(y_{CS}^X) \quad (8.1)$$

où  $CS$  désigne l’échantillon de contrôle,  $MC$  le Monte Carlo exclusif,  $X$  signifie  $K$  ou  $\pi$ , et  $PDF(p)$  est la distribution en impulsion.

Les deux ajustements donnent deux ensembles de résultats pour les asymétries  $CP$  et les rapports  $\mathcal{R}_{CP\pm}^*$ , et la différence entre les deux ajustements est prise comme incertitude systématique. Les valeurs trouvées sont présentées dans les tableaux 8.14 et 8.15.

TABLEAU 8.14 – Incertitudes systématiques provenant de la paramétrisation de  $y$  pour les modes  $D^0\pi^0$ .

Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $\pi$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
$K\pi$	0,00053	0,00141	0,00234	-
$\pi\pi$	0,01152	0,00716	0,00141	0,01631
$KK$	0,00155	0,00209	0,00112	0,01295
$K_S^0\pi^0$	0,01802	0,00727	0,00085	0,00992
$K_S^0\omega$	0,02216	0,00774	0,00275	0,03195
$K_S^0\phi$	0,03824	0,01737	0,00051	0,00588

<sup>1</sup>Ceux de la partie 8.1.2.

TABLEAU 8.15 – Tableau des incertitudes systématiques provenant de la paramétrisation de  $y$  pour les modes  $D^0\gamma$ .

Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $K$ )	$\mathcal{A}_{CP}^*$ (signal $\pi$ )	$R_{K/\pi}^* = \frac{BR(D^{*0}K)}{BR(D^{*0}\pi)}$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^* = \frac{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow X}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow X}}{\frac{BR(D^{*0}K), D \rightarrow K\pi}{BR(D^{*0}\pi), D \rightarrow K\pi}}$
$K\pi$	0,01550	0,00447	0,00056	-
$\pi\pi$	0,00356	0,00312	0,00123	0,01656
$KK$	0,03889	0,00057	0,00252	0,03386
$K_s^0\pi^0$	0,01807	0,00862	0,00085	0,00429
$K_s^0\omega$	0,07511	0,00266	0,00580	0,07779
$K_s^0\phi$	0,02222	0,01779	0,00313	0,04197



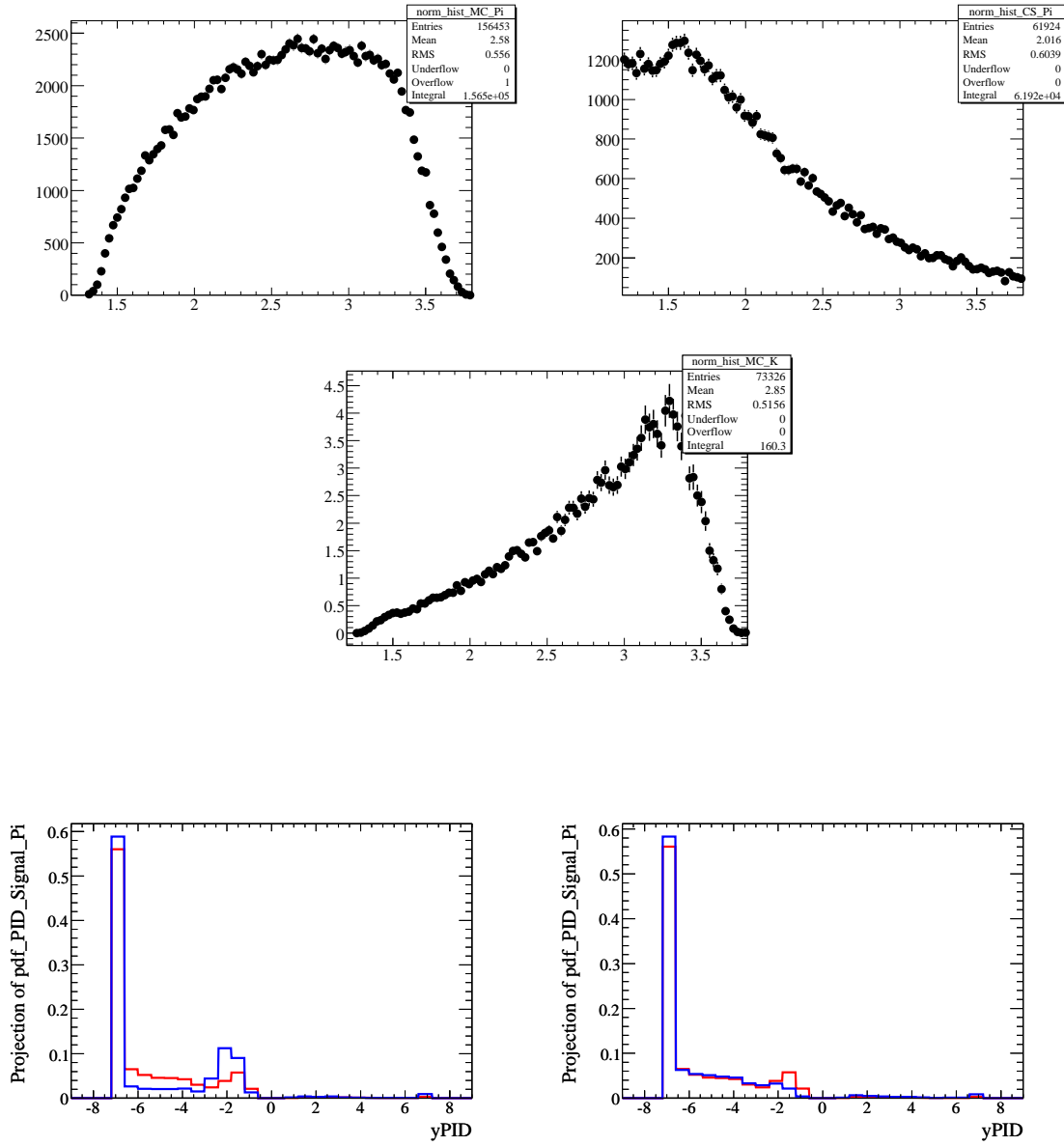


FIGURE 8.4 – Illustration de la correction appliquée à la distribution de  $y$  pour l'échantillon de contrôle de  $\pi$ , afin de prendre en compte la différence dans le spectre en impulsion avec le Monte Carlo exclusif, pour le mode  $B \rightarrow D^*(D^0\pi^0)\pi$ ,  $D^0 \rightarrow K\pi$ . Dans la ligne du haut sont représentés le spectre en impulsion des traces rapides  $\pi$  pour le Monte Carlo exclusif (à gauche) et celui pour l'échantillon de contrôle de  $\pi$  (à droite). Le rapport de ces deux spectres est montré dans la figure centrale. En bas, la figure de gauche représente la distribution de  $y$  pour cet échantillon de contrôle sans correction appliquée (en bleu) comparée avec la distribution pour le Monte Carlo exclusif (en rouge). A droite, on montre les mêmes distributions une fois la correction appliquée sur échantillon de contrôle.

### 8.2.3 Asymétrie de charge du détecteur

Une éventuelle asymétrie de charge du détecteur *BABAR* pourrait générer un biais dans l'efficacité de trajectographie ou dans l'identification des particules. Par conséquent, nous attribuons une incertitude systématique liée à cette asymétrie de charge. Nous utilisons pour cela des échantillons Monte Carlo. Les asymétries de charges sont données dans le tableau 8.16.

TABLEAU 8.16 – Asymétries de charge (en %) mesurées sur les échantillons Monte Carlo exclusifs.

	$D^0 \pi^0$		$D^0 \gamma$	
	Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ en (%)	Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ en (%)
$\pi$	$K\pi$	$-0,39 \pm 0,17$	$K\pi$	$-0,57 \pm 0,17$
	$\pi\pi$	$-0,03 \pm 0,44$	$\pi\pi$	$-0,13 \pm 0,44$
	$KK$	$0,12 \pm 0,37$	$KK$	$0,28 \pm 0,37$
	$K_S^0 \pi^0$	$-0,11 \pm 0,57$	$K_S^0 \pi^0$	$-0,17 \pm 0,56$
	$K_S^0 \omega$	$0,81 \pm 1,12$	$K_S^0 \omega$	$2,24 \pm 1,16$
	$K_S^0 \phi$	$0,78 \pm 0,51$	$K_S^0 \phi$	$0,37 \pm 0,45$
$K$	Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ en (%)	Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ en (%)
	$K\pi$	$-1,83 \pm 0,37$	$K\pi$	$-1,77 \pm 0,34$
	$\pi\pi$	$-0,91 \pm 0,44$	$\pi\pi$	$-1,50 \pm 0,44$
	$KK$	$-0,75 \pm 0,37$	$KK$	$-0,72 \pm 0,37$
	$K_S^0 \pi^0$	$-1,78 \pm 0,57$	$K_S^0 \pi^0$	$-1,13 \pm 0,57$
	$K_S^0 \omega$	$-1,33 \pm 1,12$	$K_S^0 \omega$	$-1,23 \pm 1,15$
	$K_S^0 \phi$	$-0,24 \pm 0,52$	$K_S^0 \phi$	$-0,99 \pm 0,46$

L'asymétrie de charge observée pour les modes ayant un  $\pi$  en trace rapide est compatible avec 0, comme on pouvait s'y attendre, puisque les  $\pi$  ne présentent pas de différence d'interaction avec la matière selon leur charge. En revanche, pour les  $K$ , une asymétrie très claire de l'ordre de  $-1\%$  est mise en évidence : elle provient de la différence connue d'interaction des  $K^+$  et des  $K^-$  avec la matière du détecteur.

Les valeurs des asymétries  $CP$  pour les  $\pi$  obtenues par l'ajustement sur les données sont toutes compatibles avec 0 comme le montre le tableau 8.17. Par conséquent, nous appliquons seulement une correction de  $+1\%$  (vue un peu plus haut) sur les asymétries  $CP$  relatives aux  $K$  obtenues par l'ajustement pour prendre en compte cette asymétrie de charge.

TABLEAU 8.17 – Asymétrie de charge pour les modes  $B \rightarrow D^{*0} \pi$ .

Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ $D^{*0} \rightarrow D\pi^0$	$\mathcal{A}_{CP}^*$ $D^{*0} \rightarrow D\gamma$
$K\pi$	$-0,00254 \pm 0,01237$	$-0,00683 \pm 0,01639$
$\pi\pi$	$0,01056 \pm 0,07512$	$0,15089 \pm 0,09973$
$KK$	$-0,00631 \pm 0,04350$	$0,05684 \pm 0,05197$
$K_S^0 \pi^0$	$0,00622 \pm 0,04220$	$0,05973 \pm 0,05626$
$K_S^0 \omega$	$0,00044 \pm 0,07299$	$-0,03501 \pm 0,09662$
$K_S^0 \phi$	$0,02719 \pm 0,08426$	$-0,05909 \pm 0,11074$

### 8.2.4 Dilution $CP$ par la présence d'une onde $S$ pour les modes $K_S^0 \phi$ et $K_S^0 \omega$

L'asymétrie  $CP$   $\mathcal{A}_{CP\pm}^*$  et le rapport de rapports d'embranchement  $\mathcal{R}_{CP\pm}^*$  dans les désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^* K$ ,  $D \rightarrow K_S^0 \phi$  et  $B^\pm \rightarrow D^* K$ ,  $D \rightarrow K_S^0 \omega$  peuvent être diluées par la présence d'événements de bruit de fond provenant de désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^* K$  où le  $D$  se désintègre vers le même état

final mais avec une valeur propre de  $CP$  opposée. Nous effectuons donc une correction sur les observables mesurées issues de l'ajustement afin d'obtenir la valeur vraie de ces observables, reliées à  $\gamma$ ,  $r_B$ ,  $\delta_B$ .

### Modes $K_s^0\phi$

Le plan de Dalitz des désintégrations  $D^0 \rightarrow K_s^0 K^+ K^-$  a été étudié par *BABAR* à l'aide de  $D^0$  produits dans les désintégrations  $D^{*+} \rightarrow D^0 \pi^+$  [128]. Cette étude a permis de montrer que l'amplitude  $D^0 \rightarrow K_s^0 K^+ K^-$  peut être décrite comme la somme de deux amplitudes :

- $D^0 \rightarrow K_s^0 \phi$ , qui est un état de  $CP = -1$  ;
- $D^0 \rightarrow K_s^0 a_0$ , qui possède une valeur de  $CP = +1$ , puisque le  $a_0$  est un scalaire.

En négligeant la violation de  $CP$  dans le système du  $D^0$ , l'état final  $K_s^0 \phi$  n'est accessible que par  $D_- \equiv \frac{D^0 - \bar{D}^0}{\sqrt{2}}$ , tandis que  $K_s^0 a_0$  est seulement accessible par  $D_+ \equiv \frac{D^0 + \bar{D}^0}{\sqrt{2}}$ . Une pollution  $CP$  intervient donc dans les observables  $\mathcal{A}_{CP\pm}^*$  et  $\mathcal{R}_{CP\pm}^*$  (nous omettons le  $*$  dans ce qui suit pour alléger l'écriture). Le calcul détaillé permettant de relier les observables mesurées par l'ajustement avec la valeur vraie de ces observables est donné en Annexe E.

Dans le cas des modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D\pi^0)K$ , nous obtenons :

$$\mathcal{A}_{CP-}^{\text{obs}} = \mathcal{A}_{CP-}^{\text{true}} \times \frac{1 - |z|^2}{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}}} \quad (8.2)$$

$$\mathcal{R}_{CP-}^{\text{obs}} = \mathcal{R}_{CP-}^{\text{true}} \times \frac{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}}}{1 + |z|^2} \quad (8.3)$$

où  $z$  est donné par la formule E.6. Nous pouvons donc corriger les valeurs observées de  $\mathcal{A}_{CP-}$  et  $\mathcal{R}_{CP-}$  dans les canaux  $K_s^0 \phi$  pour déterminer leur vraie valeur. Pour cela, nous utilisons la valeur de  $\mathcal{R}_{CP+}$  obtenue avec les modes  $D^0(KK)\pi^0$ ,  $D^0(\pi\pi)\pi^0$ , et  $D^0(K_s^0\pi^0)\gamma$  et la valeur de  $\mathcal{R}_{CP-}$  obtenue avec les modes  $D^0(KK)\gamma$ ,  $D^0(\pi\pi)\gamma$ , et  $D^0(K_s^0\pi^0)\pi^0$  qui ne sont pas affectés par cette dilution. Nous prenons la valeur  $|z|^2 = 0,25 \pm 0,01$  d'après la référence [128]. Nous avons donc (voir équations (E.22) et (E.25)) :

$$\mathcal{A}_{CP-}^{\text{obs}} = \mathcal{A}_{CP-}^{\text{true}} \frac{1 - (0,25 \pm 0,01)}{1 + (0,25 \pm 0,01) \times \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}}} \quad (8.4)$$

$$= \mathcal{A}_{CP-}^{\text{true}} \times (0,59 \pm 0,02) \quad (8.5)$$

$$\mathcal{R}_{CP-}^{\text{obs}} = \mathcal{R}_{CP-}^{\text{true}} \frac{1 + (0,25 \pm 0,01) \times \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}}}{1 + (0,25 \pm 0,01)} \quad (8.6)$$

$$= \mathcal{R}_{CP-}^{\text{true}} \times (1,01 \pm 0,04) \quad (8.7)$$

Dans le cas des modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D\gamma)K$ , la dilution  $CP$  s'exprime par (voir les équations (E.32) et (E.33)) :

$$\mathcal{A}_{CP+}^{\text{obs}} = \mathcal{A}_{CP+}^{\text{true}} \times \frac{1 - |z|^2}{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP-}}{\mathcal{R}_{CP+}}} \quad (8.8)$$

$$= \mathcal{A}_{CP+}^{\text{true}} \times (0,61 \pm 0,02) \quad (8.9)$$

$$\mathcal{R}_{CP+}^{\text{obs}} = \mathcal{R}_{CP+}^{\text{true}} \times \frac{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP-}}{\mathcal{R}_{CP+}}}{1 + |z|^2} \quad (8.10)$$

$$= \mathcal{R}_{CP+}^{\text{true}} \times (0,99 \pm 0,03) \quad (8.11)$$

### Modes $K_s^0\omega$

La situation est plus compliquée pour les canaux  $K_s^0\omega$ , car l'amplitude de la désintégration  $D^0 \rightarrow K_s^0 \pi^+ \pi^- \pi^0$  est inconnue. Nous considérons donc le pire scénario, c'est à dire le cas où

$B^\pm \rightarrow D^*(D^0 X)h^\pm$ ,  $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^- \pi^0$  possède un contenu  $CP$  opposé au  $K_S^0 \omega$ , et pour lequel la dilution est maximale :

$$\mathcal{A}_{CP-}^{obs} = \mathcal{A}_{CP-}^{true} \frac{1 - |z|^2}{1 + |z|^2 \times \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}}} \quad (8.12)$$

En prenant  $|z|^2 = 0,42 \pm 0,08$  [129], on obtient :

$$\mathcal{A}_{CP-}^{obs} = \mathcal{A}_{CP-}^{true} \times (0,40 \pm 0,06) \quad (8.13)$$

$$\mathcal{A}_{CP+}^{obs} = \mathcal{A}_{CP+}^{true} \times (0,42 \pm 0,06) \quad (8.14)$$

$$\mathcal{R}_{CP-}^{obs} = \mathcal{R}_{CP-}^{true} \times (0,98 \pm 0,09) \quad (8.15)$$

$$\mathcal{R}_{CP+}^{obs} = \mathcal{R}_{CP+}^{true} \times (1,02 \pm 0,10) \quad (8.16)$$

Néanmoins, la désintégration  $D^0 \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^- \pi^0$  possède elle-même une dilution  $CP$  du fait de la présence des résonances  $\rho$  et  $K^*$ . La dilution se situe ainsi quelque part entre 0,4 et 1,0. Nous supposons donc une valeur moyenne de dilution de 0,7 avec une incertitude de  $\pm 0,3$  pour les deux canaux  $K_S^0 \omega$ , ce qui conduit aux corrections suivantes, qui sont celles que nous utilisons dans cette analyse :

$$\mathcal{A}_{CP\pm}^{obs} = \mathcal{A}_{CP\pm}^{true} \times (0,70 \pm 0,30) \quad (8.17)$$

$$\mathcal{R}_{CP+}^{obs} = \mathcal{R}_{CP+}^{true} \times (1,01 \pm 0,10) \quad (8.18)$$

$$\mathcal{R}_{CP-}^{obs} = \mathcal{R}_{CP-}^{true} \times (0,99 \pm 0,10) \quad (8.19)$$

### 8.2.5 Dilution $CP$ par le cross-feed $\pi^0 \leftrightarrow \gamma$

Si l'on considère un état propre de  $CP$  du  $D$  de valeur propre  $\pm 1$ , alors le  $D^*$  dont il provient possédait la même valeur propre de  $CP \pm 1$  s'il s'est désintégré en  $D\pi^0$ , mais une valeur propre opposée  $\mp 1$  s'il s'est désintégré en  $D\gamma$  [74]. Par conséquent, le feed across  $\pi^0 \leftrightarrow \gamma$  identifié comme étant du signal peut diluer les asymétries  $CP$ .

La quantité de ce feed-across a déjà été étudiée dans la partie 6.4.3. Les nombres figurant dans la matrice de feed-across 6.15 ont été estimés à partir du générique  $B^+ B^-$ . Des valeurs plus précises, basées sur l'étude d'échantillons Monte Carlo exclusifs, sont résumées dans les tableaux 8.18 et 8.19 :

- la colonne centrale donne la fraction des événements  $D^* \rightarrow D\pi^0(D\gamma)$ ,  $D \rightarrow f_{CP}$  qui sont reconstruits dans le canal  $D^* \rightarrow D\gamma(D\pi^0)$ ,  $D \rightarrow f_{CP}$  ;
- la colonne de droite donne le rapport entre le nombre attendu d'événements de feed-across  $\gamma \rightarrow \pi^0$  ( $\pi^0 \rightarrow \gamma$ ) par rapport au nombre d'événements attendus de signal  $D\pi^0$  ( $D\gamma$ ).

Comme nous nous y attendions d'après la matrice 6.15, la pollution  $\pi^0 \rightarrow \gamma$  pour les modes  $D\gamma$  est bien plus grande que la pollution des modes  $D\pi^0$  par le feed-across  $\gamma \rightarrow \pi^0$ .

TABLEAU 8.18 – Quantité de feed-across  $\gamma \rightarrow \pi^0$ .

Mode $X$	Fraction de $X$ reconstruite et sélectionnée comme du Feed-across	$N(\gamma \rightarrow \pi^0)/N(\text{signal})$ (en %)
$\pi\pi$	0,9	3,8
$KK$	3,0	9,1
$K_S^0 \pi^0$	1,3	9,2
$K_S^0 \omega$	0,5	5,8
$K_S^0 \phi$	2,0	12,3

Néanmoins, ces valeurs importantes de pollution ne sont pas une indication de l'ampleur de la dilution  $CP$  des asymétries. En effet, pour qu'il y ait dilution, il faut que ces modes ne soient pas distingués du signal par l'ajustement, c'est-à-dire qu'ils piquent au même endroit que le signal en  $\Delta E_K$  (comme ce sont des événements  $D^* K$ , on sait déjà que  $y$  ne peut être d'aucun secours pour les

TABLEAU 8.19 – Quantité de feed-across  $\pi^0 \rightarrow \gamma$ .

Mode $X$	Fraction de $X$ reconstruite et sélectionnée comme du Feed-across	$N(\pi^0 \rightarrow \gamma)/N(\text{signal})$ (en %)
$\pi\pi$	2, 6	28, 6
$KK$	5, 5	42, 0
$K_S^0\pi^0$	2, 3	42, 3
$K_S^0\omega$	1, 1	47, 1
$K_S^0\phi$	4, 6	55, 5

discriminer). Dans l’ajustement, ces modes sont paramétrés dans la distribution du bruit de fond. Dans le cas idéal où la fonction de densité de probabilité du bruit décrirait parfaitement cette source de feed-across, il n’y aurait même aucune dilution  $CP$ . Les distributions en  $\Delta E_K$  de ce feed-across sont données figure 8.5. Elles s’étendent sur tout le spectre, et ont une forme très différente des événements de signal. On s’attend donc à ce que la dilution  $CP$  soit faible.

Pour nous en convaincre, nous avons étudié l’impact de ce feed-across sur les asymétries  $CP$  en comparant les résultats de notre ajustement standard (qui inclue donc le feed-across dans le générique) avec un ajustement réalisé sur un échantillon dans lequel ces événements de feed-across ont été retirés. Les résultats sont résumés dans les tableaux 8.20 et 8.21. Ils montrent que les asymétries  $CP$  ne sont pas significativement affectées, la différence étant inférieure à 1% de l’incertitude statistique. Nous n’appliquons pas de corrections aux asymétries  $CP$ , et prenons cet effet en compte par une systématique de 0,5% pour les modes  $CP$  pairs et 1% pour les modes  $CP$  impairs. Bien entendu, aucune incertitude systématique n’est ajoutée aux modes non états propres de  $CP$ .

TABLEAU 8.20 – Effet du feed-across  $\gamma \rightarrow \pi^0$  sur les asymétries mesurées.

Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ avec feed-across	$\mathcal{A}_{CP}^*$ sans feed-across
$\pi\pi$	$-0,348 \pm 0,415$	$-0,348 \pm 0,415$
$KK$	$0,062 \pm 0,134$	$0,063 \pm 0,133$
$K_S^0\pi^0$	$-0,400 \pm 0,229$	$-0,397 \pm 0,229$
$K_S^0\omega$	$0,085 \pm 0,566$	$0,082 \pm 0,561$
$K_S^0\phi$	$-0,061 \pm 0,257$	$-0,054 \pm 0,256$

TABLEAU 8.21 – Effet du feed-across  $\pi^0 \rightarrow \gamma$  sur les asymétries mesurées.

Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$ avec feed-across	$\mathcal{A}_{CP}^*$ sans feed-across
$\pi\pi$	$-0,439 \pm 1,266$	$-0,364 \pm 1,318$
$KK$	$-0,276 \pm 0,206$	$-0,269 \pm 0,204$
$K_S^0\pi^0$	$0,393 \pm 0,247$	$0,391 \pm 0,244$
$K_S^0\omega$	$0,298 \pm 0,583$	$0,325 \pm 0,598$
$K_S^0\phi$	$-0,848 \pm 0,396$	$-0,800 \pm 0,390$

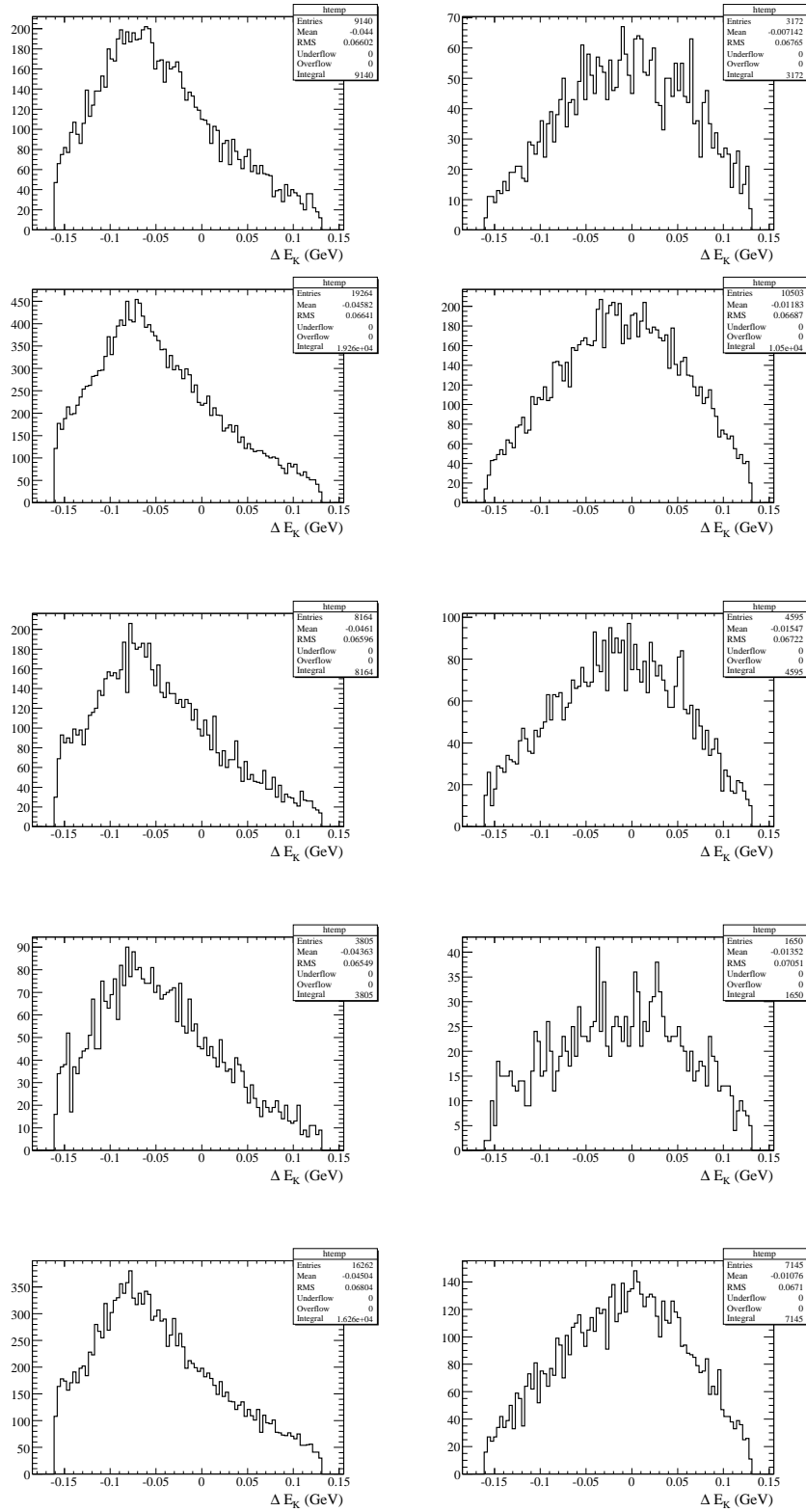


FIGURE 8.5 – Distributions de  $\Delta E_K$  du feed-across  $\gamma \rightarrow \pi^0$  (colonne de gauche) et  $\pi^0 \rightarrow \gamma$  (colonne de droite) pour les modes  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ .

## 8.3 Ajustement sur les données

### 8.3.1 Résultats mode par mode, non corrigés

Une représentation graphique de l'ajustement sur les données est donnée pour chaque mode dans les figures 8.6 à 8.9. Les valeurs des observables GLW issues de l'ajustement avant correction pour l'asymétrie de charge du détecteur sont résumées dans le tableau 8.22. Les incertitudes systématiques des sections 8.2.1, 8.2.2 et 8.2.5 sont sommées quadratiquement pour donner l'incertitude systématique totale. (Les corrections relatives vues dans les sections 8.2.3 et 8.2.4 ne seront appliquées que dans la partie 8.3.2).

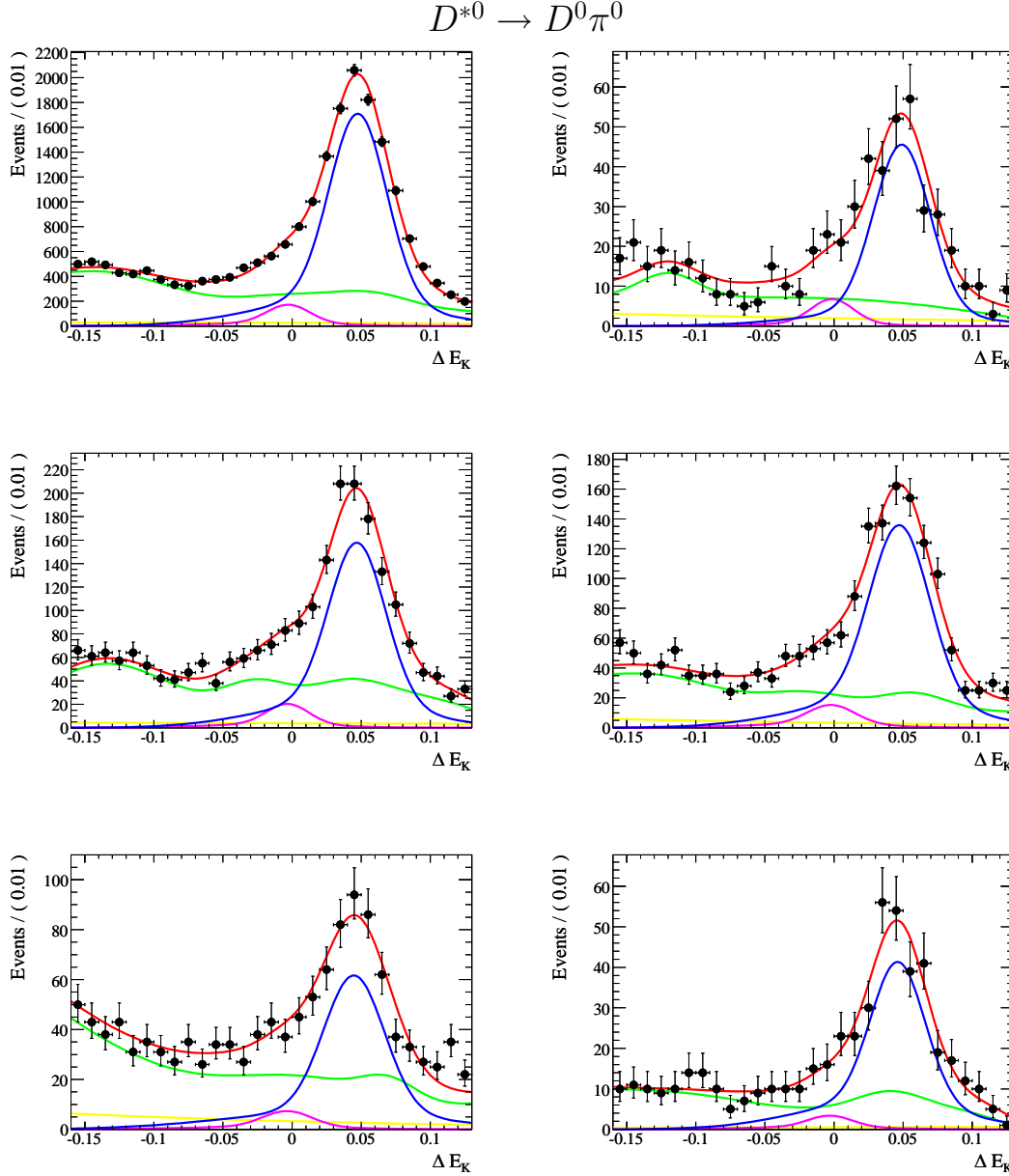


FIGURE 8.6 – Projection sur  $\Delta E_K$  (GeV) de l'ajustement (en rouge) superposé aux données (points noirs) pour les modes  $B \rightarrow D^*(D^0 \pi^0)K$ . De gauche à droite, et de haut en bas :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ . (Signal  $K$  en rose, Signal  $\pi$  en bleu, Bruit  $K$  en jaune, Bruit  $\pi$  en vert).

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

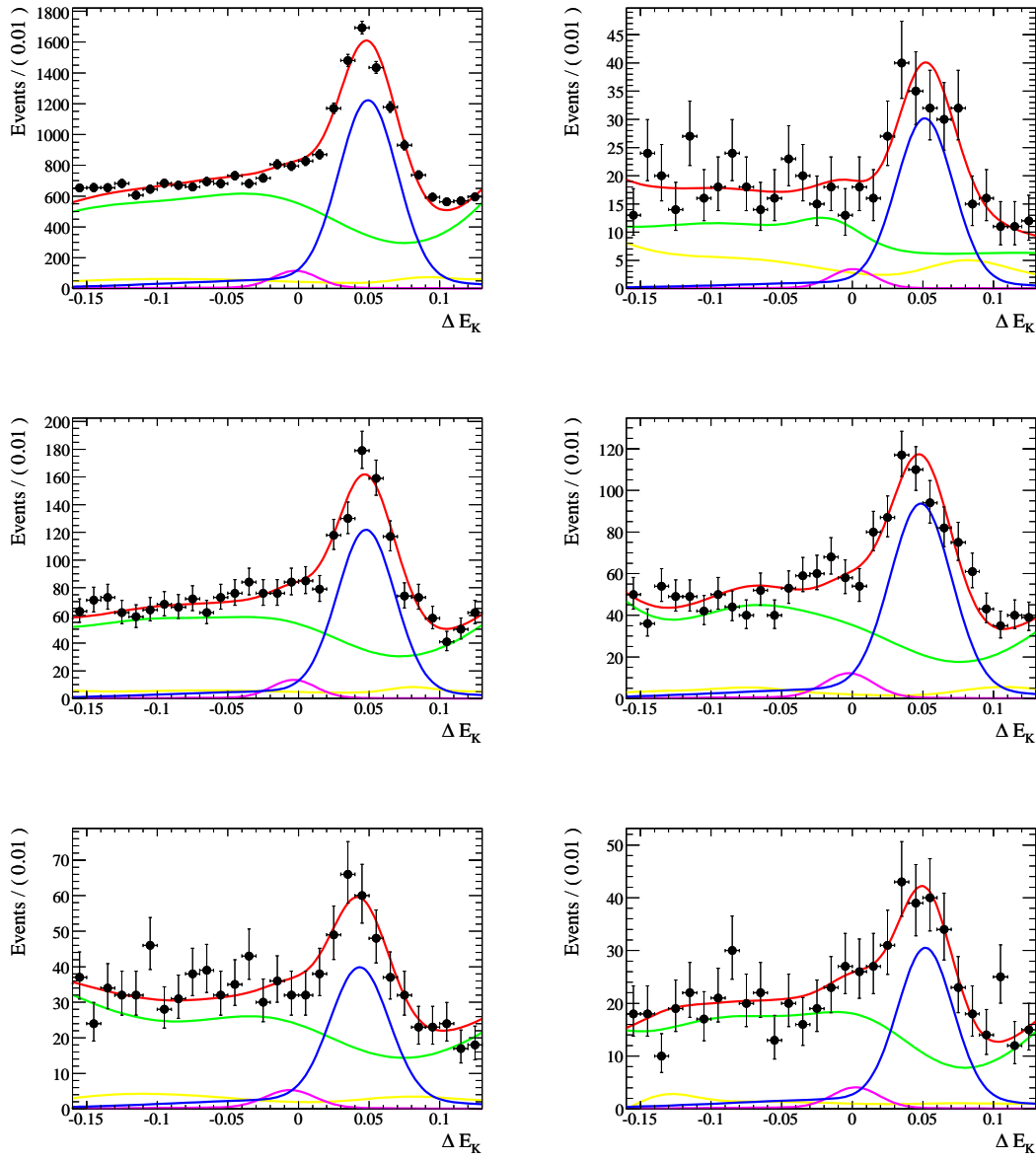


FIGURE 8.7 – Projection sur  $\Delta E_K$  (GeV) de l'ajustement (en rouge) superposé aux données (points noirs) pour les modes  $B \rightarrow D^*(D^0 \gamma)h$ . De gauche à droite, et de haut en bas :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ . (Signal  $K$  en rose, Signal  $\pi$  en bleu, Bruit  $K$  en jaune, Bruit  $\pi$  en vert).



$$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$$

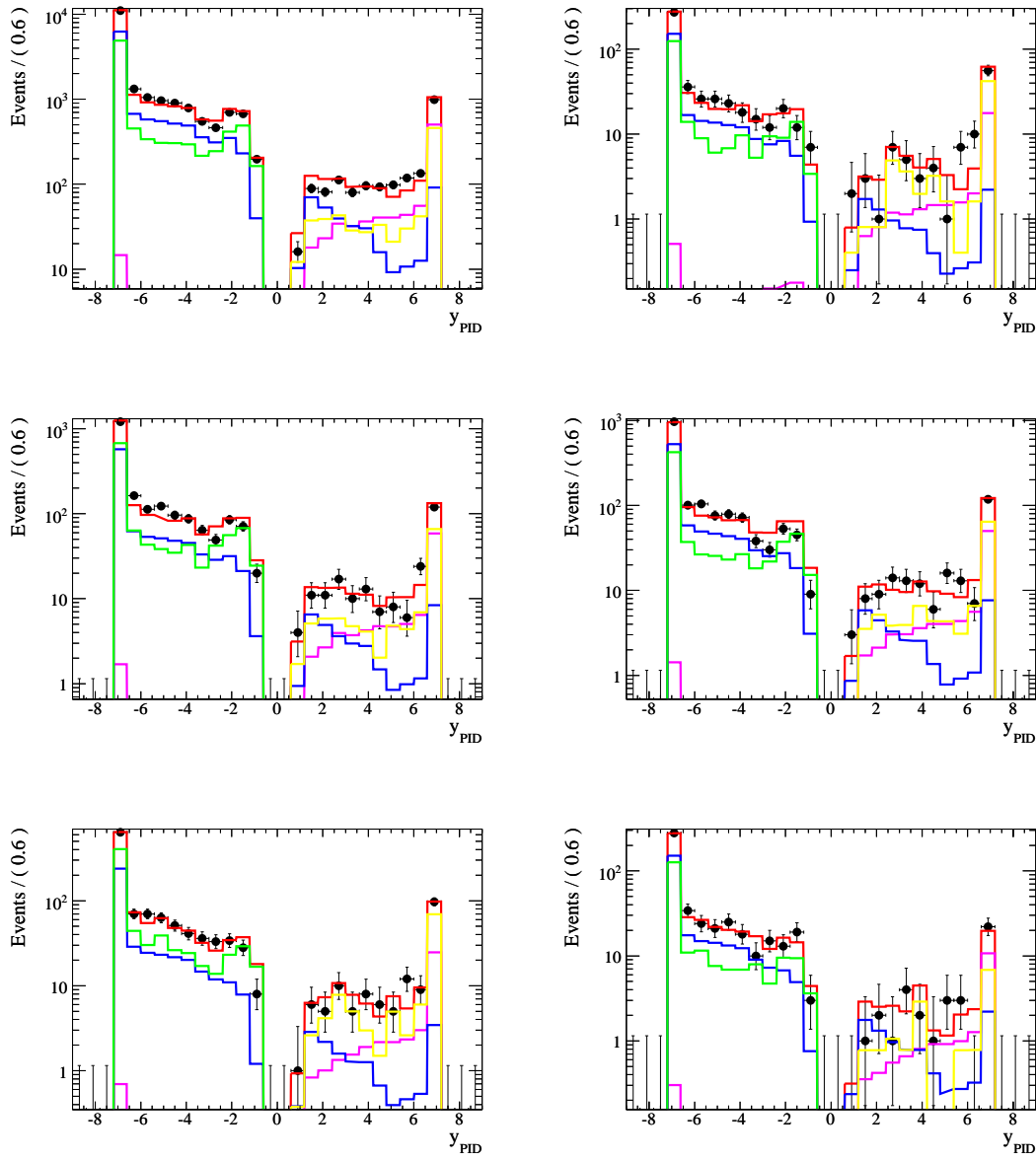


FIGURE 8.8 – Projection sur  $y$  de l'ajustement (en rouge) superposé aux données (points noirs) pour les modes  $B \rightarrow D^*(D^0 \pi^0)h$ . De gauche à droite, et de haut en bas :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ . (Signal  $K$  en rose, Signal  $\pi$  en bleu, Bruit  $K$  en jaune, Bruit  $\pi$  en vert).

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

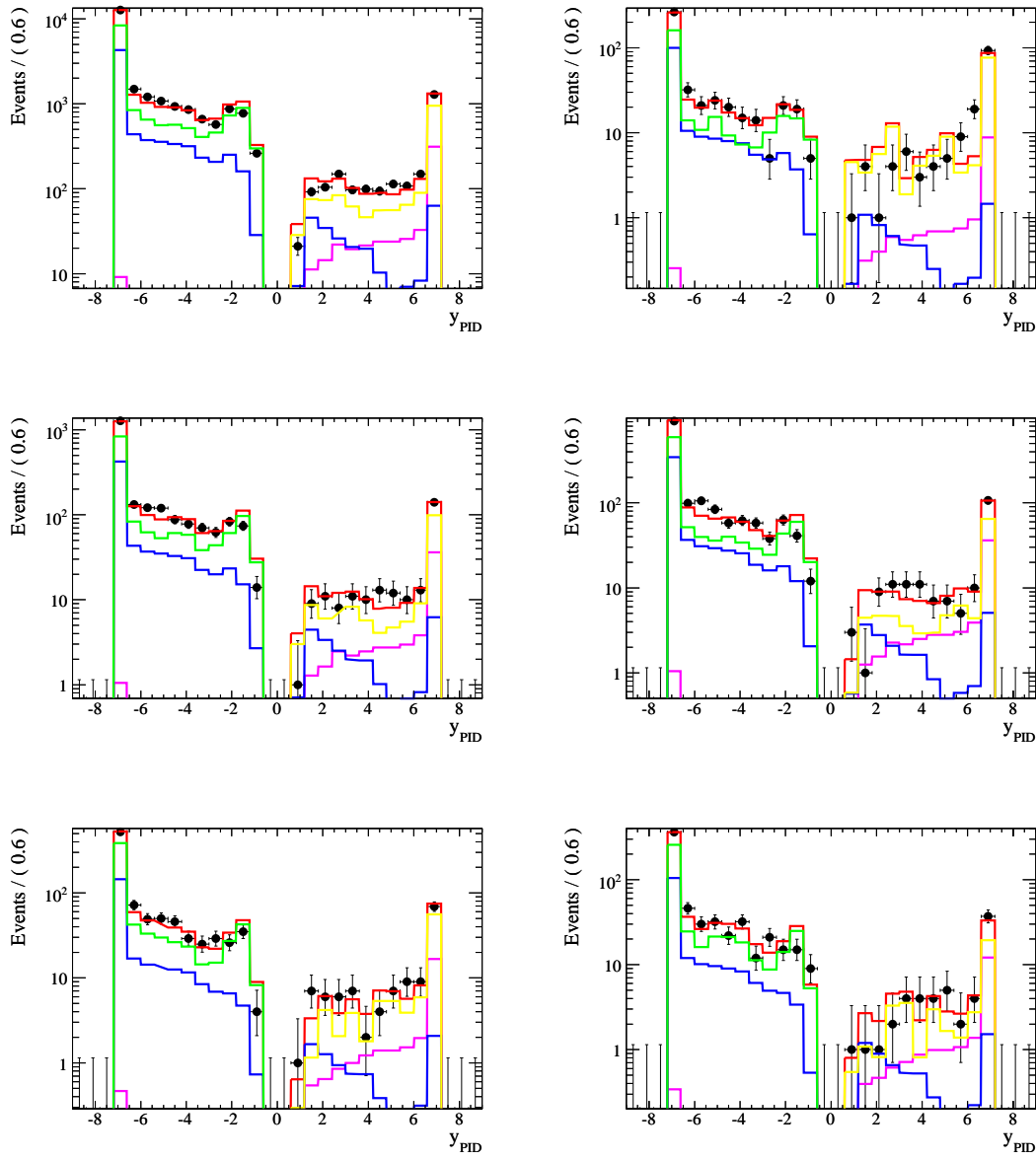


FIGURE 8.9 – Projection sur  $y$  de l'ajustement (en rouge) superposé aux données (points noirs) pour les modes  $B \rightarrow D^*(D^0 \gamma)h$ . De gauche à droite, et de haut en bas :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ . (Signal  $K$  en rose, Signal  $\pi$  en bleu, Bruit  $K$  en jaune, Bruit  $\pi$  en vert).

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$$

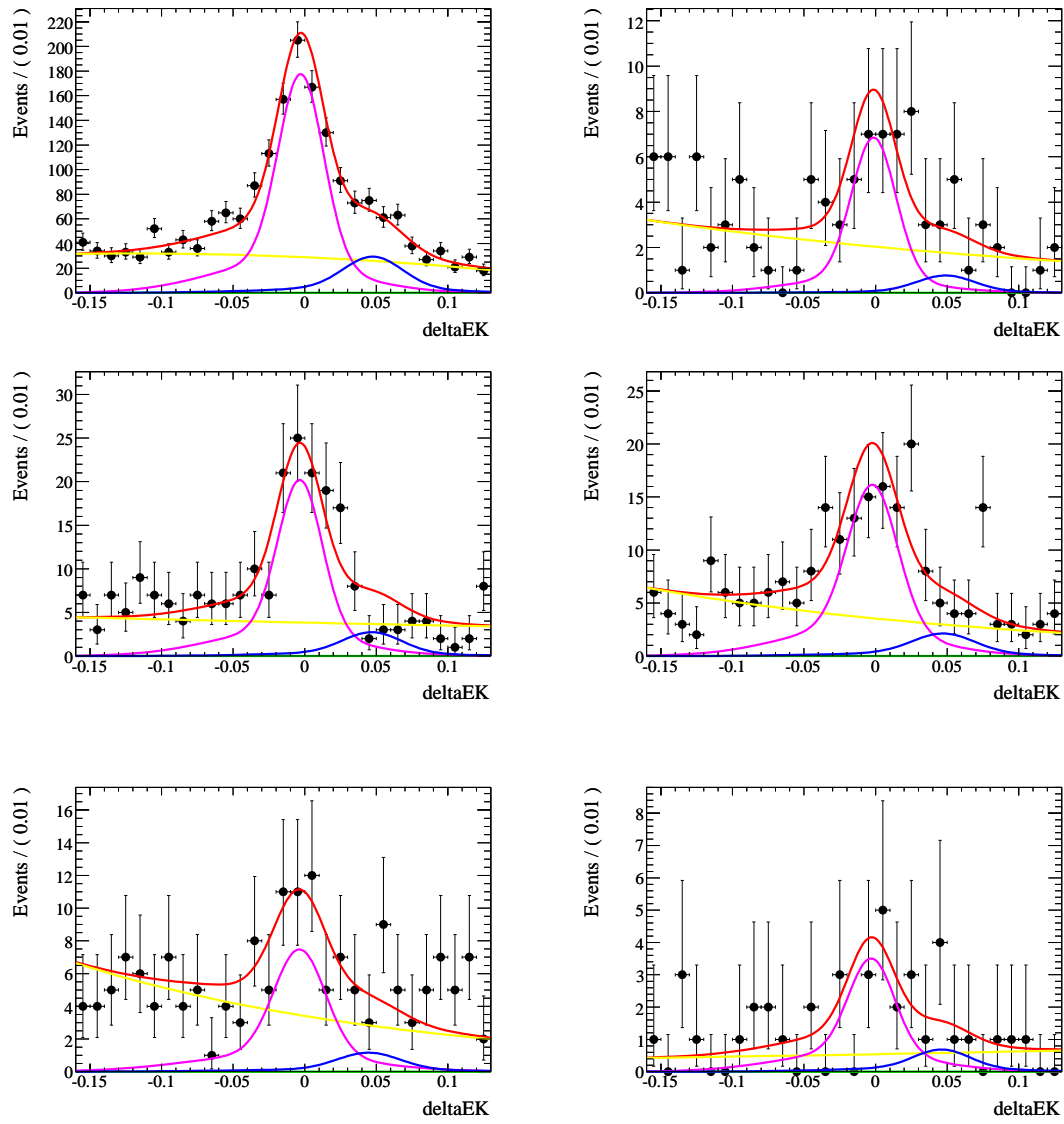


FIGURE 8.10 – Projection sur  $\Delta E_K$  (GeV) de l'ajustement (en rouge) superposé aux données (points noirs) pour les modes  $B \rightarrow D^*(D^0 \pi^0)h$ , avec une coupe sur le sélecteur de  $K$  afin d'enrichir le signal en  $D^*K$ . De gauche à droite, et de haut en bas :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ . (Signal  $K$  en rose, Signal  $\pi$  en bleu, Bruit  $K$  en jaune, Bruit  $\pi$  en vert).

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

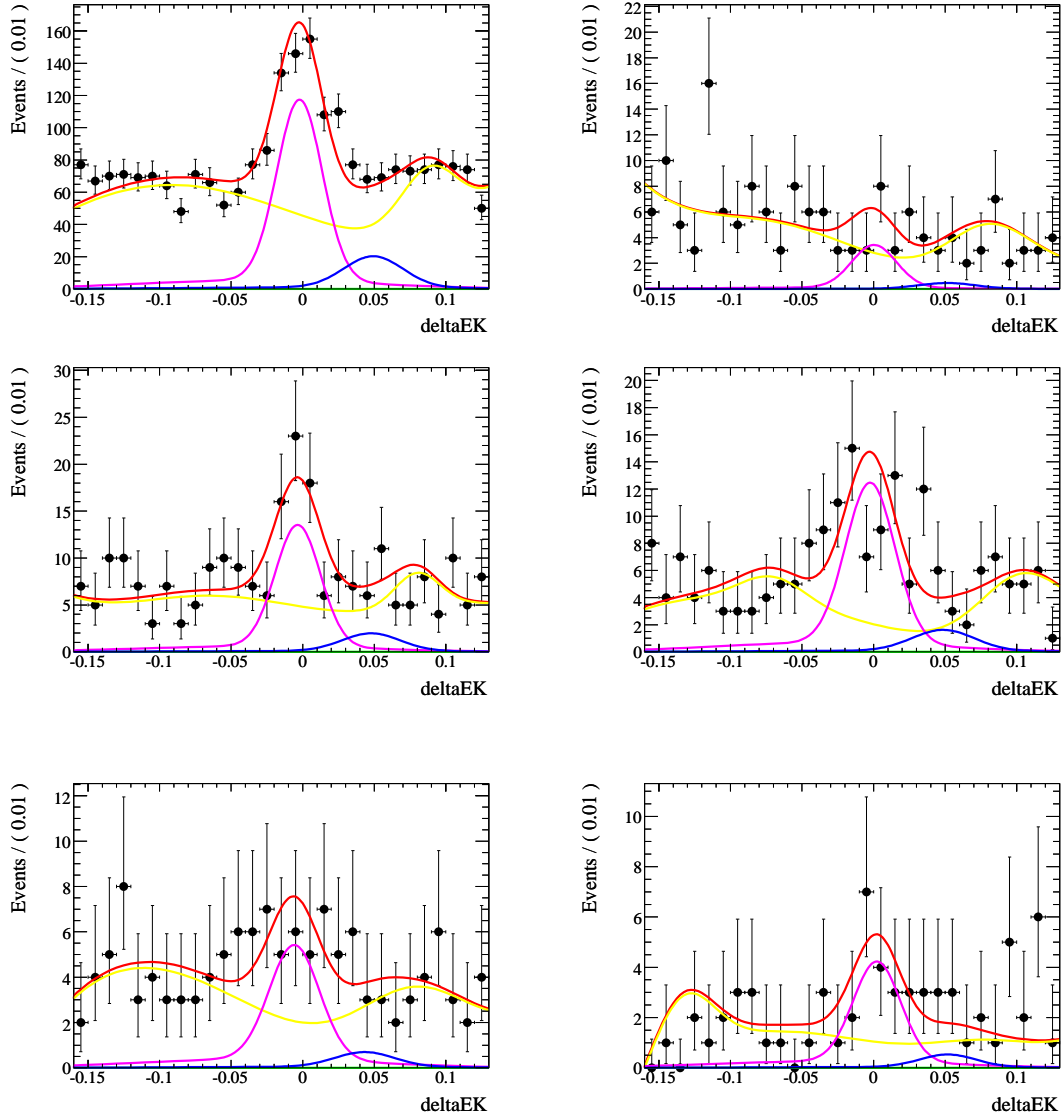


FIGURE 8.11 – Projection sur  $\Delta E_K$  (GeV) de l'ajustement (en rouge) superposé aux données (points noirs) pour les modes  $B \rightarrow D^*(D^0 \gamma)h$ , avec une coupe sur le sélecteur de  $K$  afin d'enrichir le signal en  $D^*K$ . De gauche à droite, et de haut en bas :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_s^0\pi^0$ ,  $K_s^0\omega$ ,  $K_s^0\phi$ . (Signal  $K$  en rose, Signal  $\pi$  en bleu, Bruit  $K$  en jaune, Bruit  $\pi$  en vert).

TABLEAU 8.22 – Résultats de l’ajustement sur les données.

Mode	$\mathcal{A}_{CP}^*$	$R_{K/\pi}^*$	$\mathcal{R}_{CP\pm}^*$	
$D^* \rightarrow D\pi^0$	$K\pi$	$-0,056 \pm 0,047 \pm 0,001$	$0,086 \pm 0,004 \pm 0,004$	—
	$\pi\pi$	$0,158 \pm 0,253 \pm 0,026$	$0,119 \pm 0,032 \pm 0,007$	$1,385 \pm 0,372 \pm 0,081$
	$KK$	$-0,066 \pm 0,135 \pm 0,007$	$0,103 \pm 0,015 \pm 0,003$	$1,198 \pm 0,182 \pm 0,036$
	$K_S^0\pi^0$	$0,198 \pm 0,159 \pm 0,021$	$0,096 \pm 0,016 \pm 0,005$	$1,112 \pm 0,192 \pm 0,055$
	$K_S^0\omega$	$-0,078 \pm 0,247 \pm 0,023$	$0,104 \pm 0,027 \pm 0,010$	$1,210 \pm 0,323 \pm 0,120$
	$K_S^0\phi$	$-0,034 \pm 0,305 \pm 0,039$	$0,071 \pm 0,023 \pm 0,005$	$0,827 \pm 0,272 \pm 0,054$
$D^* \rightarrow D\gamma$	$K\pi$	$-0,073 \pm 0,066 \pm 0,016$	$0,075 \pm 0,005 \pm 0,002$	—
	$\pi\pi$	$0,409 \pm 0,412 \pm 0,040$	$0,089 \pm 0,040 \pm 0,010$	$1,198 \pm 0,536 \pm 0,137$
	$KK$	$-0,104 \pm 0,185 \pm 0,041$	$0,087 \pm 0,017 \pm 0,005$	$1,173 \pm 0,242 \pm 0,066$
	$K_S^0\pi^0$	$-0,389 \pm 0,175 \pm 0,028$	$0,107 \pm 0,020 \pm 0,005$	$1,441 \pm 0,286 \pm 0,064$
	$K_S^0\omega$	$0,094 \pm 0,300 \pm 0,100$	$0,115 \pm 0,037 \pm 0,030$	$1,549 \pm 0,506 \pm 0,401$
	$K_S^0\phi$	$-0,156 \pm 0,296 \pm 0,057$	$0,115 \pm 0,038 \pm 0,018$	$1,541 \pm 0,522 \pm 0,233$

### 8.3.2 Résultats après corrections

Après application des corrections provenant de l’asymétrie de charge (section 8.2.3) et de la dilution  $CP$  (section 8.2.4) par la présence de l’onde S, nous obtenons les résultats suivants en combinant tous les modes entre eux :

#### Modes états propres de saveur

$$\begin{aligned}
 R_{K\pi}^* &= 0,080 \pm 0,003 \pm 0,001 \\
 \mathcal{A}_{K\pi}^* &= -0,058 \pm 0,038 \pm 0,001
 \end{aligned}$$

L’asymétrie  $CP$  est compatible avec 0. Nous obtenons une valeur de  $R^*$  compatible avec celle de l’analyse précédente de *BABAR* [69].

#### Modes états propres de $CP$

Modes  $D^* CP+$  :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_{CP+}^* &= -0,114 \pm 0,089 \pm 0,007 \\
 R_+^* &= 0,108 \pm 0,010 \pm 0,002 \\
 \mathcal{R}_{CP+}^* &= 1,313 \pm 0,132 \pm 0,029
 \end{aligned}$$

Modes  $D^* CP-$  :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{A}_{CP-}^* &= 0,060 \pm 0,099 \pm 0,016 \\
 R_-^* &= 0,090 \pm 0,009 \pm 0,003 \\
 \mathcal{R}_{CP-}^* &= 1,081 \pm 0,119 \pm 0,034
 \end{aligned}$$

Les asymétries  $CP$  sont compatibles avec 0. Néanmoins, en utilisant  $\gamma = 61,7^\circ$ ,  $r_B^* = 0,1$  et  $\delta_B^* = 300^\circ$  [48], nous attendons une valeur de  $\mathcal{A}_{CP+}^*$  de l’ordre de  $-14\%$  et de  $\mathcal{A}_{CP-}^*$  de l’ordre de  $+16\%$ . Nos mesures sont également compatibles avec ces valeurs, avec le même signe. En l’absence d’ambiguïté dans la méthode GLW, ceci constituerait une mesure à environ  $1\sigma$  des asymétries. Nous avons réduit les incertitudes statistique d’un facteur 2 et les incertitudes systématiques d’un facteur 3 environ par rapport aux mesures précédentes de *BABAR* et Belle [69, 71], et nous donnons une mesure plus précise que la moyenne mondiale (voir tableau 8.23).

TABLEAU 8.23 – Mesures précédentes par *BABAR* [69] et Belle [71] des observables  $R_+^*$  (disponible uniquement pour *BABAR*) et  $R_{CP\pm}^*$ , comparés avec cette analyse. Seule la collaboration Belle a étudié les modes  $CP$  impairs. D’après [48].

Observable	<i>BABAR</i>	Belle	Moyenne	Cette analyse
$R_+^*$	$0,086 \pm 0,021 \pm 0,007$	–	–	$0,108 \pm 0,010 \pm 0,002$
$\mathcal{R}_{CP+}^*$	$1,06 \pm 0,26_{-0,09}^{+0,10}$	$1,41 \pm 0,25 \pm 0,06$	$1,25 \pm 0,19$	$1,313 \pm 0,132 \pm 0,029$
$\mathcal{R}_{CP-}^*$	–	$1,15 \pm 0,31 \pm 0,12$	$1,15 \pm 0,33$	$1,081 \pm 0,119 \pm 0,034$

Notre mesure de  $R_+^*$  et  $\mathcal{R}_{CP+}^*$  est compatible avec la mesure précédente de *BABAR* [69]. La collaboration Belle n’a pas donné la valeur de  $R_{\pm}^*$  dans la référence [71]. Nous sommes compatibles avec ses mesures de  $\mathcal{R}_{CP+}^*$  et de  $\mathcal{R}_{CP-}^*$ .

En termes de coordonnées cartésiennes  $x_{\pm}^*$  et d’observables  $(r_B^*)^2$  et  $z$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned}
x_+^* &= 0,112 \pm 0,061 \pm 0,012 \\
x_-^* &= 0,004 \pm 0,059 \pm 0,012 \\
(r_B^*)^2 &= 0,197 \pm 0,089 \pm 0,022 \\
z &= -0,084 \pm 0,161 \pm 0,019
\end{aligned}$$

Nous pouvons comparer nos résultats sur  $x_{\pm}^*$  avec ceux obtenus (voir figure 8.12 et tableau 8.24) par l’analyse de Dalitz  $B \rightarrow D^*K$ ,  $D^* \rightarrow D\pi^0$  et  $D^* \rightarrow D\gamma$ ,  $D \rightarrow K_S^0\pi^+\pi^-$  [81, 82]. Notre mesure de  $x_{\pm}^*$  est compatible avec ces résultats, et elle est plus précise que la moyenne mondiale.

La mesure de  $(r_B^*)^2$  confirme la valeur obtenue avec la moyenne des résultats GLW ( $(r_B^*)^2 = 0,20 \pm 0,15$ ), et améliore sensiblement la précision.

TABLEAU 8.24 – Valeurs de  $x_{\pm}^*$  mesurées par *BABAR* et Belle avec l’analyse de Dalitz des désintégrations  $B^{\pm} \rightarrow D^*K^{\pm}$  (avec, dans l’ordre d’apparition, l’incertitude statistique, systématique, et sur le modèle de Dalitz). D’après [48].

	$x_+^*$	$x_-^*$
BaBar	$0,084 \pm 0,088 \pm 0,015 \pm 0,018$	$-0,106 \pm 0,091 \pm 0,020 \pm 0,009$
N(BB)=347M		
Belle	$0,032_{-0,116}^{+0,120} \pm 0,004 \pm 0,049$	$-0,128_{-0,146}^{+0,167} \pm 0,023 \pm 0,071$
N(BB)=386M		
Moyenne	$0,067 \pm 0,071$	$-0,110 \pm 0,080$
(Incetitude sur le modèle non prise en compte)		

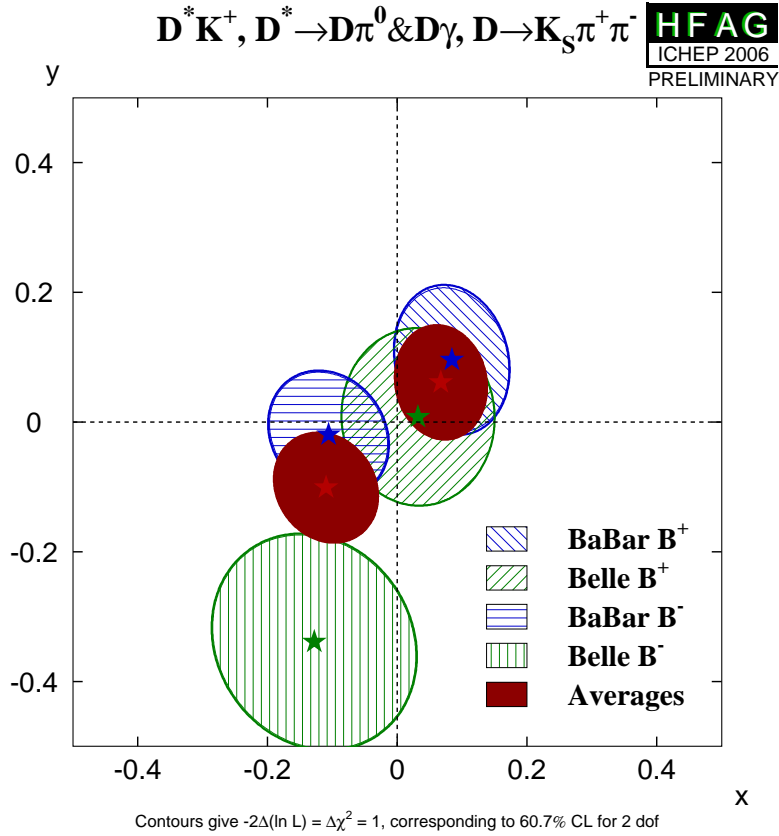


FIGURE 8.12 – Résultats de  $x_{\pm}^*$  et  $y_{\pm}^*$  obtenus par *BABAR* et *Belle*, et moyenne mondiale, à partir de l'analyse de Dalitz  $B \rightarrow D^* K$ ,  $D^* \rightarrow D\pi^0$  et  $D^* \rightarrow D\gamma$ ,  $D \rightarrow K_S^0 \pi^+ \pi^-$ . D'après [48].

Le travail présenté dans cette thèse porte sur l'analyse des désintégrations  $B^\pm \rightarrow D^* K^\pm$  à l'aide de la méthode de Gronau, London et Wyler. Nous utilisons les données des Runs 1 à 5 enregistrées par *BABAR*, correspondant à  $347 \text{ fb}^{-1}$ , soit  $381 \times 10^6$  paires de  $B\bar{B}$ . Nous réalisons une mise à jour de l'étude précédente de *BABAR* des modes  $CP$  pairs du  $D$  pour les modes  $D^* \rightarrow D\pi^0$ . Nous effectuons la première mesure de *BABAR* des modes  $CP$  impairs du  $D$  pour les modes  $D^* \rightarrow D\pi^0$ , et la première mesure mondiale incluant les modes  $D^* \rightarrow D\gamma$ . Nous combinons les différents modes et obtenons les résultats sous la forme des quatre observables GLW  $\mathcal{A}_{CP\pm}^*, \mathcal{R}_{CP\pm}^*$  :

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{CP+}^* &= -0,114 \pm 0,089 \pm 0,007 \\ \mathcal{R}_{CP+}^* &= 1,313 \pm 0,132 \pm 0,029 \\ \mathcal{A}_{CP-}^* &= 0,060 \pm 0,099 \pm 0,016 \\ \mathcal{R}_{CP-}^* &= 1,081 \pm 0,119 \pm 0,034\end{aligned}$$

Ces résultats sont plus précis que la moyenne mondiale actuelle combinant les résultats précédents de *BABAR* et Belle, tout en étant compatibles.

La mesure des quatre observables GLW permet en principe de contraindre l'angle  $\gamma$  avec une ambiguïté d'ordre 8. En pratique, nous ne sommes pas encore capables d'établir une telle contrainte, car la méthode GLW n'est pas assez sensible, du fait de la statistique disponible à l'heure actuelle auprès des usines à  $B$ . En effet, l'analyse de Dalitz des modes  $B \rightarrow D^* K$ ,  $D \rightarrow K_S^0 \pi \pi$  établit  $r_B^* < 0,2$  (voir figure 3.9), soit  $(r_B^*)^2 < 0,04$ , alors que nous n'atteignons qu'une précision de l'ordre de 10% sur  $\mathcal{R}_{CP\pm}^*$ . Il faudrait une précision de l'ordre du % pour commencer à contraindre  $\gamma$  avec la méthode GLW prise seule.

Néanmoins, l'analyse présentée ici contribue à l'amélioration de la contrainte sur  $\gamma$ , à travers la mesure des coordonnées cartésiennes  $x_\pm^*$ , que l'on peut combiner aux valeurs obtenues avec l'analyse GGSZ. Nous obtenons :

$$\begin{aligned}x_+^* &= 0,112 \pm 0,061 \pm 0,012 \\ x_-^* &= 0,004 \pm 0,059 \pm 0,012 \\ (r_B^*)^2 &= 0,197 \pm 0,089 \pm 0,019 \\ z &= -0,084 \pm 0,161 \pm 0,019\end{aligned}$$

Grâce à la statistique plus importante et l'utilisation d'un grand nombre de canaux de désintégration, les résultats que nous obtenons sur  $x_\pm^*$  sont plus précis que la moyenne mondiale disponible.

La précision de la mesure de  $\gamma$  devrait s'améliorer grandement dans un avenir proche grâce à l'expérience LHCb [130]. Du fait de la très grande section efficace ( $\approx 500 \mu\text{b}$ ) de production  $b\bar{b}$  dans les collisions  $p-p$  à 14 TeV, et de la haute luminosité disponible, le LHC sera bientôt la source la plus importante de mésons  $B$ , de plusieurs ordres de grandeur par rapport aux usines à  $B$ . Les méthodes présentées dans cette thèse (GLW, ADS, Dalitz) basées sur les  $B^\pm$  pourront être mises en



oeuvre. La statistique disponible permettra aussi d'accéder à  $\gamma$  avec les désintégrations  $B_d^0 \rightarrow DK^{*0}$ . Par ailleurs, la production de  $B_s^0$  offre de nouvelles voies pour la détermination de  $\gamma$ , par l'étude des désintégrations  $B_s^0 \rightarrow D_s^\pm K^\mp$ . D'excellentes résolution en masse et séparation  $K/\pi$  devraient permettre d'utiliser des processus tels que  $B_d^0 \rightarrow \pi\pi$  et  $B_s^0 \rightarrow KK$ .

La précision attendue sur  $\gamma$  en 2010, basée sur  $1 \text{ ab}^{-1}$  pour chaque usine à  $B$  et une année nominale de LHCb, est de l'ordre de  $5 - 10^\circ$ . Elle dépend de la valeur de  $\gamma$ , mais aussi de  $\Delta m_s$  et  $\Delta \Gamma_s$ . L'extrapolation au delà de 2010 dépend des performances du détecteur LHCb, les incertitudes théoriques étant négligeables.

Par conséquent, la mesure de  $\gamma$  est aussi une des principales motivations du projet de super-usine à  $B$  [131], qui vise une luminosité de 50 à 100 fois plus élevée que celle des usines à  $B$  actuelles. Selon les estimations, une amélioration d'un facteur 5 sur la précision de la mesure de  $\gamma$  est attendue par rapport aux mesures de 2010, avec une luminosité intégrée de  $50 \text{ ab}^{-1}$ .





- [1] M. Kobayashi, T. Maskawa, *CP-violation in the Renormalizable Theory of Weak Interactions*, Prog. Theor. Phys. **49** 652 (1973).
- [2] M. Gell-Mann, *A Schematic Model Of Baryons And Mesons*, Phys. Lett. **8** (1964) 214.  
G. Zweig, CERN Report No. CERN-8182/Th 401, 1964 (unpublished)  
Y. Ne'eman, *Derivation of strong interactions from a gauge invariance*, Nucl. Phys. **26** (1961) 222.
- [3] E. Noether Nachr. d. König. Gesellsch. d. Wiss. zu Göttingen, Math-phys. Klasse, 235-257 (1918), apparu ensuite dans Transport Theory and Statistical Physics, **1** (3), 183-207 (1971)  
E. Noether and M. A. Tavel, *Invariant Variation Problems*, arXiv.org :physics/0503066, (2005)
- [4] C. Burgess, G. Moore, *The Standard Model : A primer*, Cambridge University Press, 2007
- [5] G. C. Branco, L. Lavoura and J. P. Silva, *CP violation*, Oxford, UK : Clarendon (1999) 511 p
- [6] G. Lueders, *Proof of the TCP theorem*, Annals Phys. **2** (1957) 1 [Annals Phys. **281** (2000) 1004].  
W. Pauli, L. Rosenfeld, V. Weisskopf, *Niels Bohr and the Development of Physics*, New York, Pergamon Press, 1955
- [7] Y. Nambu, *Axial vector current conservation in weak interactions*, Phys. Rev. Lett. **4** (1960) 380.  
J. Goldstone, *Field Theories With Superconductor Solutions*, Nuovo Cim. **19** (1961) 154.
- [8] P. W. Higgs, *Broken symmetries, massless particles and gauge fields*, Phys. Lett. **12** (1964) 132.  
F. Englert and R. Brout, *Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons*, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 321.  
G. S. Guralnik, C. R. Hagen and T. W. B. Kibble, *Global conservation laws and massless particles*, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 585.  
P. W. Higgs, *Spontaneous Symmetry Breakdown Without Massless Bosons*, Phys. Rev. **145** (1966) 1156.  
T. W. B. Kibble, *Symmetry breaking in non-Abelian gauge theories*, Phys. Rev. **155** (1967) 1554.
- [9] T. D. Lee and C. N. Yang, *Question Of Parity Conservation In Weak Interactions*, Phys. Rev. **104** (1956) 254.
- [10] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes and R. P. Hudson, *Experimental test of parity conservation in beta decay*, Phys. Rev. **105** (1957) 1413.
- [11] M. Goldhaber, L. Grodzins and A. W. Sunyar, *Helicity of neutrinos*, Phys. Rev. **109** (1958) 1015.
- [12] L. P. Roesch, V. L. Telegdi, P. Truttmann, A. Zehnder, L. Grenacs and L. Palffy, *Direct Measurement Of The Helicity Of The Muonic Neutrino*, Am. J. Phys. **50** (1982) 931.

- [13] R. L. Garwin, L. M. Lederman and M. Weinrich, *Observations of the Failure of Conservation of Parity and Charge Conjugation in Meson Decays : The Magnetic Moment of the Free Muon*, Phys. Rev. **105** (1957) 1415.
- [14] J. I. Friedman and V. L. Telegdi, *Nuclear emulsion evidence for parity nonconservation in the decay  $\pi^+ \rightarrow \mu^+ e^+$* , Phys. Rev. **105** (1957) 1681.
- [15] S. Barshay, *Proposal to Test Time-Reversal Invariance in the Reactions  $\gamma + d \Leftrightarrow n + p$* , Phys. Rev. Lett. **17** (1966)  $n^\circ 1$
- [16] D. I. Sober, D. G. Cassel, A. J. Sadoff, K. W. Chen and P. A. Crean, *Angular distribution of deuteron photodisintegration between 240 and 320 MeV*, Phys. Rev. Lett. **22** (1969) 430.
- [17] A. Angelopoulos *et al.* [CPLEAR Collaboration], *First direct observation of time-reversal non-invariance in the neutral kaon system*, Phys. Lett. B **444** (1998) 43.
- [18] G. C. Wick, A. S. Wightman and E. P. Wigner, *The intrinsic parity of elementary particles*, Phys. Rev. **88** (1952) 101.
- [19] L. D. Landau, *On The Conservation Laws For Weak Interactions*, Nucl. Phys. **3** (1957) 127.
- [20] J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch and R. Turlay, *Evidence For The  $2\pi$  Decay Of The  $K(2)0$  Meson*, Phys. Rev. Lett. **13** (1964) 138.
- [21] V. Fanti *et al.* [NA48 Collaboration], *A new measurement of direct CP violation in two pion decays of the neutral kaon*, Phys. Lett. B **465** (1999) 335 [arXiv :hep-ex/9909022].
- [22] A. Alavi-Harati *et al.* [KTeV Collaboration], *Observation of direct CP violation in  $K_{(S,L)} \rightarrow \pi\pi$  decays*, Phys. Rev. Lett. **83** (1999) 22 [arXiv :hep-ex/9905060].
- [23] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Observation of CP violation in the  $B^0$  meson system*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 091801 [arXiv :hep-ex/0107013].
- [24] K. Abe *et al.* [Belle Collaboration], *Observation of large CP violation in the neutral B meson system*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 091802 [arXiv :hep-ex/0107061].
- [25] G. Steigman, Ann. Rev. Astron. Astrophys. **14** (1976) 339.
- [26] A. D. Sakharov, *Violation of CP Invariance, C Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe*, Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **5** (1967) 32 [JETP Lett. **5** (1967) 392-393.1991 UFNAA,161,61-64.1991) 24].  
A. D. Dolgov, 25th ITEP Winter School of Physics, Moscow, Russia, 18-27 Feb 1997. *Baryogenesis, 30 years after*, arXiv :hep-ph/9707419.
- [27] J. C. Pati and A. Salam, *Lepton Number As The Fourth Color*, Phys. Rev. D **10** (1974) 275 [Erratum-ibid. D **11** (1975) 703].  
H. Georgi and S. L. Glashow, *Unity Of All Elementary Particle Forces*, Phys. Rev. Lett. **32** (1974) 438.
- [28] M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff and O. Pene, *Standard Model CP violation and baryon asymmetry*, Mod. Phys. Lett. A **9** (1994) 795 [arXiv :hep-ph/9312215].  
M. B. Gavela, P. Hernandez, J. Orloff, O. Pene and C. Quimbay, *Standard Model CP violation and baryon asymmetry. Part 2 : Finite temperature*, Nucl. Phys. B **430** (1994) 382 [arXiv :hep-ph/9406289].
- [29] P. Huet and E. Sather, *Electroweak baryogenesis and Standard Model CP violation*, Phys. Rev. D **51** (1995) 379 [arXiv :hep-ph/9404302].
- [30] S. L. Glashow, *Partial Symmetries Of Weak Interactions*, Nucl. Phys. **22** (1961) 579.
- [31] S. Weinberg, *A Model Of Leptons*, Phys. Rev. Lett. **19** (1967) 1264.
- [32] A. Salam, *Elementary Particle Physics (Nobel Symp. N.8)*, Ed. N.Svartholm, Almquist and Wiksells, Stockholm (1968)
- [33] M. Herrero, *The Standard Model*, arXiv :hep-ph/9812242.
- [34] I. S. Altarev *et al.*, *New measurement of the electric dipole moment of the neutron*, Phys. Lett. B **276** (1992) 242.

- [35] C. Jarlskog, *CP Violation*, Singapore, World Scientific (1989) 723 P. (Advanced Series on directions in High Energy Physics, 3)
- [36] Y. Fukuda *et al.* [Super-Kamiokande Collaboration], *Evidence for oscillation of atmospheric neutrinos*, Phys. Rev. Lett. **81** (1998) 1562 [arXiv :hep-ex/9807003].
- [37] W. Grimus and M. N. Rebelo, *Automorphisms in gauge theories and the definition of CP and P*, Phys. Rept. **281** (1997) 239 [arXiv :hep-ph/9506272].
- [38] N. Cabibbo, *Unitary Symmetry and Leptonic Decays*, Phys. Rev. Lett. **10** (1963) 531.
- [39] W. M. Yao *et al.* [Particle Data Group], *Review of particle physics*, J. Phys. G **33** (2006) 1.
- [40] L. Wolfenstein, *Parametrization Of The Kobayashi-Maskawa Matrix*, Phys. Rev. Lett. **51** (1983) 1945.
- [41] C. Jarlskog, *Commutator Of The Quark Mass Matrices In The Standard Electroweak Model And A Measure Of Maximal CP Violation*, Phys. Rev. Lett. **55**, 1039 (1985).
- [42] R. F. Lebed, *Relating CKM parametrizations and unitarity triangles*, Phys. Rev. D **55** (1997) 348 [arXiv :hep-ph/9607305].
- [43] V. Weisskopf and E. P. Wigner, *Calculation of the natural brightness of spectral lines on the basis of Dirac's theory*, Z. Phys. **63** (1930) 54.
- [44] V. Weisskopf and E. Wigner, *Over the natural line width in the radiation of the harmonic oscillator*, Z. Phys. **65** (1930) 18.
- [45] I. I. Y. Bigi, A. I. Sanda, *CP violation*, Camb. Monogr. Part. Phys. Nucl. Phys. Cosmol. **9** (2000) 1
- [46] A. Hocker and Z. Ligeti, *CP violation and the CKM matrix*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **56**, 501 (2006) [arXiv :hep-ph/0605217].
- [47] A. Serebrov *et al.*, *Measurement of the neutron lifetime using a gravitational trap and a low-temperature Fomblin coating*, Phys. Lett. B **605** (2005) 72 [arXiv :nucl-ex/0408009].
- [48] E. Barberio *et al.* [Heavy Flavor Averaging Group (HFAG) Collaboration], *Averages of b-hadron properties at the end of 2006*, arXiv :0704.3575 [hep-ex].
- [49] M. Gronau and D. London, *New physics in CP asymmetries and rare B decays*, Phys. Rev. D **55**, 2845 (1997).
- [50] B. Kayser and D. London, *B decay CP asymmetries, discrete ambiguities and new physics*, Phys. Rev. D **61**, 116012 (2000).
- [51] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Ambiguity-free measurement of  $\cos(2\beta)$  : Time-integrated and time-dependent angular analyses of  $B \rightarrow J/\psi K\pi$* , Phys. Rev. D **71** (2005) 032005 [arXiv :hep-ex/0411016].
- [52] A. Bondar, T. Gershon and P. Krokovny, *A method to measure  $\phi_1$  using  $\bar{B}^0 \rightarrow Dh^0$  with multibody D decay*, Phys. Lett. B **624** (2005) 1 [arXiv :hep-ph/0503174].
- [53] K. Abe *et al.*, *Measurement of  $\phi_1$  using  $\bar{B}^0 \rightarrow D(K_S^0\pi^+\pi^-)h^0$* , arXiv :hep-ex/0507065.
- [54] J. Charles *et al.* [CKMfitter Group], *CP violation and the CKM matrix : Assessing the impact of the asymmetric B factories*, Eur. Phys. J. C **41** (2005) 1 [arXiv :hep-ph/0406184].
- [55] A. Hocker, H. Lacker, S. Laplace and F. Le Diberder, *A new approach to a global fit of the CKM matrix*, Eur. Phys. J. C **21** (2001) 225 [arXiv :hep-ph/0104062].
- [56] M. Bona *et al.* [UTfit Collaboration], *The 2004 UTfit Collaboration report on the status of the unitarity triangle in the standard model*, JHEP **0507** (2005) 028 [arXiv :hep-ph/0501199].
- [57] [http : //utfitroma1.infn.it/](http://utfitroma1.infn.it/)
- [58] [http : //www.slac.stanford.edu/xorg/ckmfitter/ckm\\_welcome.html](http://www.slac.stanford.edu/xorg/ckmfitter/ckm_welcome.html)
- [59] Y. Grossman, A. Soffer and J. Zupan, *The effect of  $D - \bar{D}$  mixing on the measurement of  $\gamma$  in  $B \rightarrow DK$  decays*, Phys. Rev. D **72** (2005) 031501 [arXiv :hep-ph/0505270].  
B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Search for  $D^0 - \bar{D}^0$  mixing and a measurement of the doubly Cabibbo-suppressed decay rate in  $D^0 \rightarrow K\pi$  decays*, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 171801 [arXiv :hep-ex/0304007].

- [60] M. Gronau, *Improving bounds on  $\gamma$  in  $B^\pm \rightarrow DK^\pm$  and  $B^{\pm,0} \rightarrow DX_s^{\pm,0}$* , Phys. Lett. B **557** (2003) 198 [arXiv :hep-ph/0211282].
- [61] M. Gronau and D. London., *How To Determine All The Angles Of The Unitarity Triangle From  $B_d^0 \rightarrow DK_s^0$  And  $B_s^0 \rightarrow D\phi$* , Phys. Lett. B **253** (1991) 483.
- [62] M. Gronau and D. Wyler, *On determining a weak phase from CP asymmetries in charged B decays*, Phys. Lett. B **265** (1991) 172.
- [63] T. E. Browder, K. Honscheid and D. Pedrini, *Nonleptonic decays and lifetimes of charm and beauty particles*, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. **46**, 395 (1996) [arXiv :hep-ph/9606354].
- [64] A. Soffer, *Discrete ambiguities in the measurement of the weak phase  $\gamma$* , Phys. Rev. D **60** (1999) 054032 [arXiv :hep-ph/9902313].
- [65] A. J. Buras and P. H. Weisz, *QCD nonleading corrections to weak decays in dimensional regularization and 't Hooft-Veltman schemes*, Nucl. Phys. B **333** (1990) 66.
- [66] P. S. Drell, *Heavy quark decays*, arXiv :hep-ex/9711020.
- [67] M. Gronau, O. F. Hernandez, D. London and J. L. Rosner, *Broken SU(3) Symmetry In Two-Body B Decays*, Phys. Rev. D **52** (1995) 6356 [arXiv :hep-ph/9504326].
- [68] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Measurements of the branching fractions and CP-asymmetries of  $B^- \rightarrow D^0(CP)K^-$  decays*, Phys. Rev. D **73** (2006) 051105 [arXiv :hep-ex/0512067].
- [69] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Measurement of the ratio  $B(B^- \rightarrow D^{*0}K^-)/B(B^- \rightarrow D^{*0}\pi^-)$  and of the CP asymmetry of  $B^- \rightarrow D_{CP+}^{*0}K^-$  decays*, Phys. Rev. D **71** (2005) 031102 [arXiv :hep-ex/0411091].
- [70] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Measurement of CP asymmetries for the decays  $B^\pm \rightarrow D_{CP}^0 K^{*\pm}$* , Phys. Rev. D **72** (2005) 071103 [arXiv :hep-ex/0507002].
- [71] K. Abe *et al.* [BELLE Collaboration], *Study of  $B^\pm \rightarrow D(CP)K^\pm$  and  $D^*(CP)K^\pm$  decays*, Phys. Rev. D **73** (2006) 051106 [arXiv :hep-ex/0601032].
- [72] D. Atwood, I. Dunietz and A. Soni, *Enhanced CP violation with  $B \rightarrow KD^0(\bar{D}^0)$  modes and extraction of the CKM angle  $\gamma$* , Phys. Rev. Lett. **78** (1997) 3257 [arXiv :hep-ph/9612433].
- [73] D. Atwood, I. Dunietz and A. Soni, *Improved methods for observing CP violation in  $B^\pm \rightarrow KD$  and measuring the CKM phase  $\gamma$* , Phys. Rev. D **63** (2001) 036005 [arXiv :hep-ph/0008090].
- [74] A. Bondar and T. Gershon, *On  $\phi_3$  measurements using  $B^- \rightarrow D^*K^-$  decays*, Phys. Rev. D **70** (2004) 091503 [arXiv :hep-ph/0409281].
- [75] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Search for  $b \rightarrow u$  transitions in  $B^- \rightarrow D^0K^-$  and  $B^- \rightarrow D^{*0}K^-$* , Phys. Rev. D **72** (2005) 032004 [arXiv :hep-ex/0504047].
- [76] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *A study of  $b \rightarrow c$  and  $b \rightarrow u$  interference in the decay  $B^- \rightarrow (K^+\pi^-)DK^{*-}$* , Phys. Rev. D **72** (2005) 071104 [arXiv :hep-ex/0508001].
- [77] K. Abe *et al.*, *Study of the suppressed decays  $B^\pm \rightarrow (K^\pm\pi^\pm)(D)K^\pm$  and  $B^\pm \rightarrow (K^\pm\pi^\pm)(D)\pi^\pm$  at Belle*, arXiv :hep-ex/0508048.
- [78] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Search for  $b \rightarrow u$  transitions in  $B^- \rightarrow [K^+\pi^-\pi^0](D)K^-$* , arXiv :hep-ex/0607065.
- [79] A. Giri, Y. Grossman, A. Soffer and J. Zupan, *Determining  $\gamma$  using  $B^\pm \rightarrow DK^\pm$  with multibody D decays*, Phys. Rev. D **68** (2003) 054018 [arXiv :hep-ph/0303187].
- [80] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Measurement of the CKM angle  $\gamma$  in  $B^\pm \rightarrow D^{(*)}K^\pm$  decays with a Dalitz analysis of  $D^0 \rightarrow K_s^0\pi^-\pi^+$* , arXiv :hep-ex/0607104.
- [81] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Measurement of  $\gamma$  in  $B^\pm \rightarrow D^{(*)}K^\pm$  and  $B^\pm \rightarrow DK^{*\pm}$  decays with a Dalitz analysis of  $D \rightarrow K_s^0\pi^-\pi^+$* , arXiv :hep-ex/0507101.
- [82] A. Poluektov *et al.* [Belle Collaboration], *Measurement of  $\phi_3$  with Dalitz plot analysis of  $B^+ \rightarrow D^{(*)}K^{(*)+}$  decay*, Phys. Rev. D **73** (2006) 112009 [arXiv :hep-ex/0604054].
- [83] B. Aubert *et al.* [BaBar Collaboration], *Measurement of CP violation parameters with a Dalitz plot analysis of  $B^\pm \rightarrow D(\pi^+\pi^-\pi^0)K^\pm$* , arXiv :hep-ex/0703037.

- [84] I. Dunietz, *Clean CKM information from  $B_d(t) \rightarrow D^{*\pm}\pi^\mp$* , Phys. Lett. B **427** (1998) 179 [arXiv :hep-ph/9712401].
- [85] I. Dunietz and R. G. Sachs, *Asymmetry between inclusive charmed and anticharmed modes in  $B^0$ ,  $\bar{B}^0$  decay as a measure of CP violation*, Phys. Rev. D **37** (1988) 3186 [Erratum-ibid. D **39** (1989) 3515].
- [86] D. A. Suprun, C. W. Chiang and J. L. Rosner, *Extraction of a weak phase from  $B \rightarrow D^{(*)}\pi$* , Phys. Rev. D **65** (2002) 054025 [arXiv :hep-ph/0110159].
- [87] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Improved measurement of CP asymmetries in  $B^0 \rightarrow (c\bar{c})K^{(*)0}$  decays*, Phys. Rev. Lett. **94** (2005) 161803 [arXiv :hep-ex/0408127].
- [88] O. Long, M. Baak, R. N. Cahn and D. Kirkby, *Impact of tag-side interference on time dependent CP asymmetry measurements using coherent  $B^0 - \bar{B}^0$  pairs*, Phys. Rev. D **68** (2003) 034010 [arXiv :hep-ex/0303030].
- [89] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Measurement of time-dependent CP-violating asymmetries and constraints on  $\sin(2\beta + \gamma)$  with partial reconstruction of  $B \rightarrow D^{*\mp}\pi^\pm$  decays*, Phys. Rev. D **71** (2005) 112003 [arXiv :hep-ex/0504035].
- [90] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Measurement of time-dependent CP asymmetries in  $B^0 \rightarrow D^{(*)\pm}\pi^\mp$  and  $B^0 \rightarrow D^\pm\rho^\mp$  decays*, Phys. Rev. D **73** (2006) 111101 [arXiv :hep-ex/0602049].
- [91] F. J. Ronga *et al.* [BELLE Collaboration], *Measurements of CP violation in  $B^0 \rightarrow D^{*-}\pi^+$  and  $B^0 \rightarrow D^-\pi^+$  decays*, Phys. Rev. D **73** (2006) 092003 [arXiv :hep-ex/0604013].
- [92] V. Tisserand [BaBar Collaboration], *Measurements of the CKM angle  $\phi_3/\gamma$* , arXiv :0706.2786 [hep-ex].
- [93] V. Tisserand [BaBar Collaboration], Communication privée
- [94] P. F. Harrison and H. R. Quinn [BABAR Collaboration], *The BaBar physics book : Physics at an asymmetric B factory*, SLAC-R-0504
- [95] A. Pompili and F. Selleri, *On a possible EPR experiment with  $B/d0$  anti- $B/d0$  pairs*, Eur. Phys. J. C **14** (2000) 469 [arXiv :hep-ph/9906347].
- [96] F. J. Decker, R. H. Iverson, H. Smith and M. S. Zelazny, *The SLAC linac during the PEP-II era*, SLAC-PUB-8112 Contributed to IEEE Particle Accelerator Conference (PAC 99), New York, NY, 29 Mar - 2 Apr 1999
- [97] J. Seeman, *PEP-II and KEKB operational status*, Prepared for Particle Accelerator Conference (PAC 05), Knoxville, Tennessee, 16-20 May 2005. Published in \*Knoxville 2005, Particle Accelerator Conference\* 276.
- [98] W. Kozanecki *et al.*, *Trickle-charge : A new operational mode for PEP-II*, Presented at the 9th European Particle Accelerator Conference (EPAC 2004), Lucerne, Switzerland, 5-9 Jul 2004.
- [99] J. Seeman *et al.*, *A luminosity of  $10^{34} \text{ cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$  in the PEP-II B-factory*, Contributed to European Particle Accelerator Conference (EPAC 06), Edinburgh, Scotland, 26-30 Jun 2006. Published in \*Edinburgh 2006, EPAC\* 643-645.
- [100] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *The BaBar detector*, Nucl. Instrum. Meth. A **479** (2002) 1 [arXiv :hep-ex/0105044].
- [101] A. J. Edwards *et al.*, Nucl. Instrum. Meth. A **552** (2005) 176.
- [102] G. Vasileiadis, *DIRC, the particle identification detector for BaBar*, Nucl. Instrum. Meth. A **384** (1996) 175.
- [103] F. Anulli *et al.*, *Mechanisms affecting performance of the BaBar resistive plate chambers and searches for remediation*, Nucl. Instrum. Meth. A **508** (2003) 128.
- [104] F. Anulli *et al.*, *BaBar forward endcap upgrade*, Nucl. Instrum. Meth. A **539** (2005) 155.
- [105] F. Anulli *et al.*, *Performance of 2nd generation BaBar resistive plate chambers*, Nucl. Instrum. Meth. A **552** (2005) 276.
- [106] R. Sinkus and T. Voss, *Particle identification with neural networks using a rotational invariant moment representation*, Nucl. Instrum. Meth. A **391** (1997) 360.



- [107] A. Drescher *et al.*, *The Argus Electron - Photon Calorimeter. 3. Electron - Hadron Separation*, Nucl. Instrum. Meth. A **237** (1985) 464.
- [108] W. D. Hulsbergen, *Decay chain fitting with a Kalman filter*, Nucl. Instrum. Meth. A **552** (2005) 566 [arXiv :physics/0503191].
- [109] W. T. Ford, *Choice of kinematic variables in B meson reconstruction*, BaBar Analysis Document 53 (2000)
- [110] *Recommendation for Exclusive B Reconstruction Analysis Variables*, R. Waldi, J. G. Smith, G. Soffer, BaBar Note 497 (2001)
- [111] G. C. Fox and S. Wolfram, *Observables For The Analysis Of Event Shapes In  $E^+ E^-$  Annihilation And Other Processes*, Phys. Rev. Lett. **41** (1978) 1581.
- [112] G. C. Fox and S. Wolfram, *Event Shapes In  $E^+ E^-$  Annihilation*, Nucl. Phys. B **149** (1979) 413 [Erratum-ibid. B **157** (1979) 543].
- [113] J. D. Bjorken and S. J. Brodsky, *Statistical Model For Electron - Positron Annihilation Into Hadrons*, Phys. Rev. D **1** (1970) 1416.
- [114] E. Farhi, *A QCD Test For Jets*, Phys. Rev. Lett. **39** (1977) 1587.
- [115] D. M. Asner *et al.* [CLEO Collaboration], *Search for exclusive charmless hadronic B decays*, Phys. Rev. D **53** (1996) 1039 [arXiv :hep-ex/9508004].
- [116] J. D. Richman, *An Experimenter's Guide To The Helicity Formalism*, CALT-68-1148
- [117] G. Cowan, *Statistical data analysis*, Oxford University Press Inc., New York, 1998
- [118] A. Hocker *et al.*, *TMVA : Toolkit for multivariate data analysis*, arXiv :physics/0703039.
- [119] G. Punzi, *Sensitivity of searches for new signals and its optimization*, In the Proceedings of PHYSTAT2003 : Statistical Problems in Particle Physics, Astrophysics, and Cosmology, Menlo Park, California, 8-11 Sep 2003, pp MODT002 [arXiv :physics/0308063].
- [120] D. Bernard *et al.*,  *$b \rightarrow c\bar{c}s$  Decays : Studies in Charmonium Land*, BaBar Analysis Document n° 797, Version 13, 21-DEC-2004.
- [121] F. James, *Statistical methods in experimental physics* (2<sup>nd</sup> edition), by World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2006
- [122] R. J. Barlow, *Extended Maximum Likelihood*, Nucl. Instrum. Meth. A **297** (1990) 496.
- [123] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Measurement of the  $B \rightarrow J/\psi K^*(892)$  decay amplitudes*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 241801 [arXiv :hep-ex/0107049].
- [124] K. S. Cranmer, *Kernel estimation in high-energy physics*, Comput. Phys. Commun. **136** (2001) 198 [arXiv :hep-ex/0011057].
- [125] S. Towers, *Kernel probability density estimation methods*, Prepared for Conference on Advanced Statistical Techniques in Particle Physics, Durham, England, 18-22 Mar 2002
- [126] M. Pivk and F. R. Le Diberder, *sPlot : a statistical tool to unfold data distributions*, Nucl. Instrum. Meth. A **555** (2005) 356 [arXiv :physics/0402083].
- [127] H. Albrecht *et al.* [ARGUS Collaboration], *Exclusive hadronic decays of B mesons*, Z. Phys. C **48** (1990) 543.
- [128] B. Aubert *et al.* [BABAR Collaboration], *Dalitz plot analysis of  $D^0 \rightarrow \bar{K}^0 K^+ K^-$* , Phys. Rev. D **72**, 052008 (2005) [arXiv :hep-ex/0507026].
- [129] G. Batignani, G. Marchiori, M. Rama, *Measurement of branching fractions and CP asymmetries in  $B \rightarrow D_{CP}^0 K$  decays*, BaBar Analysis Document n° 932, Version 9, July 2005
- [130] [LHCb Collaboration], *LHCb technical design report : Reoptimized detector design and performance*, Printed at CERN, Geneva, 2003
- [131] M. Bona *et al.*, *SuperB : A high-luminosity asymmetric  $e^+ e^-$  super flavor factory*. Conceptual design report, March 2007





La description des échantillons Monte Carlo exclusifs et de bruit de fond utilisés dans les simulations est donnée dans les tableaux A.1 et A.2 respectivement.

TABLEAU A.1 – Echantillons Monte Carlo exclusifs.

Partenaire du $D^{*0}$	Partenaire du $D^0$	Mode du $D^0$	Nombre d'événements général	Luminosité équivalente ( $\text{fb}^{-1}$ )
$K$	$\pi^0$	$K\pi$	350000	36998,0
$\pi$	$\pi^0$	$K\pi$	704000	5981,3
$K$	$\gamma$	$K\pi$	350000	59362,3
$\pi$	$\gamma$	$K\pi$	704000	9609,6
$K$	$\pi^0$	$KK$	350000	365726,2
$K$	$\pi^0$	$\pi\pi$	350000	1029714,6
$\pi$	$\pi^0$	$\pi\pi$	350000	82859,8
$\pi$	$\pi^0$	$KK$	350000	29461,3
$K$	$\gamma$	$KK$	350000	588136,4
$K$	$\gamma$	$\pi\pi$	350000	1657197,0
$\pi$	$\gamma$	$KK$	350000	47278,1
$\pi$	$\gamma$	$\pi\pi$	350000	133130,5
$\pi$	$\gamma$	$K_S^0\pi^0$	350000	23225,0
$\pi$	$\gamma$	$K_S^0\omega$	350000	26738,0
$\pi$	$\gamma$	$K_S^0\phi$	350000	116550,1
$\pi$	$\pi^0$	$K_S^0\pi^0$	350000	14528,9
$\pi$	$\pi^0$	$K_S^0\omega$	350000	16658,7
$\pi$	$\pi^0$	$K_S^0\phi$	358000	74304,7
$K$	$\gamma$	$K_S^0\omega$	350000	331439,4
$K$	$\pi^0$	$K_S^0\omega$	350000	180785,1
$K$	$\gamma$	$K_S^0\phi$	350000	1446281,0
$K$	$\pi^0$	$K_S^0\phi$	354000	911666,2
$K$	$\gamma$	$K_S^0\pi^0$	350000	289256,2
$K$	$\pi^0$	$K_S^0\pi^0$	350000	180785,1

TABLEAU A.2 – Echantillons Monte Carlo de bruit de fond.

Type	Nombre d'événements générés	Luminosité équivalente ( $\text{fb}^{-1}$ )
$uds$	796270000	381,0
$c\bar{c}$	467432000	359,7
$B^+B^-$	612640000	1113,9
$B^0\bar{B}^0$	606700000	1103,1

## ANNEXE B

### PARAMÉTRISATION DES FONCTIONS DE DENSITÉ DE PROBABILITÉ

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$$

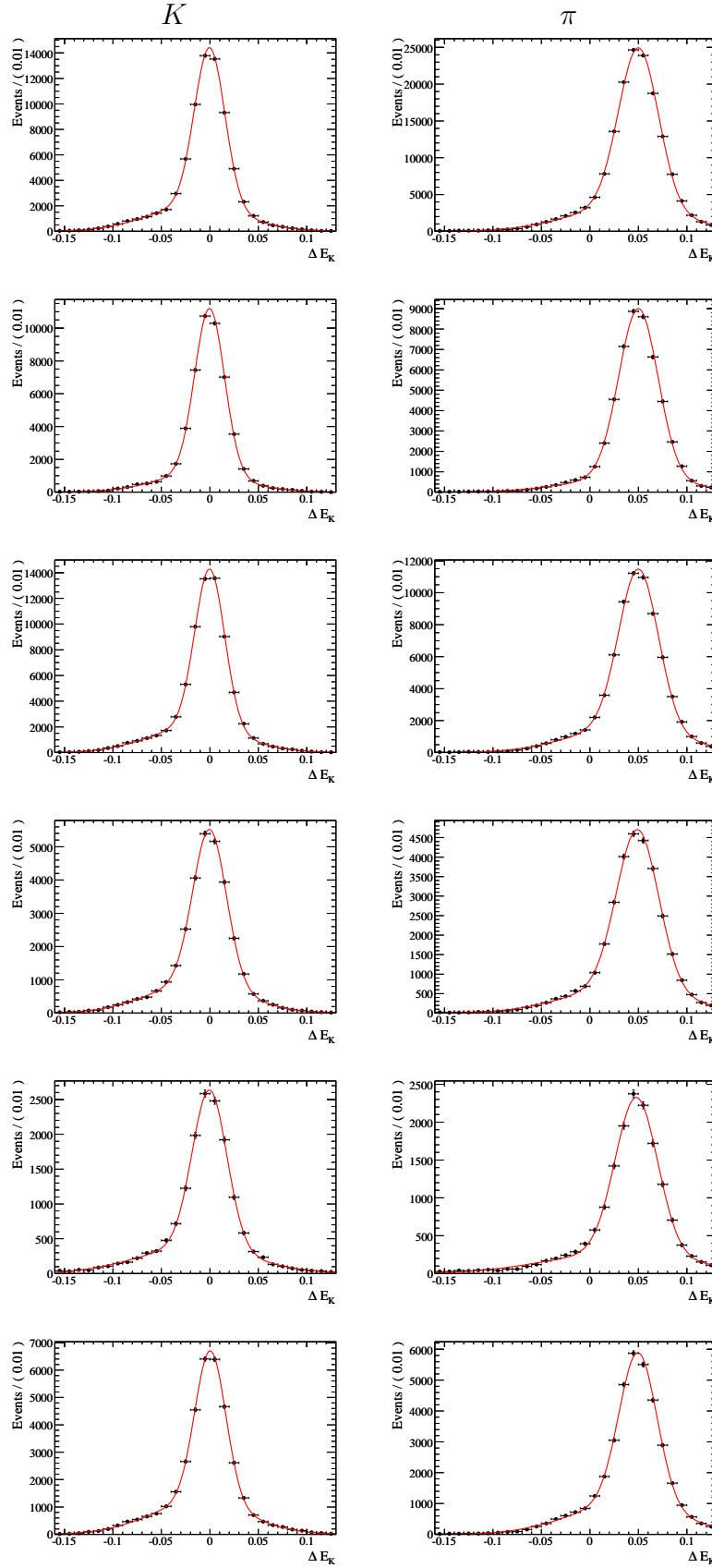


FIGURE B.1 – Paramétrisation de la distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) pour le signal  $D^*(D^0 \pi^0)K$  (colonne gauche) et le signal  $D^*(D^0 \pi^0)\pi$  (colonne droite). De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

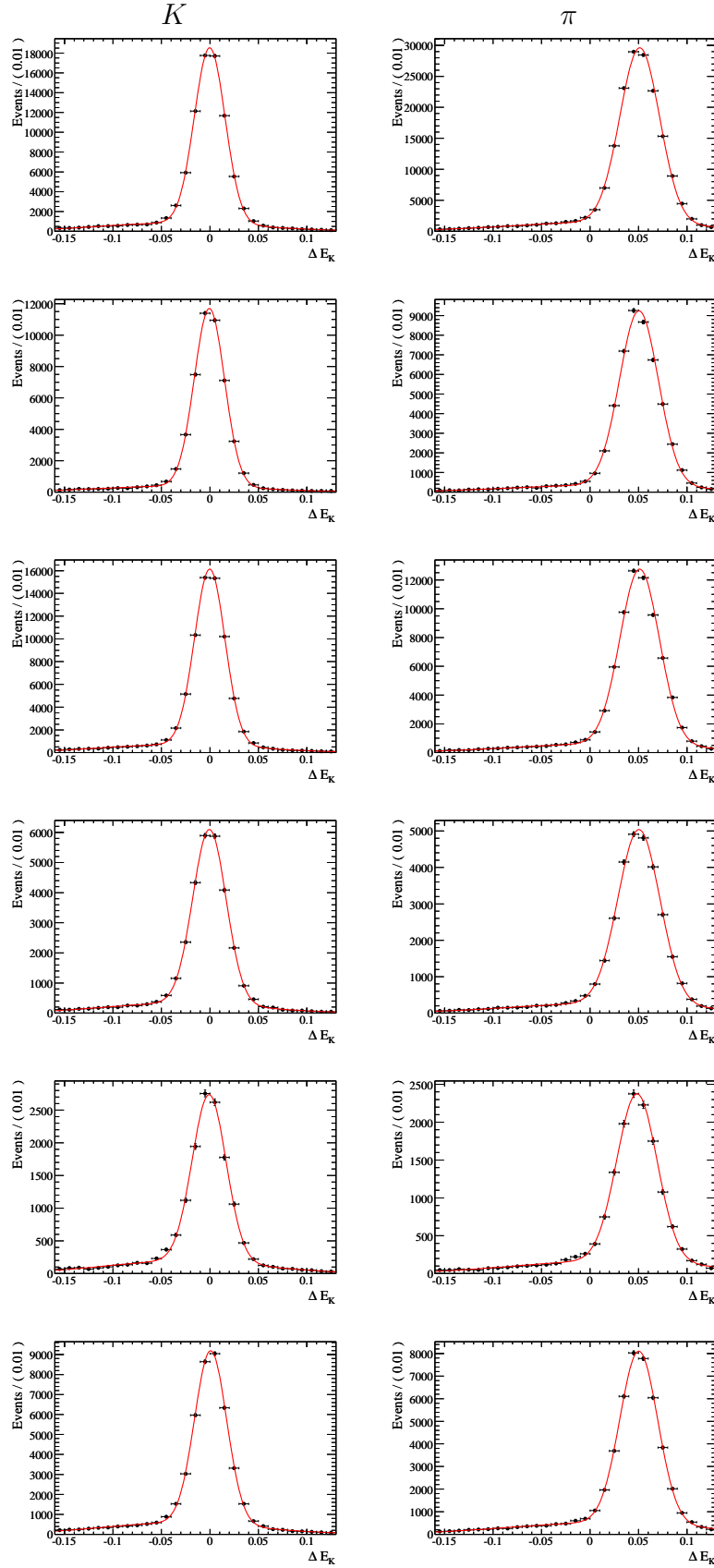


FIGURE B.2 – Paramétrisation de la distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) pour le signal  $D^*(D^0\gamma)K$  (colonne gauche) et le signal  $D^*(D^0\gamma)\pi$  (colonne droite). De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .



$$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$$

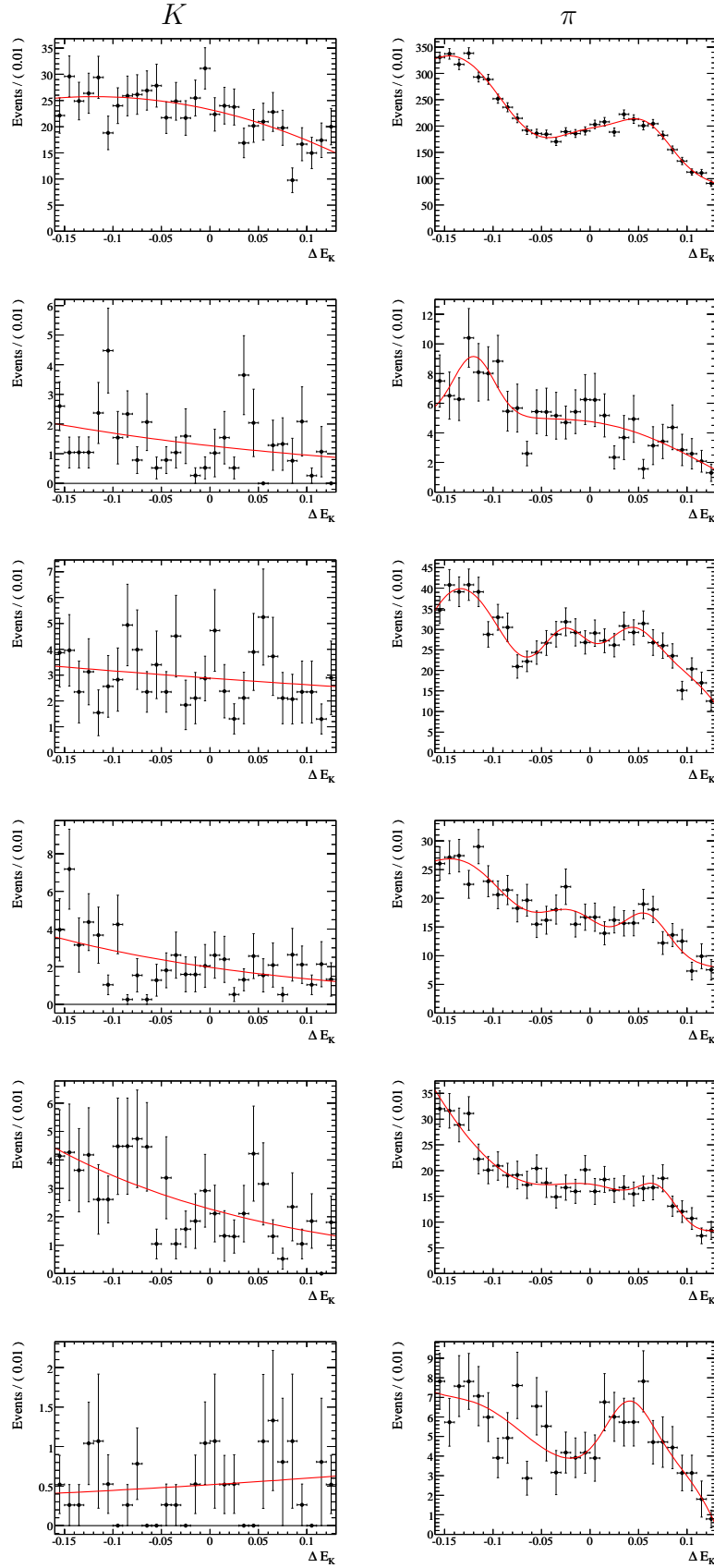


FIGURE B.3 – Paramétrisation de la distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) pour le bruit  $K$  (colonne gauche) et le bruit  $\pi$  (colonne droite) pour les modes  $D^*(D^0\pi^0)h^\pm$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ .

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

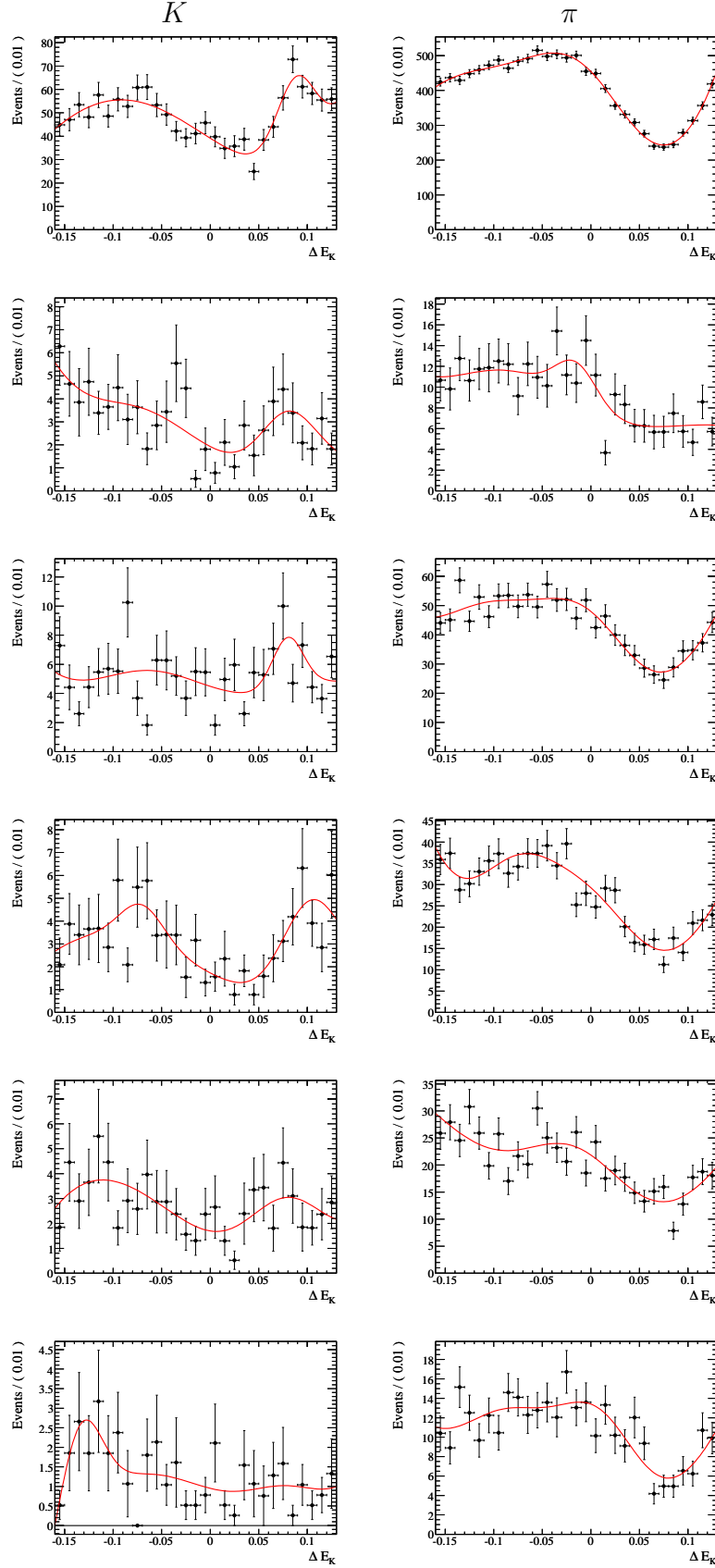


FIGURE B.4 – Paramétrisation de la distribution de  $\Delta E_K$  (GeV) pour le bruit  $K$  (colonne gauche) et le bruit  $\pi$  (colonne droite) pour les modes  $D^{*}(D^0\gamma)h^{\pm}$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ .

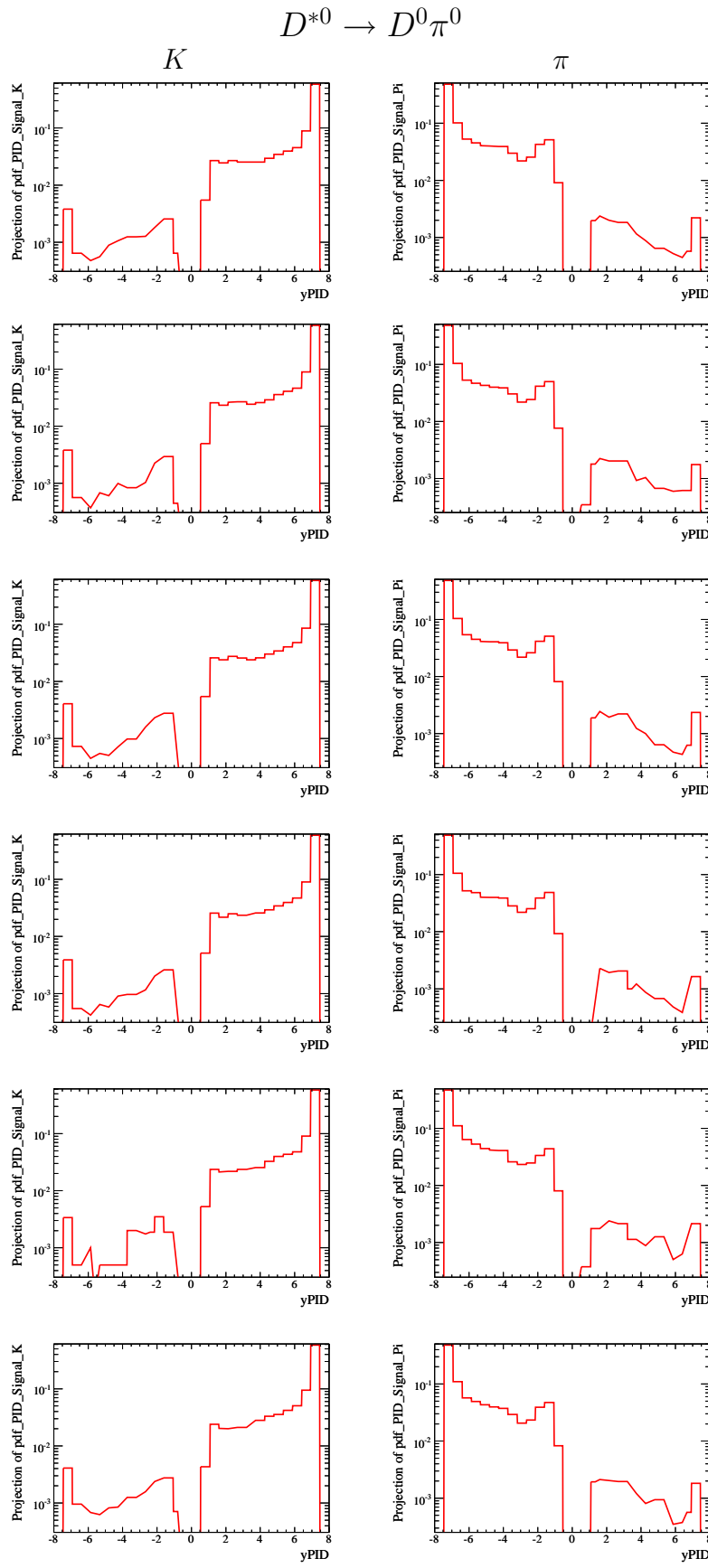


FIGURE B.5 – Paramétrisation de la distribution de  $y$  pour le signal  $D^{*0}(D^0 \pi^0)K$  (colonne gauche) et le signal  $D^{*0}(D^0 \pi^0)\pi$  (colonne droite). De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \omega$ ,  $K_S^0 \phi$ .

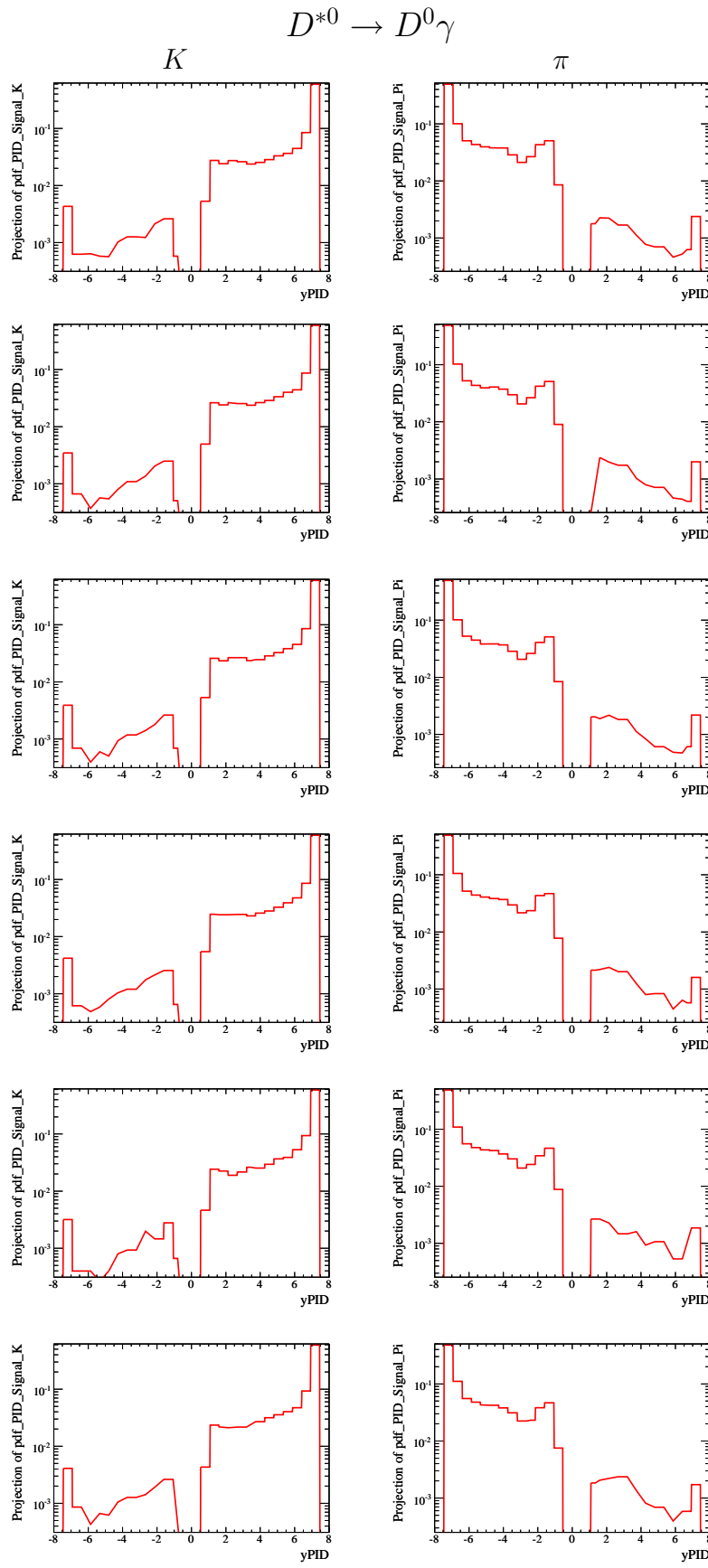


FIGURE B.6 – Paramétrisation de la distribution de  $y$  pour le signal  $D^{*}(D^0\gamma)K$  (colonne gauche) et le signal  $D^{*}(D^0\pi^0)\pi$  (colonne droite). De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ .

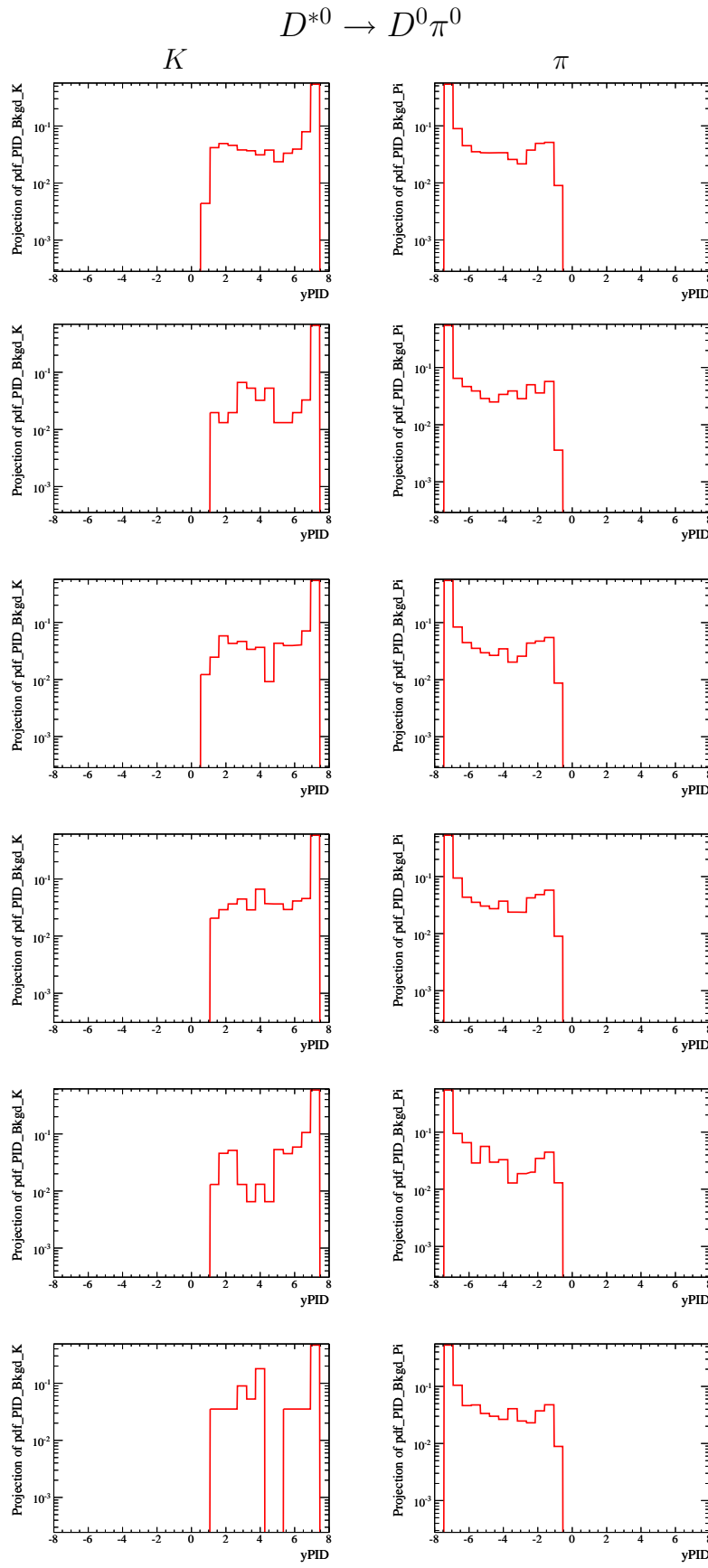


FIGURE B.7 – Paramétrisation de la distribution de  $y$  pour le bruit  $K$  (colonne gauche) et le bruit  $\pi$  (colonne droite) pour les modes  $D^*(D^0\gamma)h^\pm$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ .

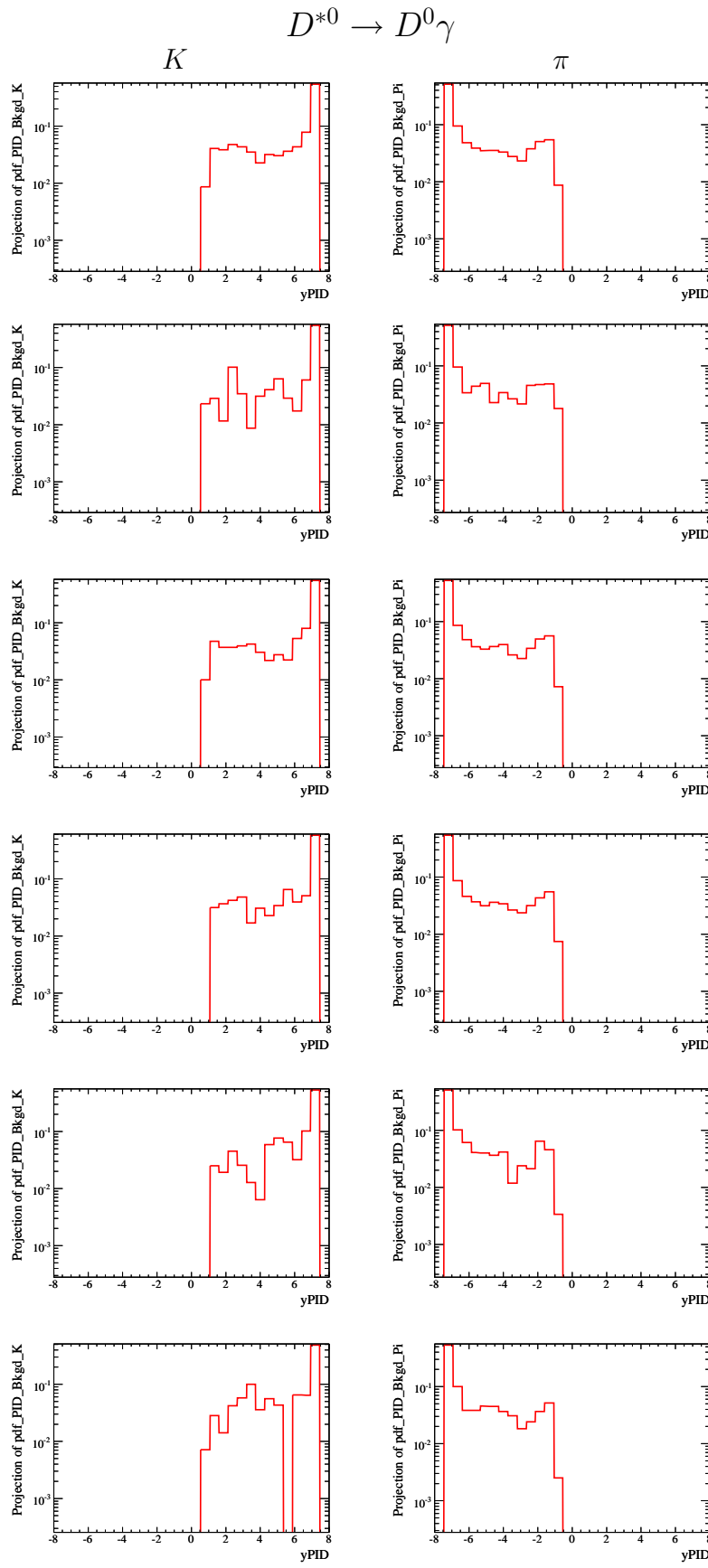


FIGURE B.8 – Paramétrisation de la distribution de  $y$  pour le bruit  $K$  (colonne gauche) et le bruit  $\pi$  (colonne droite) pour les modes  $D^*(D^0\gamma)h^\pm$ . De haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\omega$ ,  $K_S^0\phi$ .

## ANNEXE C

# RÉSULTATS DE L'AJUSTEMENT SUR LE MONTE CARLO GÉNÉRIQUE

Cet appendice regroupe l'ensemble des représentations graphiques de l'ajustement sur le générique présenté dans la section 7.5.

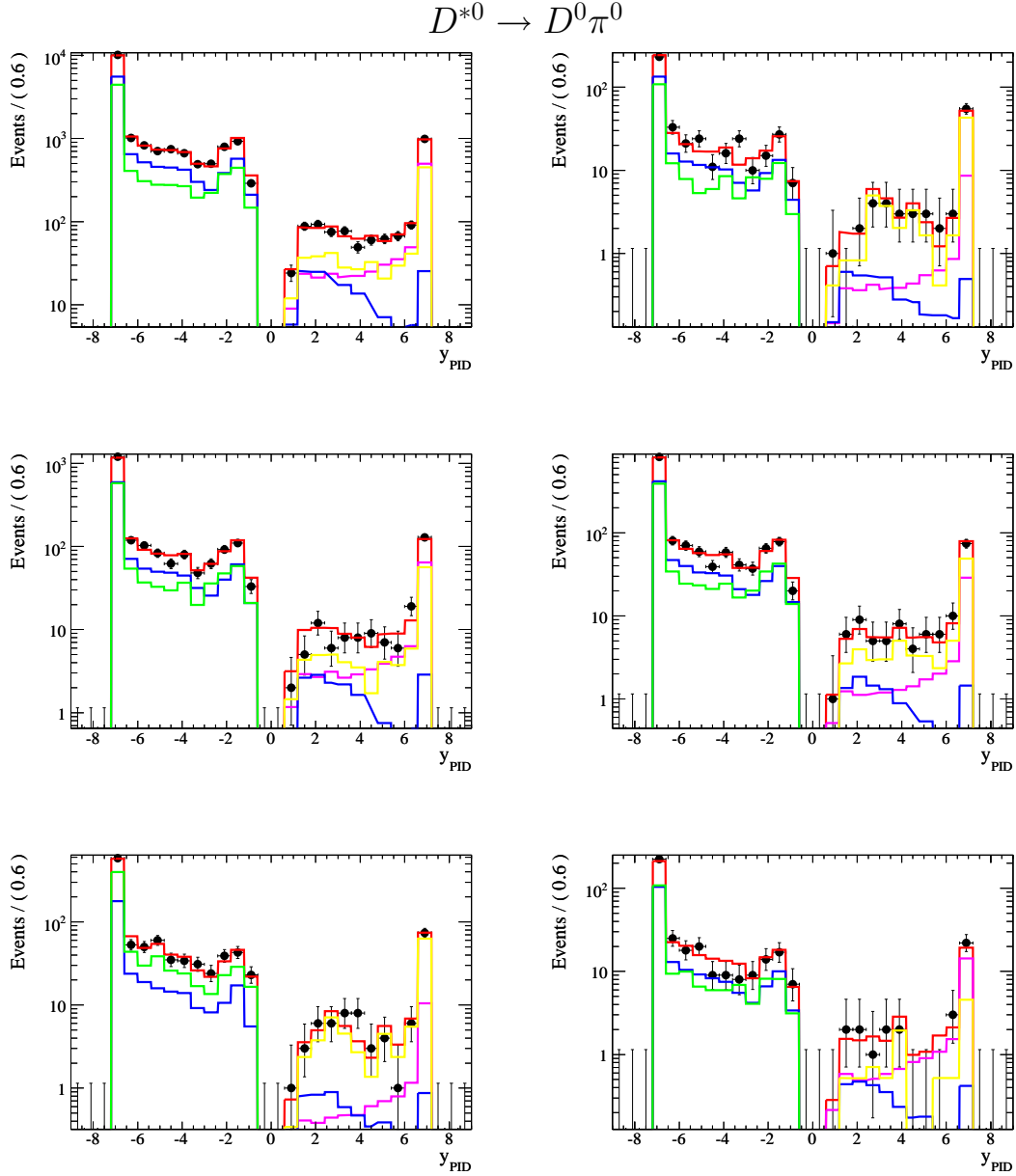


FIGURE C.1 – Représentation de l’ajustement par maximum de vraisemblance (2D) en fonction de  $y$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\pi^0)h^\pm$  sur le mock-up générique. Les points symbolisent la distribution de l’échantillon Monte Carlo ajusté, la courbe rouge étant l’ajustement. De gauche à droite, et de haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\phi$ ,  $K_S^0\omega$ . Les différentes composantes de l’ajustement sont également représentées (jaune=bruit  $K$ , vert=bruit  $\pi$ , rose=signal  $K$ , bleu=signal  $\pi$ ).



$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

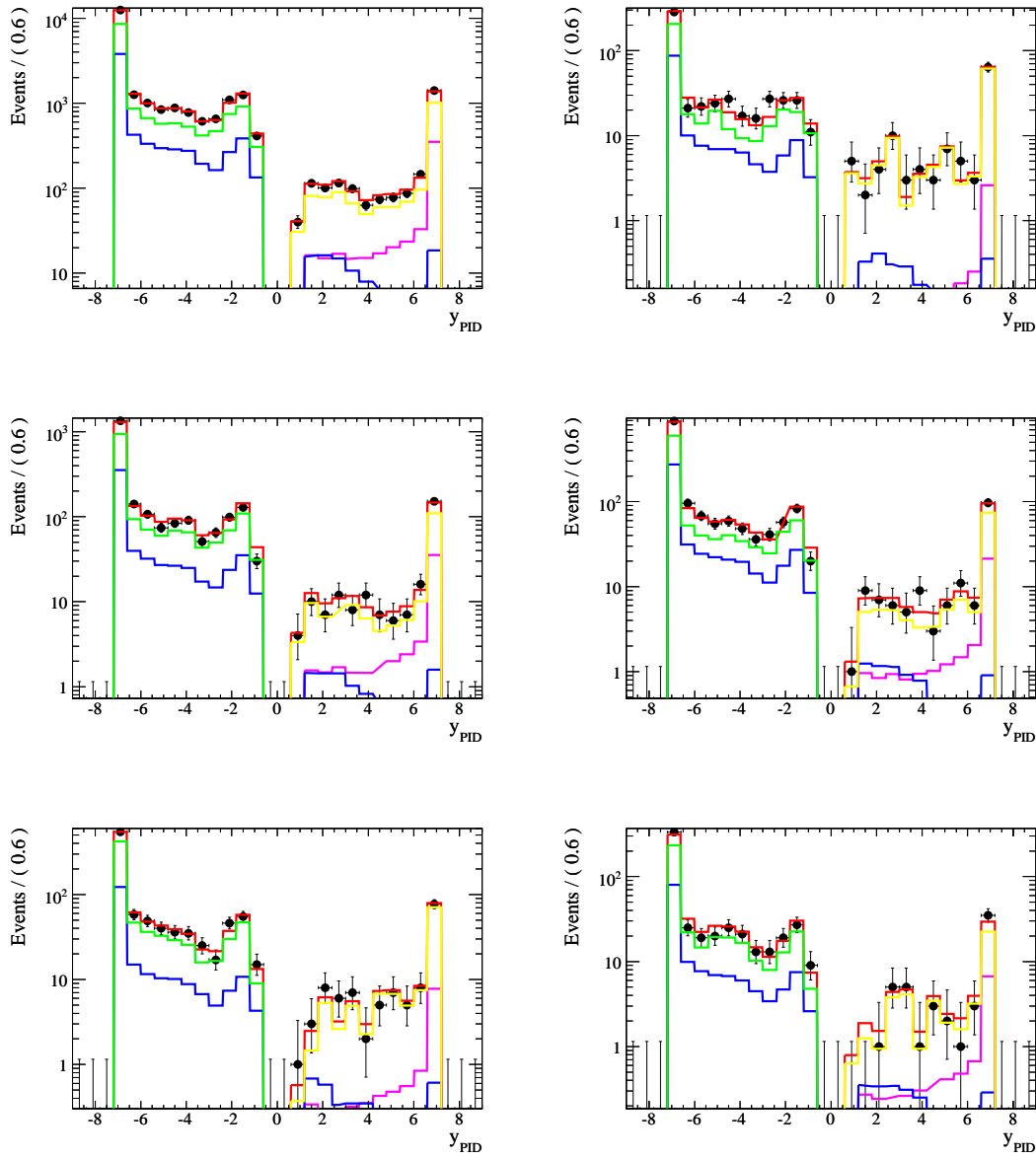


FIGURE C.2 – Représentation de l’ajustement par maximum de vraisemblance (2D) en fonction de  $y$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \gamma) h^\pm$  sur le mock-up générique. Les points symbolisent la distribution de l’échantillon Monte Carlo ajusté, la courbe rouge étant l’ajustement. De gauche à droite, et de haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \phi$ ,  $K_S^0 \omega$ . Les différentes composantes de l’ajustement sont également représentées (jaune=bruit  $K$ , vert= bruit  $\pi$ , rose=signal  $K$ , bleu=signal  $\pi$ ).

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \pi^0$$

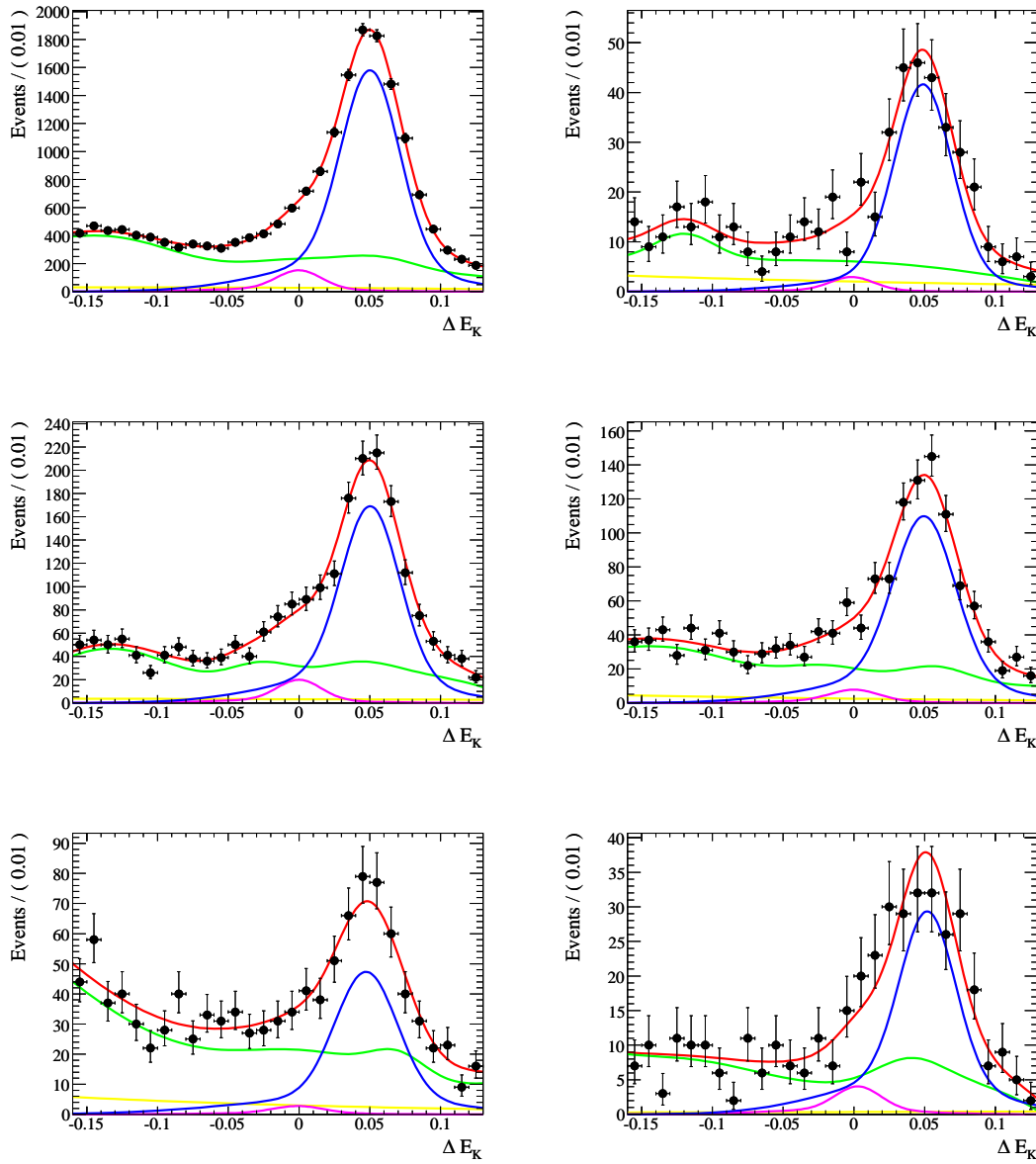


FIGURE C.3 – Représentation de l'ajustement par maximum de vraisemblance (2D) en fonction de  $\Delta E_K$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0 \pi^0) h^\pm$  sur le mock-up générique. Les points symbolisent la distribution de l'échantillon Monte Carlo ajusté, la courbe rouge étant l'ajustement. De gauche à droite, et de haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0 \pi^0$ ,  $K_S^0 \phi$ ,  $K_S^0 \omega$ . Les différentes composantes de l'ajustement sont également représentées (jaune=bruit  $K$ , vert=bruit  $\pi$ , rose=signal  $K$ , bleu=signal  $\pi$ ).

$$D^{*0} \rightarrow D^0 \gamma$$

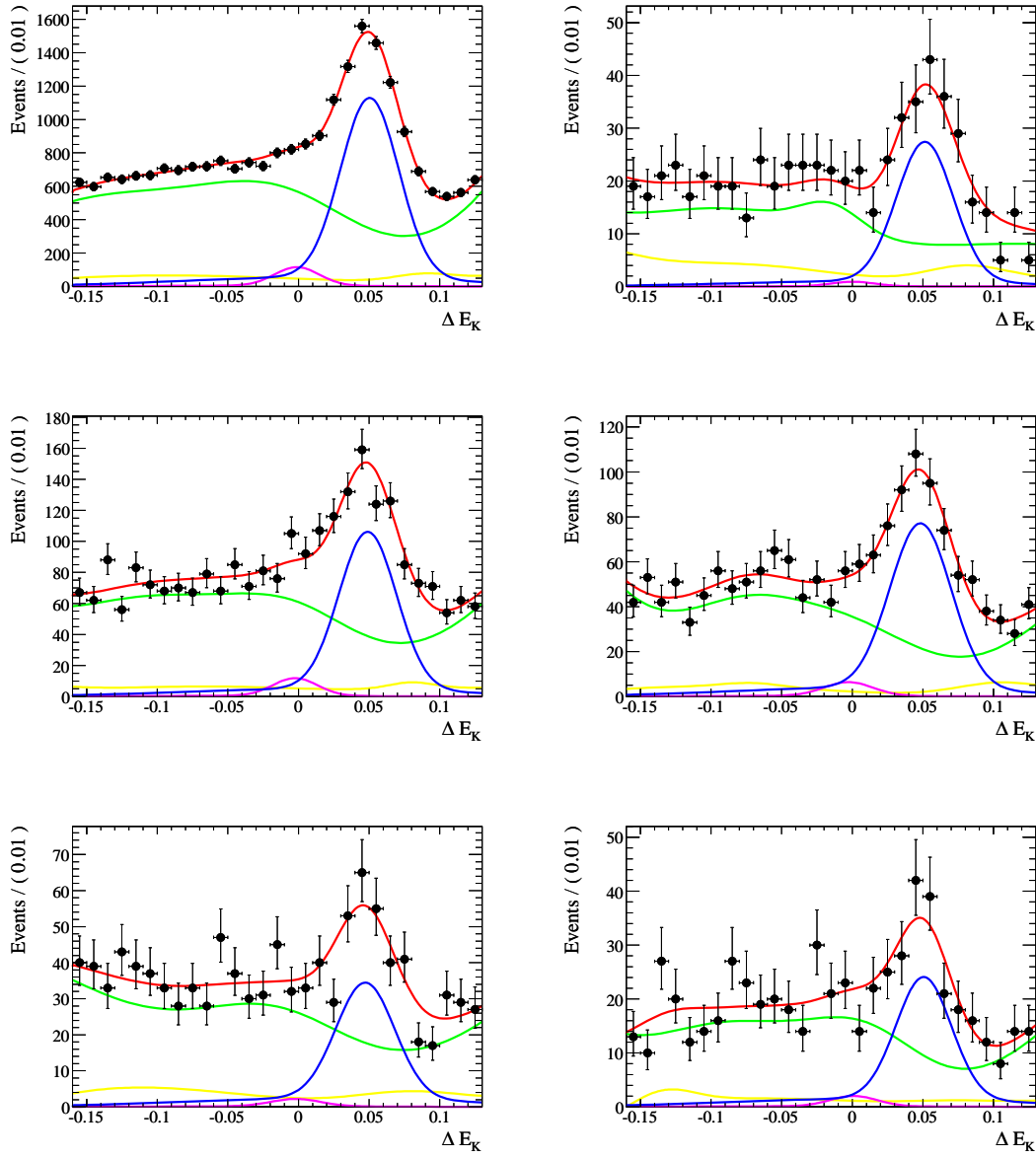


FIGURE C.4 – Représentation de l’ajustement par maximum de vraisemblance (2D) en fonction de  $\Delta E_K$  pour les modes  $B^\pm \rightarrow D^*(D^0\gamma)h^\pm$  sur le mock-up générique. Les points symbolisent la distribution de l’échantillon Monte Carlo ajusté, la courbe rouge étant l’ajustement. De gauche à droite, et de haut en bas, les modes de désintégration du  $D^0$  sont :  $K\pi$ ,  $\pi\pi$ ,  $KK$ ,  $K_S^0\pi^0$ ,  $K_S^0\phi$ ,  $K_S^0\omega$ . Les différentes composantes de l’ajustement sont également représentées (jaune=bruit  $K$ , vert=bruit  $\pi$ , rose=signal  $K$ , bleu=signal  $\pi$ ).

Nous regroupons dans cet appendice l'ensemble des figures utiles à la comparaison entre les données et le Monte Carlo, présentée dans la partie 8.1.1. Ces figures présentent également les résultats obtenus pour les modes  $D^0\pi$  (parfois notés  $D^0h$  dans ce qui suit), utilisés comme échantillons de contrôle.

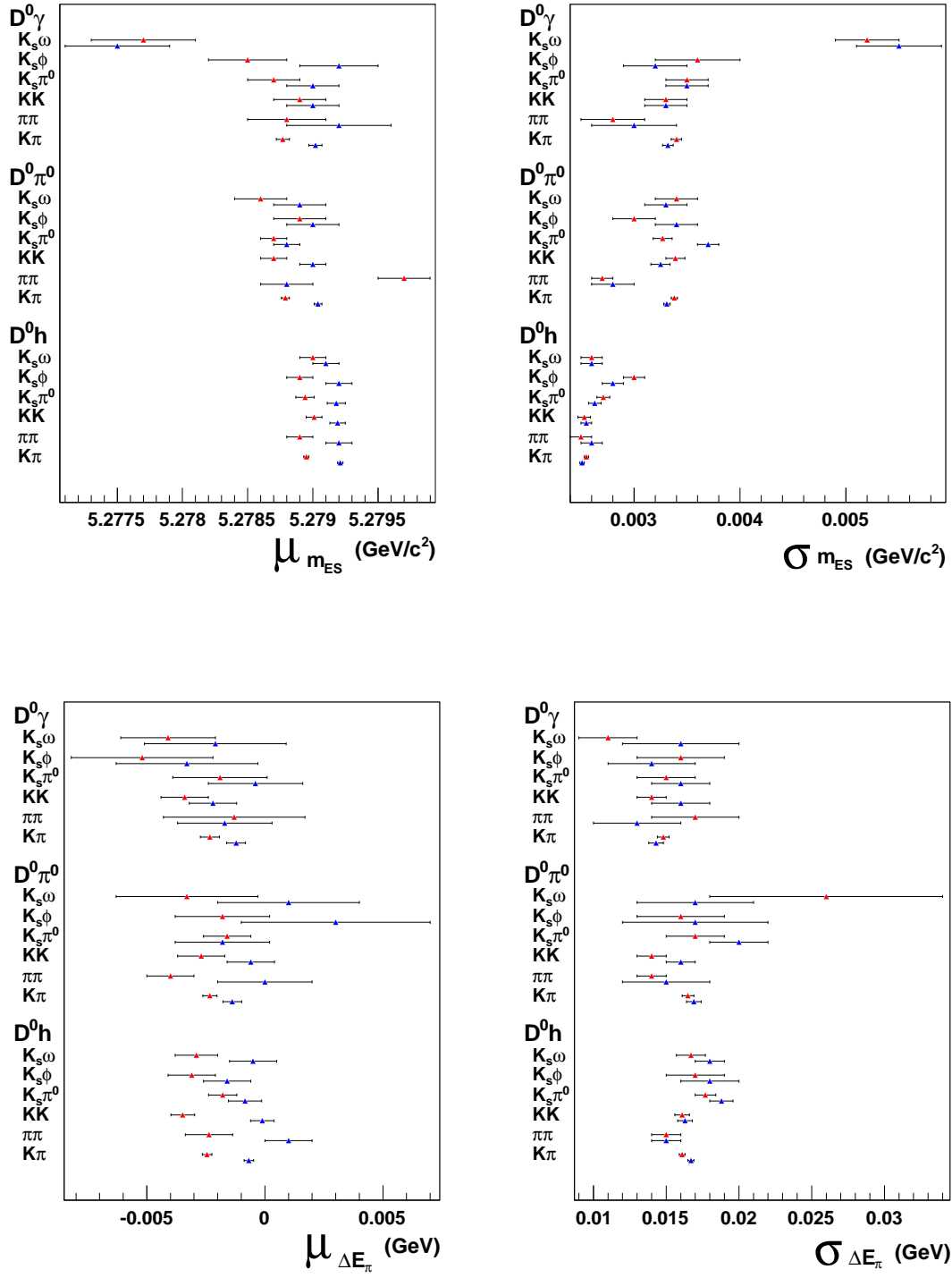


FIGURE D.1 – Moyenne (colonne de gauche) et largeur (colonne de droite) de la distribution de  $m_{ES}$  (en haut) et  $\Delta E_\pi$  (en bas) pour les différents modes  $D^0 \pi$  et  $D^* \pi$ , pour les données (en rouge) et les simulations Monte Carlo (en bleu).

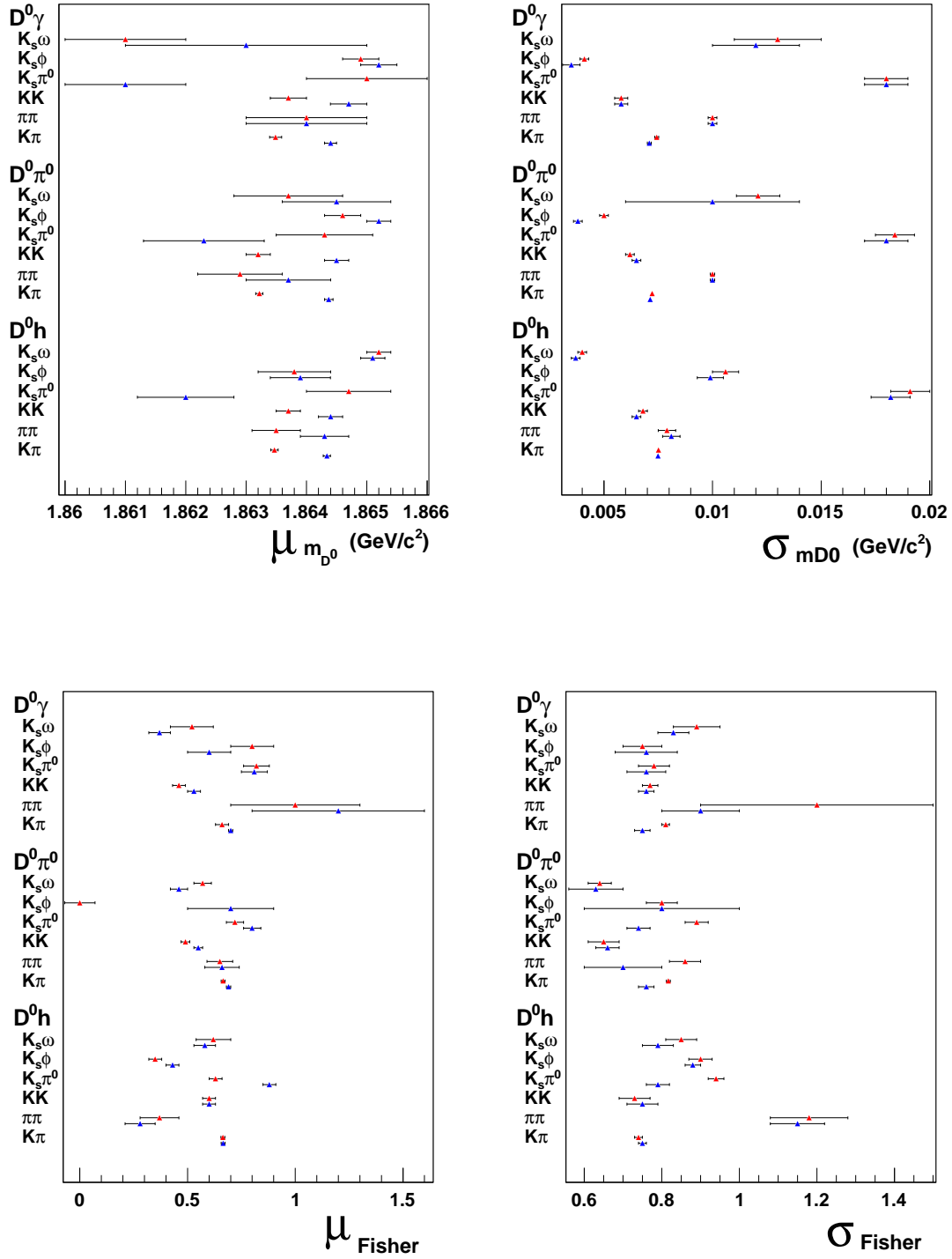


FIGURE D.2 – Moyenne (colonne de gauche) et largeur (colonne de droite) de la distribution de  $m_{D^0}$  et du discriminant de Fisher  $\mathcal{F}$  pour les différents modes  $D^0\pi$  et  $D^*\pi$ , pour les données (en rouge) et les simulations Monte Carlo (en bleu).

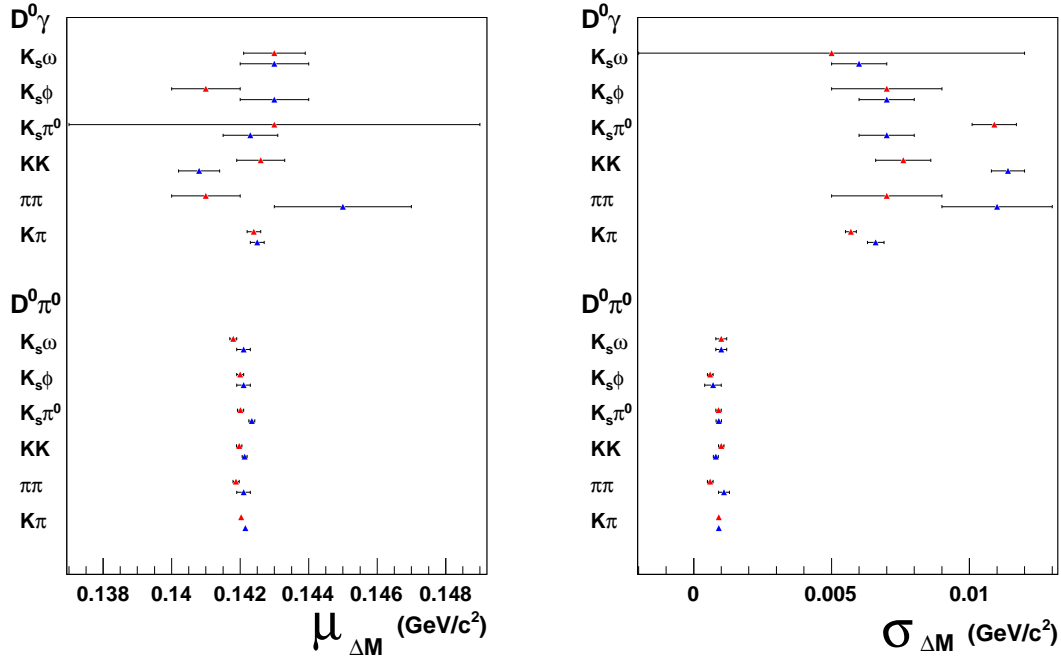


FIGURE D.3 – Moyenne (colonne de gauche) et largeur (colonne de droite) de la distribution de  $\Delta m$  pour les différents modes  $D^0\pi$  et  $D^*\pi$ , pour les données (en rouge) et les simulations Monte Carlo (en bleu).

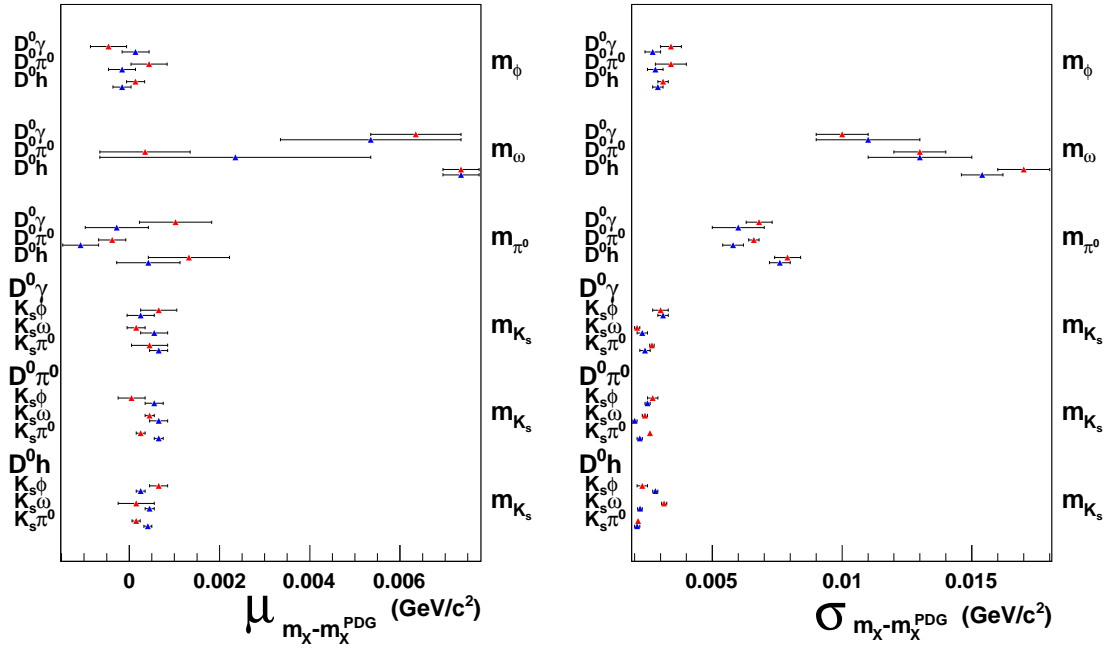


FIGURE D.4 – Moyenne (colonne de gauche) et largeur (colonne de droite) de la distribution de  $m_X - m_X^{PDG}$  ( $X = K_s^0, \pi^0, \omega, \phi$ ) pour les canaux  $CP$  impairs des modes  $D^0\pi$  et  $D^*\pi$ , pour les données (en rouge) et les simulations Monte Carlo (en bleu).

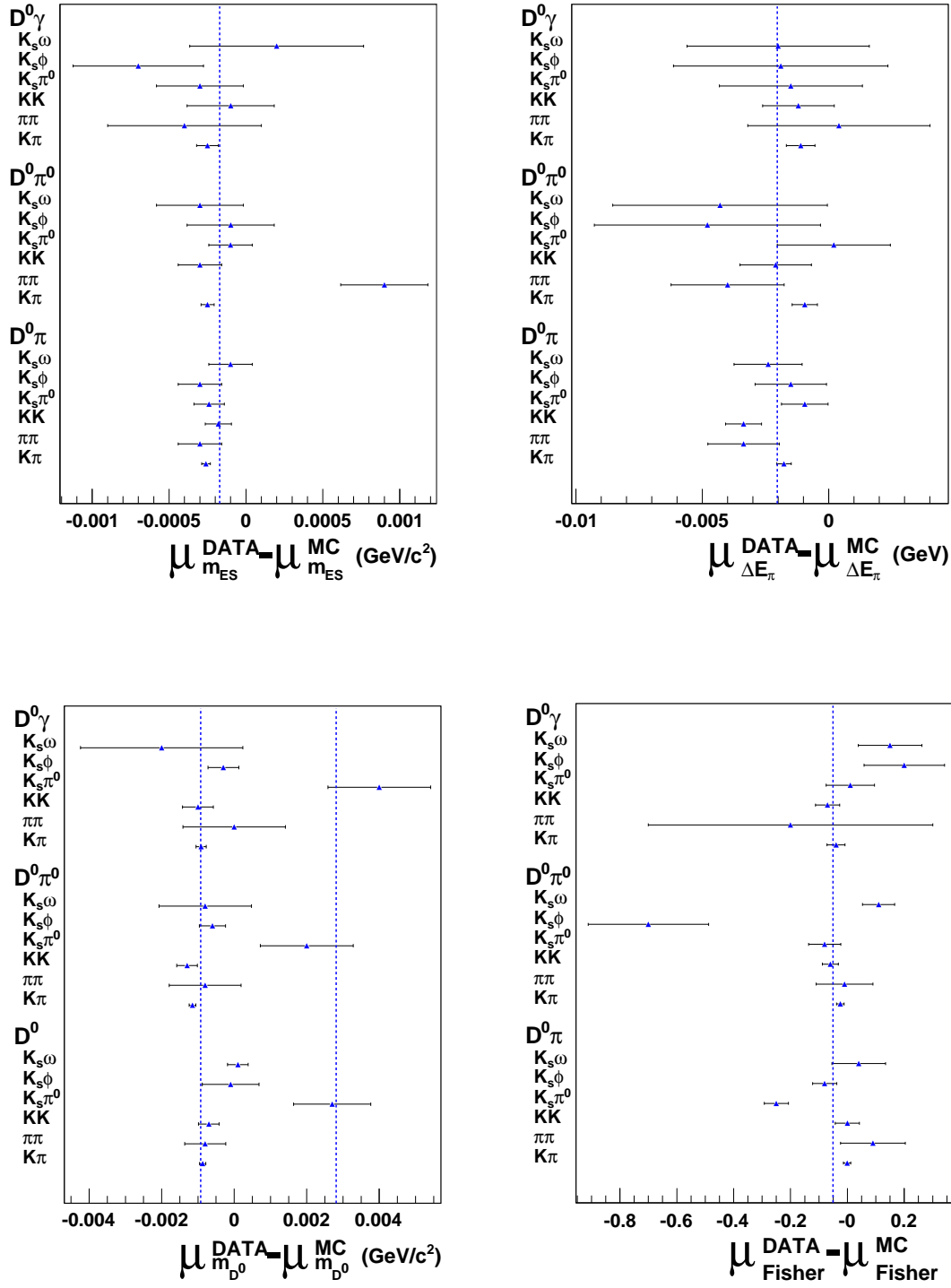


FIGURE D.5 – Différence de la moyenne de la distribution entre données et Monte Carlo pour  $m_{ES}$ ,  $\Delta E_\pi$ ,  $m_{D^0}$ ,  $\mathcal{F}$  pour les différents modes  $D^0\pi$  et  $D^*\pi$ . Dans le cas de  $m_{D^0}$ , les modes avec et sans  $K_S^0\pi^0$  sont moyennés séparément.



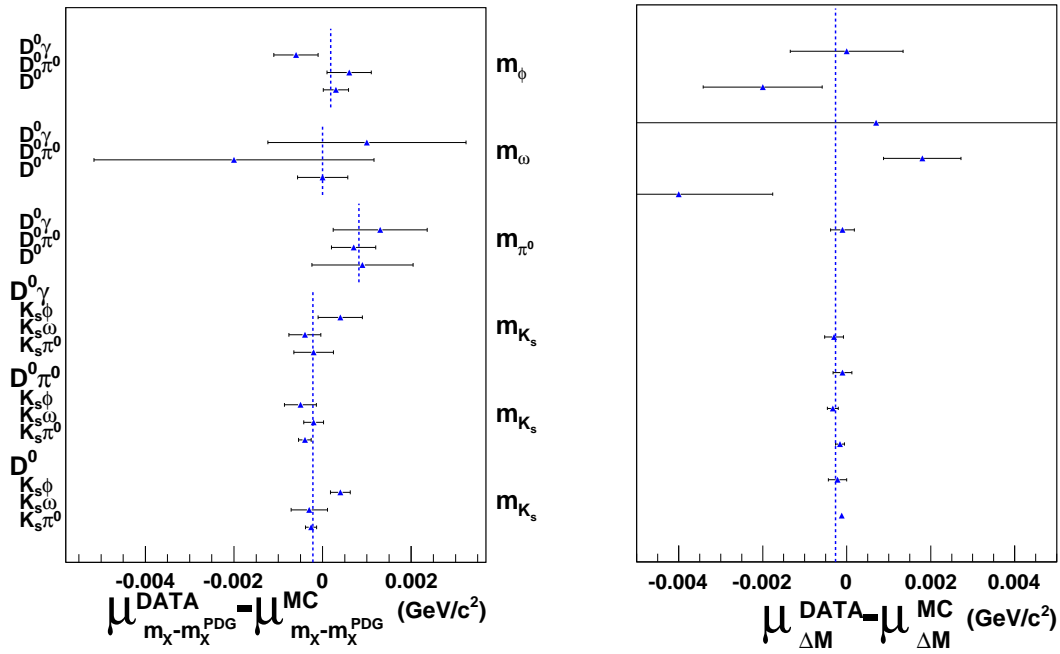


FIGURE D.6 – Différence de la moyenne de la distribution entre données et Monte Carlo pour  $m_X - m_X^{PDG}$  ( $X = K_s^0, \pi^0, \phi, \omega$ ) pour les différents modes  $D^0\pi$  et  $D^*\pi$  (à gauche), et de  $\Delta m$  pour les modes  $D^*\pi$  (à droite).

Nous expliquons dans cette section comment la présence du bruit du fond  $D^0 \rightarrow K_S^0 a_0$  de valeur  $CP$  paire peut affecter l'asymétrie  $CP$  et le rapport des rapports d'embranchement dans l'étude des canaux  $K_S^0 \phi$ . Cette section s'inspire de la référence [129], bien que le traitement ici soit un peu plus délicat du fait que nous considérons une désintégration  $B \rightarrow D^* K$  et non une désintégration  $B \rightarrow DK$ .

En négligeant la violation de  $CP$  dans le système du  $D^0$ , l'état final  $K_S^0 \phi$  n'est accessible que par  $D_- \equiv \frac{D^0 - \bar{D}^0}{\sqrt{2}}$ , tandis que  $K_S^0 a_0$  est seulement accessible par  $D_+ \equiv \frac{D^0 + \bar{D}^0}{\sqrt{2}}$ .

Considérons la désintégration  $B^- \rightarrow [(K_S^0 K^+ K^-)_D X]_{D^*} h^-$ , où  $X = \pi^0$  ou  $\gamma$  selon le partenaire du  $D^0$ , et  $h^- = K^-$  ou  $\pi^-$  selon la trace rapide considérée.

## E.1 Modes $D^0 \pi^0$

Tout d'abord, intéressons-nous au cas  $X = \pi^0$ . L'amplitude s'écrit :

$$\begin{aligned} A_{h^-} &\equiv A(B^- \rightarrow K_S^0 K^+ K^- X h^-) \\ &= A(B^- \rightarrow D^{*0} h^-) \times A(D^{*0} \rightarrow D^0 X) \times A(D^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-) + \\ &\quad A(B^- \rightarrow \bar{D}^{*0} h^-) \times A(\bar{D}^{*0} \rightarrow \bar{D}^0 X) \times A(\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-) \\ &= \left[ A(B^- \rightarrow D^{*0} h^-) \times A(D^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-) + \right. \\ &\quad \left. A(B^- \rightarrow \bar{D}^{*0} h^-) \times A(\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-) \right] \times A(D^{*0} \rightarrow D^0 X) \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

Dans le cas  $h^- = \pi^-$ , le terme  $A(B^- \rightarrow \bar{D}^{*0} h^-) \times A(\bar{D}^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-)$  est supprimé par un facteur  $r_B^* \lambda^2 \approx 0,5 - 1\%$  par rapport à  $A(B^- \rightarrow D^{*0} h^-) \times A(D^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-)$ , et peut donc être négligé. Cependant, ce n'est pas le cas pour  $h^- = K^-$ , pour lequel la suppression est beaucoup plus faible.

### E.1.1 Amplitude de désintégration pour $h^- = \pi^-$

Pour  $h^- = \pi^-$ , nous avons :

$$\begin{aligned} A_{\pi^-} &= A(B^- \rightarrow D^{*0} h^-) \times A(D^{*0} \rightarrow D^0 X) \times A(D^0 \rightarrow K_S^0 K^+ K^-) \\ &= A(B^- \rightarrow D^{*0} h^-) \times A(D^{*0} \rightarrow D^0 X) \times \frac{A(D_+ \rightarrow K_S^0 a_0) + A(D_- \rightarrow K_S^0 \phi)}{\sqrt{2}} \end{aligned} \quad (\text{E.2})$$

Puisque le  $a_0$  est un méson scalaire et que le  $\phi$  est un méson vecteur, nous pouvons écrire les amplitudes de désintégration du  $D$  en termes d'angle d'hélicité  $\theta_H$  de la façon suivante :

$$A(D_+ \rightarrow a_0 K_S^0) = A_+ \quad (\text{E.3})$$

$$A(D_- \rightarrow \phi K_S^0) = A_- \sqrt{3} \cos \theta_H \quad (\text{E.4})$$

et par conséquent :

$$\begin{aligned}
A_{\pi^-} &= A(B^- \rightarrow D^{*0} h^-) \times A(D^{*0} \rightarrow D^0 X) \times \frac{A_+ + A_- \sqrt{3} \cos \theta_H}{\sqrt{2}} \\
&= \frac{A_\pi A_X A_-}{\sqrt{2}} \times [z + \sqrt{3} \cos \theta_H]
\end{aligned} \tag{E.5}$$

où :

$$z \equiv \frac{A_+}{A_-} \tag{E.6}$$

est un nombre complexe et :

$$A_\pi \equiv A(B^- \rightarrow D^{*0} \pi^-) \tag{E.7}$$

$$A_X \equiv A(D^* \rightarrow D^0 X) \tag{E.8}$$

Le conjugué de  $CP$  est :

$$\begin{aligned}
A_{\pi^+} &\equiv A(B^+ \rightarrow K_s^0 K^+ K^- X \pi^+) \\
&= A(B^+ \rightarrow \bar{D}^{*0} h^+) \times A(\bar{D}^{*0} \rightarrow \bar{D}^0 X) \times \frac{A(D_+ \rightarrow K_s^0 a_0) - A(D_- \rightarrow K_s^0 \phi)}{\sqrt{2}} \\
&= \frac{A_\pi A_X A_-}{\sqrt{2}} \times [z - \sqrt{3} \cos \theta_H]
\end{aligned} \tag{E.9}$$

en utilisant la convention de phase de sorte que  $A(B^+ \rightarrow \bar{D}^{*0} \pi^+) = A(B^- \rightarrow D^{*0} \pi^-) = A_\pi$ .

### E.1.2 Amplitude de désintégration pour $h^- = K^-$

Pour  $h^- = K^-$ , nous avons :

$$\begin{aligned}
A_{K^-} &\equiv A(B^- \rightarrow K_s^0 K^+ K^- X K^-) \\
&= A(D^{*0} \rightarrow D^0 X) \times \left[ A(B^- \rightarrow D^{*0} K^-) \times A(D^0 \rightarrow K_s^0 K^+ K^-) + \right. \\
&\quad \left. A(B^- \rightarrow \bar{D}^{*0} K^-) \times A(\bar{D}^0 \rightarrow K_s^0 K^+ K^-) \right] \\
&= A(D^{*0} \rightarrow D^0 X) \times A(B^- \rightarrow D^{*0} K^-) \times \left[ \frac{A(D_+ \rightarrow K_s^0 a_0) + A(D_- \rightarrow K_s^0 \phi)}{\sqrt{2}} + \right. \\
&\quad \left. r_B e^{i(\delta_B - \gamma)} \frac{A(D_+ \rightarrow K_s^0 a_0) - A(D_- \rightarrow K_s^0 \phi)}{\sqrt{2}} \right] \\
&= \frac{A_K A_X A_-}{\sqrt{2}} \times \left[ z(1 + r_B e^{i(\delta_B - \gamma)}) + \sqrt{3} \cos \theta_H (1 - r_B e^{i(\delta_B - \gamma)}) \right]
\end{aligned} \tag{E.10}$$

où nous avons utilisé :

$$\frac{A(B^- \rightarrow \bar{D}^{*0} K^-)}{A(B^- \rightarrow D^{*0} K^-)} = r_B e^{i(\delta_B - \gamma)} \tag{E.11}$$

En prenant le conjugué de  $CP$ , nous avons :

$$\frac{A(B^+ \rightarrow D^{*0} K^+)}{A(B^+ \rightarrow \bar{D}^{*0} K^+)} = r_B e^{i(\delta_B + \gamma)} \tag{E.12}$$

avec le choix de phase tel que  $A(B^+ \rightarrow \bar{D}^{*0} K^+) = A(B^- \rightarrow D^{*0} K^-) = A_K$ , nous obtenons :

$$\begin{aligned}
A_{K^+} &\equiv A(B^+ \rightarrow K_s^0 K^+ K^- X K^+) \\
&= \frac{A_K A_X A_-}{\sqrt{2}} \times \left[ z(1 + r_B e^{i(\delta_B + \gamma)}) - \sqrt{3} \cos \theta_H (1 - r_B e^{i(\delta_B + \gamma)}) \right]
\end{aligned} \tag{E.13}$$

### E.1.3 Corrections des observables GLW

#### Asymétrie $CP$

Nous pouvons alors calculer  $|A|^2 = AA^*$  :

$$A_{\pi^-} = \frac{|A_\pi A_X A_-|^2}{2} \left[ |z|^2 + 3 \cos^2 \theta_H + 2\sqrt{3} \cos \theta_H \Re e(z) \right] \quad (\text{E.14})$$

$$A_{\pi^+} = \frac{|A_\pi A_X A_-|^2}{2} \left[ |z|^2 + 3 \cos^2 \theta_H - 2\sqrt{3} \cos \theta_H \Re e(z) \right] \quad (\text{E.15})$$

$$|A_{K^-}|^2 = \frac{|A_K A_X A_-|^2}{2} \left[ (1 + r_B^2 + 2r_B \cos(\delta_B - \gamma)) |z|^2 + (1 + r_B^2 - 2r_B \cos(\delta_B - \gamma)) 3 \cos^2 \theta_H + ((1 - r_B^2) \Re e(z) - 2r_B \sin(\delta_B - \gamma) \Im m(z)) 2\sqrt{3} \cos \theta_H \right] \quad (\text{E.16})$$

$$|A_{K^+}|^2 = \frac{|A_K A_X A_-|^2}{2} \left[ (1 + r_B^2 + 2r_B \cos(\delta_B + \gamma)) |z|^2 + (1 + r_B^2 - 2r_B \cos(\delta_B + \gamma)) 3 \cos^2 \theta_H - ((1 - r_B^2) \Re e(z) - 2r_B \sin(\delta_B + \gamma) \Im m(z)) 2\sqrt{3} \cos \theta_H \right] \quad (\text{E.17})$$

Par conséquent :

$$|A_{\pi^-}|^2 + |A_{\pi^+}|^2 = |A_\pi A_X A_-|^2 \times [|z|^2 + 3 \cos^2 \theta_H] \quad (\text{E.18})$$

$$|A_{\pi^-}|^2 - |A_{\pi^+}|^2 = |A_\pi A_X A_-|^2 \times 2\sqrt{3} \Re e(z) \cos \theta_H \quad (\text{E.19})$$

$$|A_{K^-}|^2 + |A_{K^+}|^2 = |A_K A_X A_-|^2 \left[ (1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) |z|^2 + (1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) 3 \cos^2 \theta_H + -4r_B \cos \delta_B \sin \gamma \Im m(z) \sqrt{3} \cos \theta_H \right] \quad (\text{E.20})$$

$$|A_{K^-}|^2 - |A_{K^+}|^2 = |A_K A_X A_-|^2 \left[ r_B \sin \delta_B \sin \gamma (|z|^2 - 3 \cos^2 \theta_H) + ((1 - r_B^2) \Re e(z) - 2r_B \sin \delta_B \cos \gamma \Im m(z)) \sqrt{3} \cos \theta_H \right] \quad (\text{E.21})$$

En intégrant ces expressions sur  $\cos \theta_H$  sur une plage symétrique en  $\cos \theta_H$  (aucune coupe n'est appliquée sur  $\cos \theta_H$  dans cette analyse, nous prenons donc la plage  $[-1; 1]$ ), les termes linéaires en  $\cos \theta_H$ , qui sont aussi linéaires en  $z$ , s'annulent. L'asymétrie  $CP$  observée est donc :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{CP-}^{\text{obs}}(D^* K) &= \frac{\int [|A_{K^-}|^2 - |A_{K^+}|^2] d(\cos \theta_H)}{\int [|A_{K^-}|^2 + |A_{K^+}|^2] d(\cos \theta_H)} \\ &= - \frac{2r_B \sin \delta_B \sin \gamma (1 - |z|^2)}{(1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) + |z|^2 (1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma)} \\ &= - \frac{2r_B \sin \delta_B \sin \gamma}{1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma} \frac{1 - |z|^2}{1 + |z|^2 \frac{1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma}{1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma}} \\ &= \mathcal{A}_{CP-} \frac{1 - |z|^2}{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}}} \end{aligned} \quad (\text{E.22})$$

#### Rapport de rapport d'embranchement $R_{CP}$

Pour les rapports de rapport d'embranchement, nous avons :

$$\begin{aligned} N(D^{*0} \pi) \propto \int |A_{\pi^-}|^2 + |A_{\pi^+}|^2 &= |A_\pi A_X A_-|^2 \int [|z|^2 + 3 \cos^2 \theta_H] d \cos \theta_H \\ &= |A_\pi A_X A_-|^2 \times \left( 1 + \frac{\int |z|^2 d \cos \theta_H}{\int 3 \cos^2 \theta_H d \cos \theta_H} \right) \\ &= |A_\pi A_X A_2|^2 (1 + |z|^2) \end{aligned} \quad (\text{E.23})$$

et

$$\begin{aligned}
N(D^{*0}K) &\propto \int |A_{K-}|^2 + |A_{K+}|^2 = |A_K A_X A_-|^2 \int [(1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma)|z|^2 + \\
&\quad (1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma)3 \cos^2 \theta_H] d \cos \theta_H \\
&= |A_K A_X A_-|^2 (1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) \times \\
&\quad \left( 1 + \frac{1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma}{1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma} \frac{\int |z|^2 d \cos \theta_H}{\int 3 \cos^2 \theta_H d \cos \theta_H} \right) \\
&= |A_K A_X A_-|^2 (1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) \times \\
&\quad \left( 1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}} \right) \tag{E.24}
\end{aligned}$$

d'où le rapport de rapports d'embranchement observé :

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_{CP-}^{\text{obs}} &= \frac{N(D^{*0}K)}{N(D^{*0}\pi)} = (1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) \times \frac{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}}}{1 + |z|^2} \\
&= \mathcal{R}_{CP-} \times \frac{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP+}}{\mathcal{R}_{CP-}}}{1 + |z|^2} \tag{E.25}
\end{aligned}$$

## E.2 Modes $D^0\gamma$

Intéressons nous maintenant au cas  $X = \gamma$ . La situation est alors légèrement différente : comme cela a été montré par Bondar et Gershon [74], le  $D_{CP}^*$  possède une valeur de  $CP$  opposée à celle de sa fille  $D_{CP}$  dans une désintégration  $D^* \rightarrow D^0\gamma$ , alors que ces valeurs de  $CP$  sont identiques dans une désintégration  $D^* \rightarrow D^0\pi^0$ . Par conséquent, un état final ayant un  $D$  avec  $CP = \pm 1$  provient d'un  $D^*$  avec  $CP = \mp 1$ . Dans le calcul de la dilution de l'asymétrie  $CP$ , cet effet doit être pris en compte. Le calcul reste bien sûr le même, mais la valeur opposée de  $CP$  se traduit par un changement de signe dans l'amplitude où la trace rapide est un kaon, mais ne change rien pour les amplitudes où la trace rapide est un pion, car le terme  $A(B^- \rightarrow \bar{D}^{*0}h^-)$  est négligé. Par conséquent :

- $A_{\pi^+}$  et  $A_{\pi^-}$  **restent inchangées** ;
- $A_{K^+}$  et  $A_{K^-}$  **sont modifiées**.

Nous avons :

$$A_{K-} = \frac{A_K A_X A_-}{\sqrt{2}} \times \left[ z(1 - r_B e^{i(\delta_B - \gamma)}) + \sqrt{3} \cos \theta_H (1 + r_B e^{i(\delta_B - \gamma)}) \right] \tag{E.26}$$

$$A_{K+} = \frac{A_K A_X A_-}{\sqrt{2}} \times \left[ z(1 - r_B e^{i(\delta_B + \gamma)}) - \sqrt{3} \cos \theta_H (1 + r_B e^{i(\delta_B + \gamma)}) \right] \tag{E.27}$$

et donc :

$$\begin{aligned}
|A_{K-}|^2 &= \frac{|A_K A_X A_-|^2}{2} \left[ (1 + r_B^2 - 2r_B \cos(\delta_B - \gamma)) |z|^2 + \right. \\
&\quad (1 + r_B^2 + 2r_B \cos(\delta_B - \gamma)) 3 \cos^2 \theta_H + \\
&\quad \left. ((1 - r_B^2) \Re e(z) + 2r_B \sin(\delta_B - \gamma) \Im m(z)) 2\sqrt{3} \cos \theta_H \right] \tag{E.28}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|A_{K+}|^2 &= \frac{|A_K A_X A_-|^2}{2} \left[ (1 + r_B^2 - 2r_B \cos(\delta_B + \gamma)) |z|^2 + \right. \\
&\quad (1 + r_B^2 + 2r_B \cos(\delta_B + \gamma)) 3 \cos^2 \theta_H - \\
&\quad \left. ((1 - r_B^2) \Re e(z) + 2r_B \sin(\delta_B + \gamma) \Im m(z)) 2\sqrt{3} \cos \theta_H \right] \tag{E.29}
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
|A_{K-}|^2 + |A_{K+}|^2 &= |A_K A_X A_-|^2 \left[ (1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) |z|^2 + \right. \\
&\quad (1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) 3 \cos^2 \theta_H + \\
&\quad \left. + 4r_B \cos \delta_B \sin \gamma \Im m(z) \sqrt{3} \cos \theta_H \right] \tag{E.30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|A_{K-}|^2 - |A_{K+}|^2 &= |A_K A_X A_-|^2 \left[ -r_B \sin \delta_B \sin \gamma (|z|^2 - 3 \cos^2 \theta_H) + \right. \\
&\quad \left. ((1 - r_B^2) \Re e(z) + 2r_B \sin \delta_B \cos \gamma \Im m(z)) \sqrt{3} \cos \theta_H \right] \tag{E.31}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_{CP+}^{\text{obs}}(D^*K) &= \frac{\int [|A_{K-}|^2 - |A_{K+}|^2] d(\cos \theta_H)}{\int [|A_{K-}|^2 + |A_{K+}|^2] d(\cos \theta_H)} \\
&= \frac{2r_B \sin \delta_B \sin \gamma (1 - |z|^2)}{(1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) + |z|^2 (1 + r_B^2 - 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma)} \\
&= -\frac{2r_B \sin \delta_B \sin \gamma}{1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma} \frac{1 - |z|^2}{1 + |z|^2 \frac{1+r_B^2-2r_B \cos \delta_B \cos \gamma}{1+r_B^2+2r_B \cos \delta_B \cos \gamma}} \\
&= \mathcal{A}_{CP+} \frac{1 - |z|^2}{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP-}}{\mathcal{R}_{CP+}}} \tag{E.32}
\end{aligned}$$

De façon similaire :

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_{CP+}^{\text{obs}} = \frac{\frac{N(D^{*0}K)}{N(D^{*0}\pi)}}{|A_K/A_\pi|^2} &= (1 + r_B^2 + 2r_B \cos \delta_B \cos \gamma) \times \frac{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP-}}{\mathcal{R}_{CP+}}}{1 + |z|^2} \\
&= \mathcal{R}_{CP+} \times \frac{1 + |z|^2 \frac{\mathcal{R}_{CP-}}{\mathcal{R}_{CP+}}}{1 + |z|^2} \tag{E.33}
\end{aligned}$$

Ces expressions corrigées des asymétries  $CP$  et des rapports de rapport d'embranchement sont utilisées dans la partie 8.2.4.